

RACIONALNA FUNKCIJA

1. Dana je funkcija $f(x) = \frac{x+1}{x^2-x-1}$. Zapišite njeno ničlo, pola in enačbo vodoravne asimptote.

Narišite graf funkcije f v dani koordinatni sistem (računanje ekstremov ni potrebno). (7 točk)

Rešitev

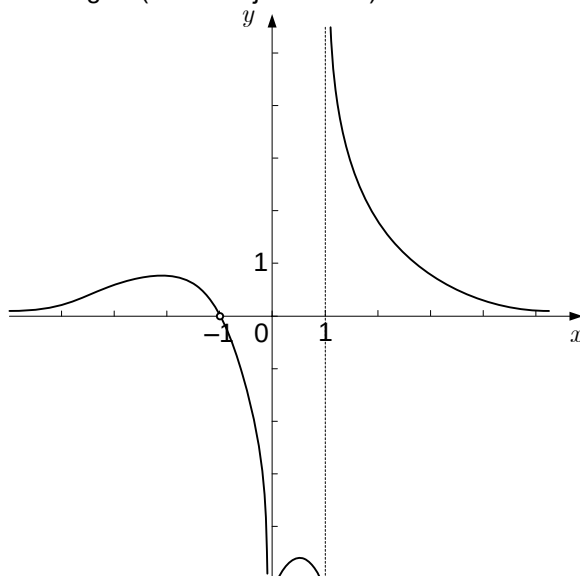
1. Skupaj: 7 točk

Ničla $x = -1$ (zadošča tudi oznaka na grafu) 1 točka

Pola $x_1 = 0$, $x_2 = 1$ oziroma narisani navpični asimptoti (1+1) 2 točki

Asimptota $y = 0$ 1 točka

Narisan graf (vsaka veja 1 točka)



..... (1+1+1) 3 točke

2. Zapišite definijsko območje racionalne funkcije $f(x) = \frac{5x^2-9x}{2x^2-x-3}$. Zapišite enačbo njene vodoravne asimptote. (6 točk)

Rešitev

2. Skupaj: 6 točk

Nastavek enačbe $2x^2 - x - 3 = 0$ 1 točka

Rešitvi kvadratne enačbe $x_1 = \frac{3}{2}$ in $x_2 = -1$ (1+1) 2 točki

Definijsko območje, npr. $\mathbb{R} - \{-1, \frac{3}{2}\}$ 1 točka

Vodoravna asimptota $y = \frac{5}{2}$ (*1+1) 2 točki

3. Rešite enačbo: $\frac{2x+1}{3x-1} - \frac{x+2}{3x+1} = \frac{1}{x-1}$. (5 točk)

Rešitev

3. Skupaj: 5 točk

1. način

Preoblikovanje v kvadratno enačbo $x^2 - x = 0$ (*1+1) 2 točki

Rešitvi kvadratne enačbe $x_1 = 0$ in $x_2 = 1$ (*1+1) 2 točki

(Le razcep ali uporaba formule ... *1 točka.)

Rešitev $x = 0$ ali ugotovitev, da druga rešitev odpade 1 točka

2. način

Razširjanje na skupni imenoalec *1 točka

Preoblikovanje v obliko, npr. $\frac{x^2 - x}{3x^2 - 1} = 0$ 1 točka

Krajšanje ali izločitev $x = 1$ 1 točka

Upoštevanje, da mora biti števec enak 0 *1 točka

Rešitev $x = 0$ 1 točka

4. Izračunajte presečišče krivulj $y = \frac{2x^2 - 8}{x + 3}$ in $y = 2x - 1$ ter kot med njima. (8 točk)

Rešitev

4. Skupaj: 8 točk

Izračunano presečišče $T -1, -3$ ali $x = -1, y = -3$ (*1+1+1) 3 točke

Izračunan odvod, npr. $y' = \frac{4x}{x+3} - \frac{2x^2 - 8}{(x+3)^2}$ 2 točki

(Le poznavanje formule za odvod kvocienta ... 1 točka.)

Izračunan $k_{t_1} = -\frac{1}{2}$ in $k_{t_2} = 2$ (*1+1) 2 točki

Ugotovitev, da je kot med krivuljama 90° 1 točka

5. Narišite graf funkcije $f(x) = \frac{2x-1}{x+2}$. Zapišite ničlo, pol, vodoravno asimptoto in presečišče grafa z ordinatno osjo. (6 točk)

Rešitev

5. Skupaj: 6 točk

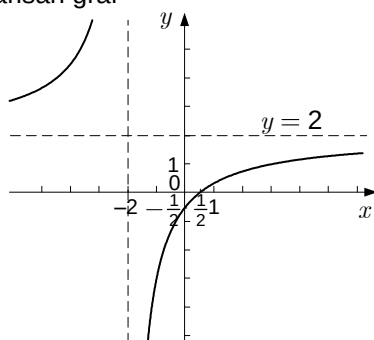
Napisana ničla: $x = \frac{1}{2}$ (zadošča tudi zapisana na x osi) 1 točka

Napisan pol: $x = -2$ (zadošča tudi narisana in zapisana navpična asimptota) 1 točka

Napisana vodoravna asimptota: $y = 2$ 1 točka

Izračunano presečišče $N(0, -\frac{1}{2})$ 1 točka

Narisan graf



..... (*1+1) 2 točki
(Kandidat, ki je pravilno narisal eno vejo, dobi 1 točko od zadnjih 2 točk.)

6. Narišite graf funkcije $f(x) = \frac{x+1}{x^2+2x-3}$ (brez uporabe odvoda). Zapišite presečišči grafa s koordinatnima osema, pola in enačbo vodoravne asimptote. (7 točk)

Rešitev

6. Skupaj: 7 točk

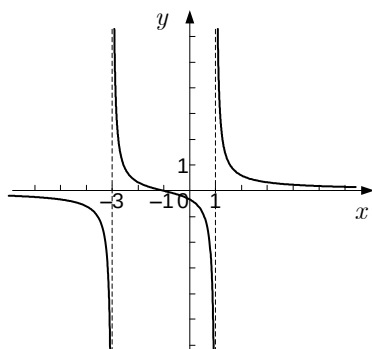
Presečišče z osjo x : $-1, 0$ 1 točka

Presečišče z osjo y : $0, -\frac{1}{3}$ 1 točka

Zapisana pola $x = -3$ in $x = 1$ 1 točka

Zapisana vodoravna asimptota $y = 0$ 1 točka

Narisan graf



..... 3 točke

(Za vsako dovolj natančno narisano vejo 1 točka. Graf mora potekati skozi točki $-1, 0$ in $0, -\frac{1}{3}$ in se mora približevati asimptotam.)

7. Dana je racionalna funkcija $f(x) = \frac{1-2x}{x+3}$. Zapišite njeno definicijsko območje in ničlo, enačbi navpične in vodoravne asimptote, presečišče grafa funkcije z ordinatno osjo ter narišite graf. (7 točk)

Rešitev

7. Skupaj: 7 točk

Zapisano definicijsko območje, npr. $D_f = \mathbb{R} \setminus -3$ 1 točka

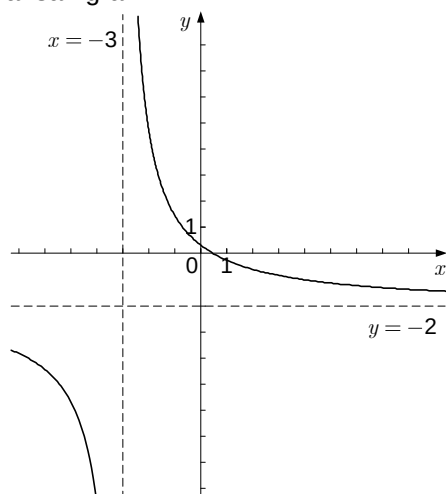
Ničla $x = \frac{1}{2}$ 1 točka

Navpična asimptota $x = -3$ ali pol $x = -3$ 1 točka

Vodoravna asimptota $y = -2$ 1 točka

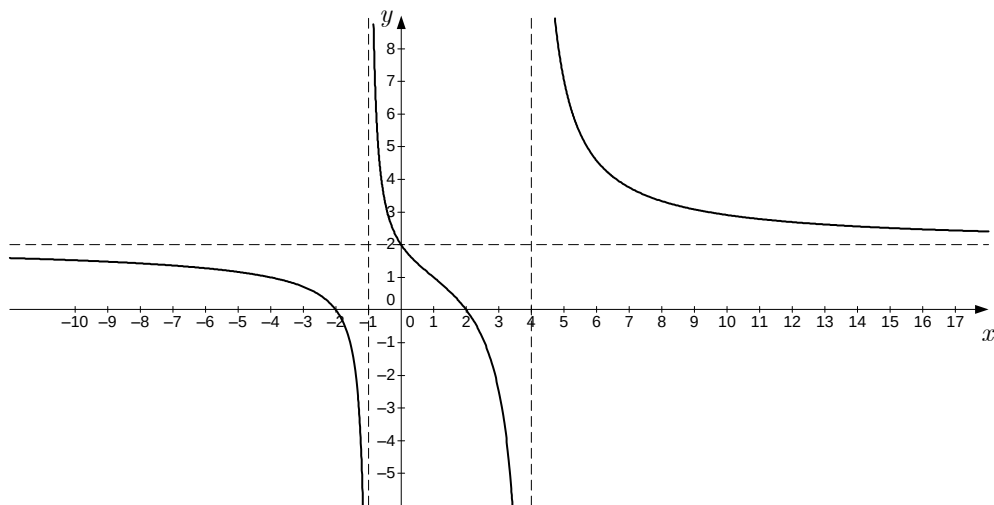
Presečišče z ordinatno osjo $N(0, \frac{1}{3})$ 1 točka

Narisan graf



..... (1+1) 2 točki

8. Na sliki je narisana graf racionalne funkcije $f(x) = \frac{2x^2 - a}{x^2 - 3x + b}$.



Dopolnite besedilo (vrednosti odčitajte s slike ali jih izračunajte).

Ničli funkcije sta $x_1 = \underline{\hspace{2cm}}$ in $x_2 = \underline{\hspace{2cm}}$.

Pola funkcije sta v $x = \underline{\hspace{2cm}}$ in $x = \underline{\hspace{2cm}}$.

Začetna vrednost $f(0) = \underline{\hspace{2cm}}$.

Enačba vodoravne asimptote je $\underline{\hspace{2cm}}$.

(4)

Izračunajte vrednosti konstant a in b .

$a = \underline{\hspace{2cm}}$

$b = \underline{\hspace{2cm}}$

(4)

Rešitev

8. Skupaj: 8 točk

Zapisani ničli funkcije $x_1 = -2$, $x_2 = 2$ 1 točka

Zapisana pola funkcije $x = -1$, $x = 4$ 1 točka

Zapisana začetna vrednost $f(0) = 2$ 1 točka

Zapisana enačba asimptote $y = 2$ 1 točka

Izračunana konstanta $a = 8$ 2 točki

(Le nastavitev, npr. $2x^2 - a = 2(x - 2)(x + 2)$... 1 točka.)

Izračunana konstanta $b = -4$ 2 točki

(Le nastavitev, npr. $x^2 - 3x + b = (x + 1)(x - 4)$... 1 točka.)

9. Brez uporabe računalna izračunajte natančno vrednost izrazov $\sin 2x$ in $\cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$, če je

$\sin x = \frac{3}{4}$ in je x ostri kot.

(7 točk)

Rešitev

9. Skupaj: 7 točk

Zapis ali uporaba zveze $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ 1 točka

Izračunan $\cos x = \frac{\sqrt{7}}{4}$ 1 točka
 Zapis ali uporaba zveze $\sin 2x = 2 \sin x \cos x$ 1 točka
 Rezultat: $\sin 2x = \frac{3\sqrt{7}}{8}$ 1 točka
 Uporaba adicijskega izreka $\cos x + \frac{\pi}{3} = \cos x \cdot \cos \frac{\pi}{3} - \sin x \cdot \sin \frac{\pi}{3}$ 1 točka
 Zapis ali uporaba $\sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ in $\cos \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}$ 1 točka
 Rezultat, npr. $\cos x + \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{7} - 3\sqrt{3}}{8}$ 1 točka

10. V dani koordinatni sistem narišite graf funkcije f , ki je dana s predpisom $f(x) = \frac{x-1}{2x+1}$.

Zapišite presečišči grafa s koordinatnima osem in enačbi navpične in vodoravne asimptote.

Računsko dokažite, da funkcija f nima stacionarnih točk. (8 točk)

Rešitev

10. Skupaj: 8 točk

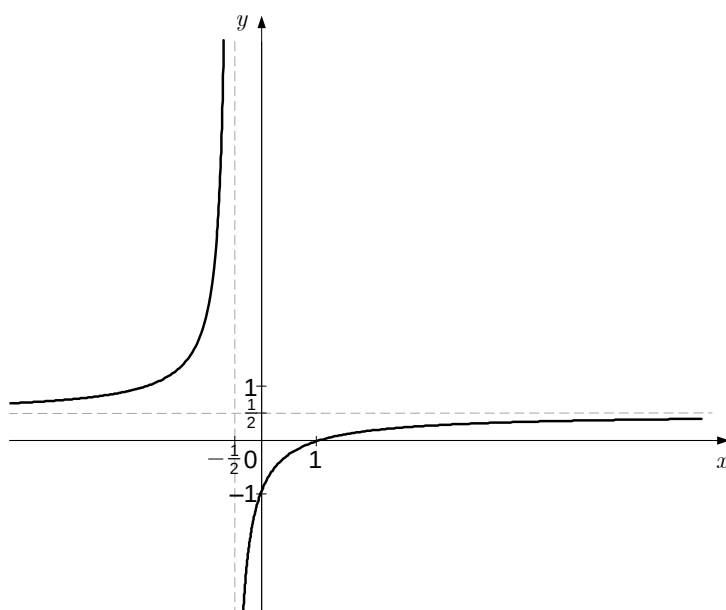
Zapisani presečišči, npr. $A(1, 0)$, $B(0, -1)$ (1+1) 2 točki

(Le zapis, npr. $x = 1$ in $y = -1$... 1 točka.)

Zapisana enačba navpične asimptote $x = -\frac{1}{2}$ 1 točka

Zapisana enačba vodoravne asimptote $y = \frac{1}{2}$ 1 točka

Narisan graf funkcije



..... 2 točki

(Vsaka veja po 1 točko, pravilen graf brez narisanih asimptot le 1 točka.)

Izračunan odvod $f'(x) = \frac{3}{(2x+1)^2}$ 1 točka

Ugotovitev, npr.: Funkcija f nima stacionarnih točk, ker je $f'(x) \neq 0$ za vsak $x \in D_f$ 1 točka