Formule

$a^n + b^n = (a+b)\left(a^{n-1} - a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 - .... + a^2b^{n-3} - ab^{n-2} + b^{n-1}\right)$, če je n liho naravno število

$a^n - b^n = (a-b)\left(a^{n-1} + a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 + ... + a^2b^{n-3} + ab^{n-2} + b^{n-1}\right)$, če je $n \in \mathbb{N}$

Evklidov in višinski izrek v pravokotnem trikotniku: $a^2 = ca_1$, $b^2 = cb_1$, $v_c^2 = a_1b_1$

Polmera trikotniku očrtanega in včrtanega kroga: $R = \frac{abc}{4S}$, $r = \frac{S}{s}$, $s = \frac{a+b+c}{2}$

Kotne funkcije polovičnih kotov:

$\sin\frac{x}{2} = \pm\sqrt{\frac{1-\cos x}{2}}$, $\cos\frac{x}{2} = \pm\sqrt{\frac{1+\cos x}{2}}$, $\tan\frac{x}{2} = \frac{\sin x}{1+\cos x}$

Adicijski izrek:

$\sin(x+y) = \sin x\cos y + \cos x\sin y$

$\cos(x+y) = \cos x\cos y - \sin x\sin y$

$\tan(x+y) = \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x\tan y}$

Faktorizacija:

$\sin x + \sin y = 2\sin\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2}$, $\sin x - \sin y = 2\cos\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}$

$\cos x + \cos y = 2\cos\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2}$, $\cos x - \cos y = -2\sin\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}$

$\tan x \pm \tan y = \frac{\sin(x \pm y)}{\cos x\cos y}$

Razčlenitev produkta kotnih funkcij:

$\sin x\sin y = -\frac{1}{2}\left[\cos(x+y) - \cos(x-y)\right]$

$\cos x\cos y = \frac{1}{2}\left[\cos(x+y) + \cos(x-y)\right]$

$\sin x\cos y = \frac{1}{2}\left[\sin(x+y) + \sin(x-y)\right]$

Razdalja točke $T_0(x_0, y_0)$ od premice $ax + by - c = 0$: $d(T_0, p) = \left|\frac{ax_0 + by_0 - c}{\sqrt{a^2+b^2}}\right|$

Ploščina trikotnika z oglišči $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$:

$S = \frac{1}{2}\left|(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)\right|$

Elipsa: $e^2 = a^2 - b^2$, $\varepsilon = \frac{e}{a}$, $a > b$

Hiperbola: $e^2 = a^2 + b^2$, $\varepsilon = \frac{e}{a}$, a je realna polos

Parabola: $y^2 = 2px$, gorišče $G\left(\frac{p}{2}, 0\right)$

Kompozitum funkcij: $(g \circ f)(x) = g(f(x))$

Bernoullijeva formula: $P(n,p,k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$

Integral: $\int \frac{dx}{x^2 + a^2} = \frac{1}{a}\text{arc tan}\frac{x}{a} + C$

1. V kateri točki je tangenta na krivuljo z enačbo $y = -x^3 - 3x^2 - 2x + 1$ vzporedna premici $y = x + 3$?

(6 točk)

Rešitev

1. Skupaj: 6 točk

Izračunani odvod $y' = -3x^2 - 6x - 2$ .... 1 točka
Ugotovitev ali uporaba $k = 1$ .... 1 točka
Zveza $y' = k_t$ ali $y' = 1$ .... *1 točka
Razcep ali uporaba formule za kvadratno enačbo .... *1 točka
Rešitev $x = -1$ .... 1 točka
Rezultat $T(-1, 1)$ .... *1 točka

2. Zapišite enačbo tangente na graf funkcije $f(x) = x^2 - 2x - 3$ v točki $A(x > 0, 0)$.

(6 točk)

Rešitev

2. Skupaj: 6 točk

Izračun koordinate točke A: $x = \dfrac{2 + \sqrt{4 + 12}}{2} = 3$ .... 2 točki
(Nastavek, npr. $f(x) = 0$ ... 1 točka.)
Izračun odvoda funkcije: $f'(x) = 2x - 2$ .... 1 točka
Izračun $k_t = f'(3) = 4$ .... *1 točka
Enačba tangente $y = 4x - 12$ .... 2 točki
(Le splošna enačba premice ... *1 točka.)

3. Dana je funkcija $f(x) = -\dfrac{1}{x} + 2$. Zapišite definicijsko območje in enačbo tangente na graf funkcije v točki, kjer graf funkcije f seka os x.

(7 točk)

Rešitev

3. Skupaj: 7 točk

$D_f = \mathbb{R} \setminus \{0\}$ .... 1 točka
Zapis ali uporaba presečišča z osjo x, $T\left(\frac{1}{2}, 0\right)$ (zadošča $x = \dfrac{1}{2}$) .... (1+1) 2 točki
(Le zapis enačbe $f(x) = 0$ ... 1 točka.)
Odvod $f'(x) = \dfrac{1}{x^2}$ .... 1 točka
Izračun ali uporaba $k_t = f'\left(\dfrac{1}{2}\right) = 4$ .... *1 točka
Enačba tangente, npr. $y = 4x - 2$ .... 2 točki
(Le splošna enačba tangente, npr. $y - y_0 = k(x - x_0)$ … 1 točka.)

4. Izračunajte kot, pod katerim graf funkcije $f\ \ x\ = \frac{x-2}{x}$ seka abscisno os. Kot zapišite na stotinko stopinje natančno.

(6 točk)

Rešitev

4. Skupaj: 6 točk

Abscisa presečišča z osjo x, $x_0 = 2$ ....1 točka

Odvod $f'\ \ x\ = \frac{2}{x^2}$ ....2 točki

(Le zapisana ali upoštevana formula za odvod kvocienta ali odvajanje razlike ... 1 točka.)

Izračun ali uporaba $f'\ \ x_0\ = k_t$ .... *1 točka

Ugotovitev $\tan\varphi = \frac{1}{2}$ ali $\varphi = \arctan\frac{1}{2}$ .... *1 točka

Rezultat $\varphi = 26{,}57°$ ....1 točka

(Če rezultat ni pravilno zaokrožen, kandidat točke ne dobi.)

5. Polinom $p\ \ x\ = x^3 + 4x^2 + ax + 20$ ima lokalni minimum v točki $A\ \ -1,\ y_1$. Izračunajte realno število a in ordinato y_1.

(7 točk)

Rešitev

5. Skupaj: 7 točk

Zapisan ali upoštevan odvod $p'\ \ x\ = 3x^2 + 8x + a$ ....2 točki

(Za pravilno odvajana dva člena ... 1 točka.)

Enačba $p'\ \ x\ = 0$ in vstavljena abscisa .... (1+*1) 2 točki

Izračunan koeficient $a = 5$ ....1 točka

Rezultat $y_1 = 18$ .... (*1+1) 2 točki

6. Izračunajte presečišče krivulj $y = \frac{2x^2 - 8}{x+3}$ in $y = 2x - 1$ ter kot med njima.

(8 točk)

Rešitev

6. Skupaj: 8 točk

Izračunano presečišče $T\ \ -1,-3$ ali $x = -1,\ y = -3$ ....(*1+1+1) 3 točke

Izračunan odvod, npr. $y' = \frac{4x\ \ x+3\ -\ 2x^2 - 8}{x+3\ ^2}$ ....2 točki

(Le poznavanje formule za odvod kvocienta ... 1 točka.)

Izračunan $k_{t_1} = -\frac{1}{2}$ in $k_{t_2} = 2$ .... (*1+1) 2 točki

Ugotovitev, da je kot med krivuljama $90°$ .... 1 točka

7. Zapišite enačbo tangente na graf funkcije $f(x)=\sqrt[3]{x}+2$ v točki z absciso $x=-1$.

(6 točk)

Rešitev

7. Skupaj: 6 točk

Izračunana ordinata točke $y=1$ .... 1 točka

Izračunan odvod $f'(x)=\frac{1}{3}x^{-\frac{2}{3}}$ .... 1 točka

Upoštevana zveza $k_t=f'(-1)$ .... *1 točka

Izračunan smerni koeficient $k_t=\frac{1}{3}$ .... 1 točka

Zapisana enačba tangente, npr. $y=\frac{x}{3}+\frac{4}{3}$ .... 2 točki

(Le splošna enačba premice ... 1 točka.)

8. Zapišite enačbi tistih dveh tangent na graf funkcije $f(x)=x^3-x$, ki sta vzporedni premici $2x-y-3=0$.

(8 točk)

Rešitev

8. Skupaj: 8 točk

Ugotovitev ali upoštevanje $k_t=2$ .... 1 točka

Izračun odvoda $y'=3x^2-1$ .... 1 točka

Nastavek $3x^2-1=2$ (zapis $f'(x)=2$ ne zadošča) .... *1 točka

Izračun $x_1=1$ in $x_2=-1$ .... (1+1) 2 točki

Izračun $f(x_1)=f(x_2)=0$ .... 1 točka

Zapis tangent, npr. $y=2x-2$ in $y=2x+2$ .... (1+1) 2 točki

(Le poznavanje splošne enačbe premice … 1 točka.)

9. Dana je funkcija $f(x)=\sin 3x+4\cos x$. Izračunajte njen odvod in dokažite enakost $f\left(\frac{\pi}{6}\right)-f'\left(\frac{\pi}{6}\right)=3+2\sqrt{3}$.

(6 točk)

Rešitev

9. Skupaj: 6 točk

Izračunan odvod $f'(x)=3\cos 3x-4\sin x$ .... (1+1) 2 točki

Upoštevane vrednosti $\sin\frac{\pi}{2}=1$, $\cos\frac{\pi}{2}=0$, $\cos\frac{\pi}{6}=\frac{\sqrt{3}}{2}$, $\sin\frac{\pi}{6}=\frac{1}{2}$ .... 3 točke

(Le dve vrednosti … 1 točka, le tri vrednosti … 2 točki.)

Preverjena enakost .... 1 točka

10. Krivulja z enačbo $y=\frac{4}{x}$ ima dve tangenti z naklonskim kotom $135°$. Zapišite enačbi teh tangent.

(8 točk)

Rešitev

10. Skupaj: 8 točk

Ugotovitev $k_t=-1$ .... 1 točka

Izračunan odvod $y'=-4x^{-2}$ .... 1 točka

Nastavek enačbe $-\frac{4}{x^2}=-1$ .... *1 točka

Rešitvi enačbe $x_1=2$, $x_2=-2$ .... 1 točka

Izračun $D_1(2,2)$ in $D_2(-2,-2)$ .... *1 točka

Zapis ali uporaba splošne enačbe premice, npr. $y=kx+n$ .... 1 točka

Tangenta v D_1, npr. $y=-x+4$ .... 1 točka

Tangenta v D_2, npr. $y=-x-4$ .... 1 točka

11. Izračunajte odvode funkcij: $f(x)=\sqrt[3]{x}$, $g(x)=x^2\sin x$, $h(x)=\frac{1+x}{1-x}$. Odvod funkcije $h(x)$ poenostavite.

(8 točk)

Rešitev

11. Skupaj: 8 točk

Izračunan odvod, npr. $f'(x)=\frac{1}{3}x^{-\frac{2}{3}}$ .... 2 točki

(Le zapis $\sqrt[3]{x}=x^{\frac{1}{3}}$ ... 1 točka.)

Izračun odvoda, npr. $g'(x)=2x\sin x+x^2\cos x$ .... (1+1+1) 3 točke

(Le formula za odvod produkta ... 1 točka.)

Izračunan in poenostavljen odvod $h'(x)=\frac{2}{(1-x)^2}$ .... (1+1+1) 3 točke

(Le formula za odvod kvocienta ... 1 točka.)

12. Zapišite enačbo tangente ter enačbo normale na graf funkcije $f(x)=x^3-3x$ v točki $A(-2, y_0)$.

(7 točk)

Rešitev

12. Skupaj: 7 točk

Izračun $y_0 = -2$ oz. $A(-2, -2)$ .... 1 točka

Odvod, npr. $f'(x) = 3x^2 - 3$ .... 1 točka

Povezava $k_t = f'(-2) = 9$ .... (*1+1) 2 točki

(Le $k_t = f'(-2)$ ... *1 točka.)

Zapis ali uporaba $k_n = -\frac{1}{k_t}$ .... *1 točka

Enačba tangente, npr. $y = 9x + 16$ .... 1 točka

Enačba normale, npr. $y = -\frac{1}{9}x - \frac{20}{9}$ .... 1 točka

(Kandidat, ki enačb tangente in normale ni zapisal pravilno, pozna pa splošno enačbo premice, dobi od zadnjih 2 točk le 1 točko.)

13. Pod kolikšnim kotom seka graf racionalne funkcije $f(x) = \frac{x-2}{x^2+1}$ abscisno os? Rezultat zaokrožite na stotinko stopinje.

(8 točk)

Rešitev

13. Skupaj: 8 točk

Izračunano presečišče grafa z abscisno osjo, zadošča $x = 2$ .... 2 točki

(Le nastavek, npr. $f(x) = 0$ ... 1 točka.)

Izračunan odvod $f'(x) = \frac{-x^2 + 4x + 1}{(x^2+1)^2}$ .... 2 točki

(Le uporaba formule za odvod kvocienta ... 1 točka.)

Zapis ali uporaba $k_t = f'(2)$ .... *1 točka

Izračun $k_t = \frac{1}{5}$ .... 1 točka

Izračun $\varphi \doteq 11{,}31^\circ$ .... 2 točki

(Le zapis ali uporaba $\tan\varphi = \frac{1}{5}$ ... *1 točka.)

14. Izračunajte presečišči parabole in premice z enačbama $y = x^2 - x - 2$ in $y = x + 1$. Izračunajte še kot, pod katerim se premica in parabola sekata v prvem kvadrantu. Rezultat zaokrožite na stotinko stopinje natančno.

(8 točk)

Rešitev

14. Skupaj: 8 točk

Nastavek enačbe za presečišče, npr. $x^2 - x - 2 = x + 1$ .... 1 točka

Rešitvi enačbe $x_1 = 3$ in $x_2 = -1$ .... 1 točka

Presečišči $T_1(3, 4)$ in $T_2(-1, 0)$ .... *1 točka

Ugotovitev ali upoštevanje $k_1 = 1$ .... 1 točka
Izračunan odvod $y' = 2x - 1$ .... 1 točka
Ugotovitev $k_2 = 5$ .... *1 točka
Izračunan $\tan\varphi = \frac{2}{3}$ .... *1 točka
Zapisan rezultat $\varphi \doteq 33{,}69°$ .... 1 točka

15. Tangenta na graf funkcije $f(x) = a\ln x + x^2 - 2$ v točki z absciso $x_0 = 1$ je pravokotna na premico z enačbo $2x + 3y - 1 = 0$. Izračunajte realno število a.

(7 točk)

Rešitev

15. Skupaj: 7 točk

Zapisan odvod $f'(x) = \frac{a}{x} + 2x$ .... 2 točki
(Pravilno izračunan odvod le dveh členov … 1 točka.)
Izračun $f'(1) = a + 2$ .... *1 točka
Zapis ali upoštevanje $k_t = f'(1)$ .... 1 točka
Izračunan smerni koeficient dane premice, npr. $k_p = -\frac{2}{3}$ .... 1 točka
Upoštevanje, da je $k_t = -\frac{1}{k_p}$ .... *1 točka
Zapisana rešitev $a = -\frac{1}{2}$ .... 1 točka

16. Izračunajte abscisi stacionarnih točk funkcije $f(x) = \frac{2x^3}{3} - \frac{x^2}{2} - x + 5$.

(7 točk)

Rešitev

16. Skupaj: 7 točk

Odvod $f'(x) = 2x^2 - x - 1$ .... 3 točke
(Dva pravilno odvajana člena ... 1 točka, trije pravilno odvajani členi ... 2 točki, vsi štirje pravilno odvajani členi ... 3 točke.)
Upoštevana enačba, npr. $2x^2 - x - 1 = 0$ .... 2 točki
(Le zapis ali uporaba $f'(x) = 0$ ... *1 točka.)
Rešitvi $x_1 = 1$ in $x_2 = -\frac{1}{2}$ .... (*1+1) 2 točki

17. Dana je funkcija $f(x) = 2x^3 + 1$. Napišite enačbo tangente na graf funkcije v točki $A(1, y_1)$.

(6 točk)

Rešitev

17. Skupaj: 6 točk

Zapisana točka $A\ 1,\ 3$ (zadošča $y_1 = 3$)..1 točka

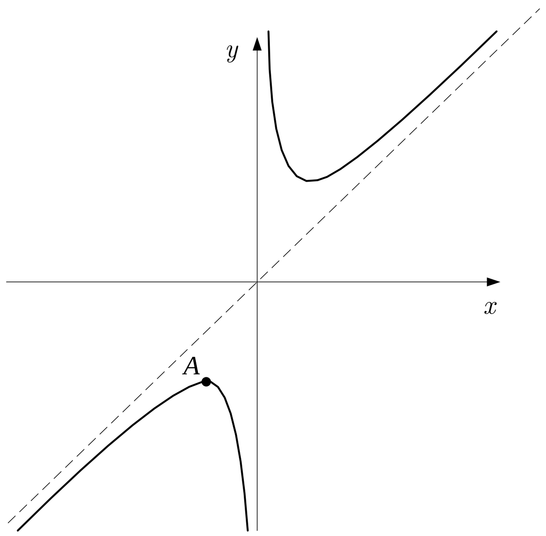
Odvod funkcije $f'\ x\ = 6x^2$ ....1 točka

Izračunan smerni koeficient tangente $k_t = 6$ .... (*1+1) 2 točki

Enačba tangente $y = 6x - 3$ ....2 točki

(Le splošna enačba premice … 1 točka.)

18. Na sliki je graf funkcije $f\ x\ = \frac{x^2+9}{x}$.



Izračunajte odvod funkcije. V točki A doseže funkcija svoj lokalni maksimum. Zapišite razdaljo d_1 točke A od premice $x = 4$ in razdaljo d_2 točke A od premice $y = -1$.

(6 točk)

Rešitev

18. Skupaj: 6 točk

Izračunan odvod $f'\ x\ = \frac{x^2-9}{x^2}$ ....2 točki

(Le zapis ali uporaba formule za odvod kvocienta … 1 točka.)

Ugotovljeni koordinati točke $A\ -3, -6$ ....2 točki

(Le upoštevanje $f'\ x\ = 0$ … *1 točka.)

Zapisani razdalji $d_1 = 7$ in $d_2 = 5$ .... (1+1) 2 točki

19. Izračunajte odvode funkcij:

19.1. $f_1\ x\ = 2x^3 - 3x + 4$

$f_1'\ x\ =$

(1)

19.2. $f_2(x) = \sqrt[3]{x}$

$f_2'(x) =$

(1)

19.3. $f_3(x) = \dfrac{x^2}{x+1};\ \ x \neq -1$

$f_3'(x) =$

(2)

19.4. $f_4(x) = \ln(2x+1);\ \ x > -\dfrac{1}{2}$

$f_4'(x) =$

(1)

19.5. $f_5(x) = (x-1)\,\mathrm{e}^x$

$f_5'(x) =$

(2)

(7 točk)

Rešitev

19. Skupaj: 7 točk

5.1. (1 točka)

$f_1'(x) = 6x^2 - 3$ .... 1 točka

5.2. (1 točka)

$f_2'(x) = \dfrac{1}{3}x^{-\frac{2}{3}}$ .... 1 točka

5.3. (2 točki)

$f_3'(x) = \dfrac{x^2+2x}{(x+1)^2}$ .... 2 točki

(Le zapis ali uporaba pravila za odvod kvocienta … 1 točka.)

5.4. (1 točka)

$f_4'(x) = \dfrac{2}{2x+1}$ .... 1 točka

5.5. (2 točki)

$f_5'(x) = x\mathrm{e}^x$ .... 2 točki

(Le zapis ali uporaba pravila za odvod produkta … 1 točka.)

20. Napišite enačbo tangente na graf funkcije $f(x) = -\dfrac{5}{2}x^2 + 2x + \dfrac{1}{2}$ v presečišču grafa z osjo y .

Nalogo rešite brez uporabe računala.

(7 točk)

Rešitev

20. Skupaj: 7 točk

1. način

Zapis ali upoštevanje $f(0)=\frac{1}{2}$ .... 1 točka

Izračunan odvod $f'(x)=-5x+2+0$ .... (1+1+1) 3 točke

Izračunan smerni koeficient tangente $k=2$ .... 2 točki

(Le zapis ali uporaba $k=f'(0)$ … *1 točka.)

Enačba tangente, npr. $y=2x+\frac{1}{2}$ .... 1 točka

2. način

Zapis ali upoštevanje $f(0)=\frac{1}{2}$ .... 1 točka

Zapis enačbe tangente $y=kx+\frac{1}{2}$ .... 1 točka

Računanje presečišč: $-\frac{5}{2}x^2+2x+\frac{1}{2}=kx+\frac{1}{2}$ .... 1 točka

Urejena kvadratna enačba, npr. $-\frac{5}{2}x^2+(2-k)x=0$ .... 1 točka

Izračunan $k=2$ .... 2 točki

(Le zapis ali upoštevanje $D=0$ … 1 točka.)

Enačba tangente, npr. $y=2x+\frac{1}{2}$ .... 1 točka

21. Tangenta na graf funkcije $f(x)=\ln(x+5)+x^2$ je vzporedna premici z enačbo $y=-7x+1$ in se dotika grafa funkcije f v dveh točkah. Natančno izračunajte koordinati dotikališč D_1 in D_2.

(8 točk)

Rešitev

21. Skupaj: 8 točk

Zapisano ali upoštevano, da je smerni koeficient tangente enak -7 .... 1 točka

Izračunan odvod, npr. $f'(x)=\frac{1}{x+5}+2x$ .... (1 + 1) 2 točki

Zapisana enačba za absciso dotikališča D, npr. $\frac{1}{x+5}+2x=-7$ .... *1 točka

Urejena kvadratna enačba, npr. $2x^2+17x+36=0$ .... 1 točka

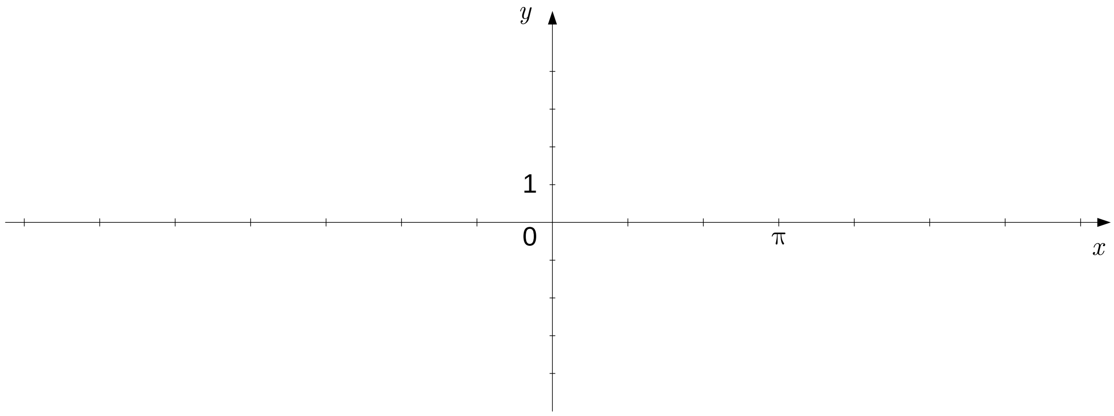
Zapisani rešitvi kvadratne enačbe: $x_1=-4$, $x_2=-\frac{9}{2}$ .... (1 + 1) 2 točki

Ugotovitev, da premica skozi D_1 in D_2 ni tangenta na graf funkcije f .... 1 točka

(Tudi zapisani točki $D_1(-4, 16)$ in $D_2\left(-\frac{9}{2}, -\ln 2+\frac{81}{4}\right)$ ... 1 točka.)

22. Dana je funkcija f s predpisom $f(x)=2\sin x-1$.

22.1. V dani koordinatni sistem narišite graf funkcije f.



(3)

22.2. Izračunajte odvod $f' \; x$.

(2)

22.3. Izračunajte nedoločeni integral $\int f \; x \; \mathrm{d}x$.

(3)

(8 točk)

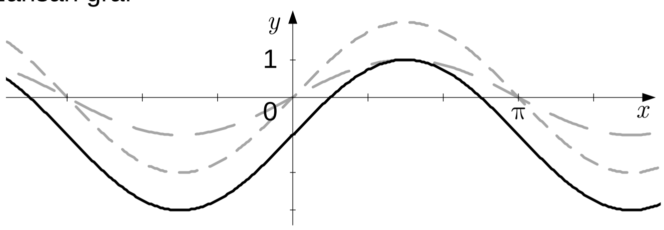
Rešitev

22. Skupaj: 8 točk

22.1. (3 točke)

1. način

Narisan graf

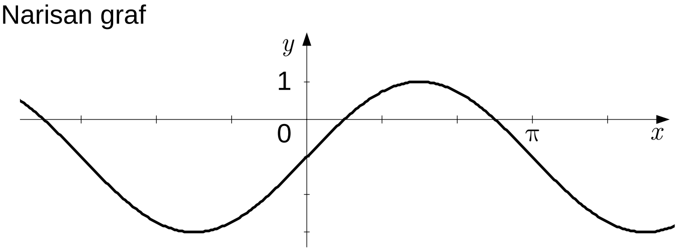


....3 točke

(Graf funkcije s predpisom $\sin x$ ... 1 točka, graf funkcije s predpisom $2\sin x$ ... 1 točka, graf funkcije s predpisom $2\sin x - 1$ ... 1 točka.)

2. način

Narisan graf



....3 točke

(Le izračunane ničle $\begin{array}{l} x_1 = \dfrac{\pi}{6} + k2\pi;\ \ k \in \mathbb{Z} \\ x_2 = \dfrac{5\pi}{6} + k2\pi;\ \ k \in \mathbb{Z} \end{array}$ ... 1 točka. Le izračunane abscise ekstremov $\begin{array}{l} x_{\max} = \dfrac{\pi}{2} + k2\pi;\ \ k \in \mathbb{Z} \\ x_{\min} = -\dfrac{\pi}{2} + k2\pi;\ \ k \in \mathbb{Z} \end{array}$ ... 1 točka. Zadoščajo izračunane ničle in abscise ekstremov na eni periodi funkcije.)

22.2. (2 točki)

Izračunan odvod $f'(x) = 2\cos x$ .... (1 + 1) 2 točki
(Odvod vsakega člena 1 točka.)

22.3. (3 točke)

Izračunan nedoločeni integral, npr.

$\int (2\sin x - 1)\,\mathrm{d}x = -2\cos x - x + C$ (tudi brez C) .... (1 + 1 + 1) 3 točke

23. Parabola ima enačbo $y = -x^2 + 4$.

23.1. V točki $A(1, 3)$ položimo tangento na parabolo. Zapišite enačbo tangente.

(3)

23.2. Parabola, tangenta na parabolo v točki A in abscisna os omejujejo enostavni lik. Izračunajte njegovo ploščino.

(5)

(8 točk)

Rešitev

23. Skupaj: 8 točk

23.1. (3 točke)

Izračunan odvod $y' = -2x$ .... 1 točka

Izračunan ali uporabljen $k_t = -2$ .... 1 točka

Enačba tangente, npr. $y = -2x + 5$ .... 1 točka

23.2. (5 točk)

Izračun ali uporaba ploščine območja med tangento in abscisno osjo na intervalu $\left[1, \frac{5}{2}\right]$, $S_1 = \frac{9}{4}$
.... 1 točka

(Točko prejme tudi kandidat, ki je izračunal ploščino trikotnika na intervalu $\left[2, \frac{5}{2}\right]$, $S_1' = \frac{1}{4}$.)

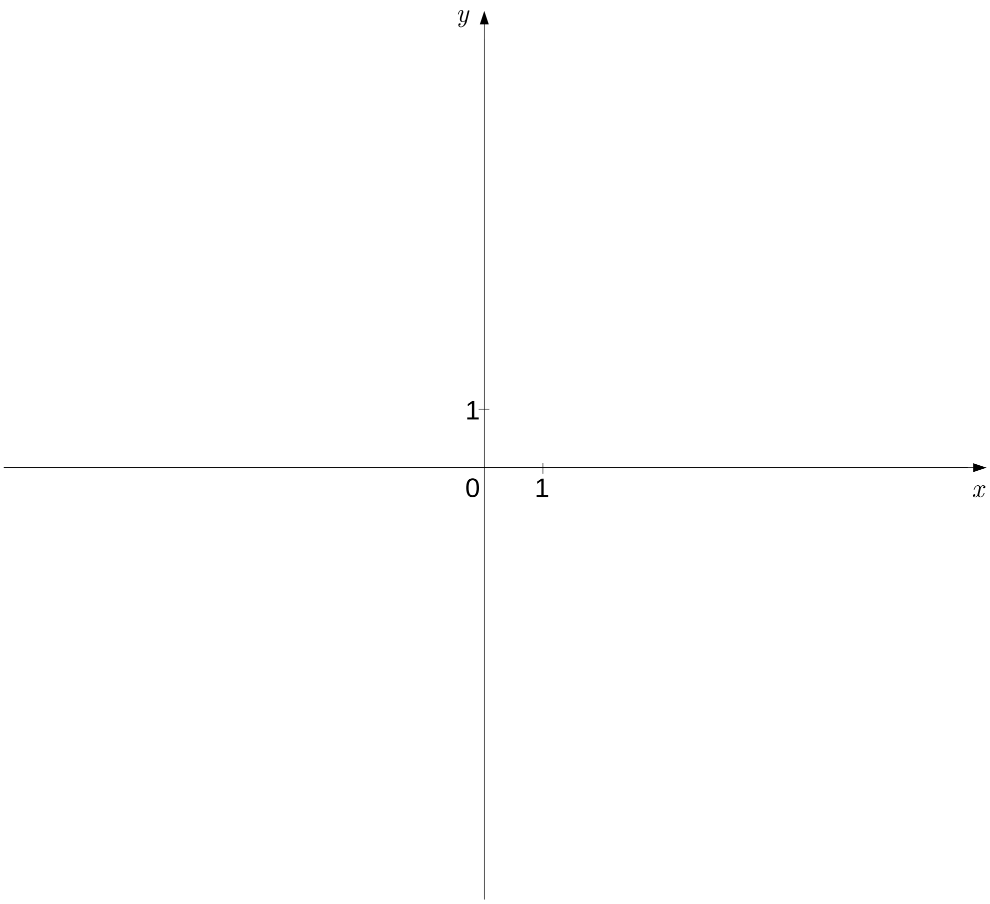
Izračunana ploščina območja med parabolo in abscisno osjo na intervalu $[1, 2]$,

$S_2 = \int_1^2 (-x^2 + 4)\,\mathrm{d}x = \left(\frac{-x^3}{3} + 4x\right)\Big|_1^2 = \frac{5}{3}$ ....(1 + *1 + 1) 3 točke

(Postopkovno točko dobi kandidat za izračun nedoločenega integrala.)

Rezultat $S = S_1 - S_2 = \frac{7}{12}$ .... 1 točka

24. V dani koordinatni sistem narišite graf funkcije f, ki je dana s predpisom $f(x) = \frac{x-1}{2x+1}$. Zapišite presečišči grafa s koordinatnima osema in enačbi navpične in vodoravne asimptote. Računsko dokažite, da funkcija f nima stacionarnih točk.



(8 točk)

Rešitev

24. Skupaj: 8 točk

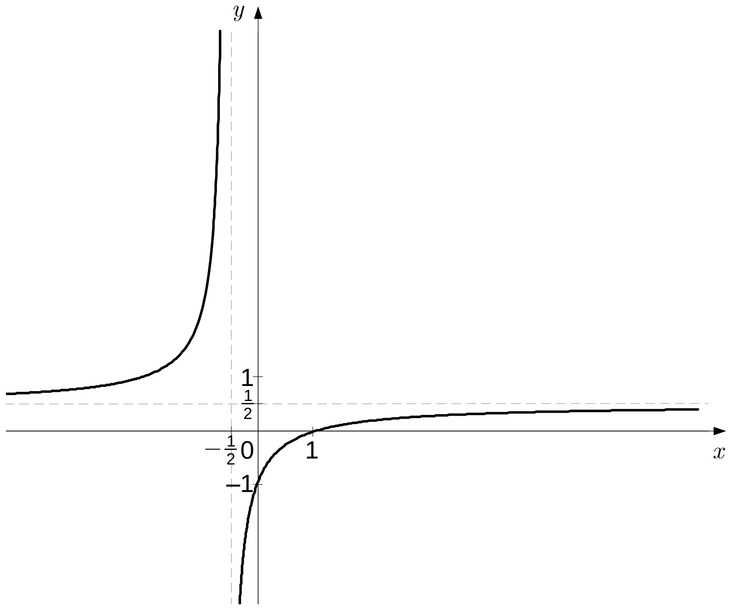
Zapisani presečišči, npr. A 1, 0 , B 0,-1 .... (1+1) 2 točki

(Le zapis, npr. $x=1$ in $y=-1$ ... 1 točka.)

Zapisana enačba navpične asimptote $x=-\dfrac{1}{2}$ ....1 točka

Zapisana enačba vodoravne asimptote $y=\dfrac{1}{2}$.. ....1 točka

Narisan graf funkcije



....2 točki

(Vsaka veja po 1 točko, pravilen graf brez narisanih asimptot le 1 točka.)

Izračunan odvod $f'(x)=\dfrac{3}{(2x+1)^2}$ ....1 točka

Ugotovitev, npr.: Funkcija f nima stacionarnih točk, ker je $f'(x)\neq 0$ za vsak $x\in D_f$ ......1 točka

25. Dani sta paraboli z enačbama $y=x^2-x-2$ in $y=x^2$.

25.1. Paraboli se sekata v točki P. Izračunajte koordinati točke P.

(2)

25.2. Zapišite enačbi tangent na paraboli v njunem presečišču.

(3)

25.3. Izračunajte kot med parabolama.

(2)

(7 točk)

Rešitev

25. Skupaj: 7 točk

25.1. (2 točki)

Izračunani koordinati presečišča $P(-2,\ 4)$ ali $x=-2,\ y=4$ ....2 točki

(Le $x^2-x-2=x^2$ ... 1 točka.)

25.2. (3 točke)

Zapisani enačbi tangent

$y=-5x-6$, $y=-4x-4$ ....3 točke

(Izračunana oba odvoda ... 1 točka, izračunana oba smerna koeficienta ... *1 točka. Zapisana le ena enačba tangente ... 2 točki.)

25.3. (2 točki)

Izračunan kot, npr. $\varphi=\arctan\dfrac{1}{21}\doteq 2{,}73^\circ=2^\circ 44'$ ....2 točki

(Le zapis ali uporaba formule $\tan\varphi=\left|\dfrac{k_2-k_1}{1+k_1k_2}\right|$ ... 1 točka.)

26. Kolikšen mora biti parameter a funkcije s predpisom $f\ x\ = \frac{ax^2 - 1}{x^4}$, da bo imela funkcija ekstrem pri $x = 1$?

(5 točk)

Rešitev

26. Skupaj: 5 točk

Izračunan odvod $f'\ x\ = \frac{-2ax^2 + 4}{x^5} = -2ax^{-3} + 4x^{-5}$ .... 2 točki

(Le uporaba pravila za odvod kvocienta ali pravilen en člen odvoda vsote ... 1 točka.)

Nastavitev enačbe, npr. $f'\ 1\ = \frac{-2a + 4}{1} = 0$ ....*2 točki

(Le zapis ali upoštevanje, da je $f'\ 1\ = 0$ ... *1 točka, izračun $f'\ 1$ ... *1 točka.)

Rešitev $a = 2$ ....1 točka

27. Racionalna funkcija f ima predpis $f\ x\ = \frac{x^2 + 3}{x + 1}$. Zapišite točki $E_1\ x_1,\ y_1$ in $E_2\ x_2,\ y_2$, ki sta lokalna ekstrema funkcije f. V kateri točki ima funkcija lokalni minimum in v kateri lokalni maksimum? Odgovor utemeljite.

(8 točk)

Rešitev

27. Skupaj: 8 točk

Izračunan odvod funkcije f, npr. $f'\ x\ = \frac{x^2 + 2x - 3}{x + 1\ ^2}$ .... 2 točki

(Le uporaba formule za odvod količnika ... *1 točka.)

Zapis ali uporaba $f'\ x\ = 0$ .... *1 točka

Izračunani ničli odvoda $x_1 = -3$, $x_2 = 1$ ....1 točka

Zapisani točki, npr. $E_1\ -3, -6$, $E_2\ 1, 2$ .... (1 + 1) 2 točki

(Le izračunani ordinati ... 1 točka.)

Ugotovitev, da je pri x_1 lokalni maksimum, pri x_2 pa minimum..1 točka

Utemeljitev, npr.: V x_1 odvod spremeni predznak iz pozitivne vrednosti v negativno, v x_2 pa iz negativne vrednosti v pozitivno. ....1 točka