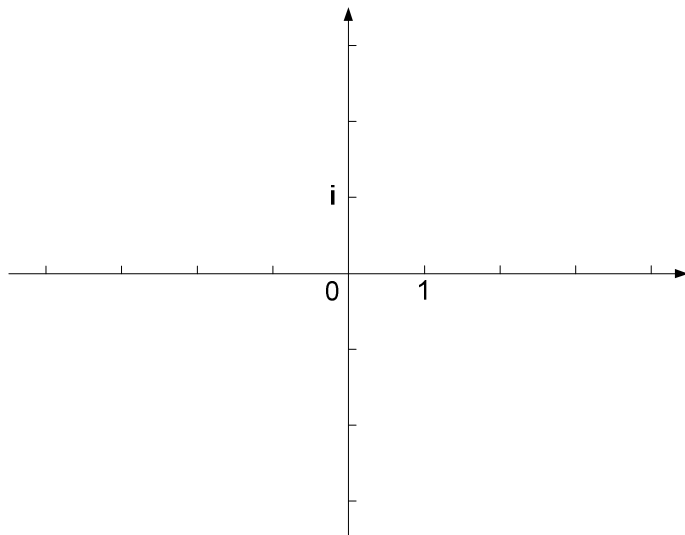


1. Zapišite število $z = \frac{5-5i}{2-i}$ v obliki $a+bi$, pri čemer sta a in b realni števili. V kompleksni ravnini narišite točko, ki predstavlja število z .

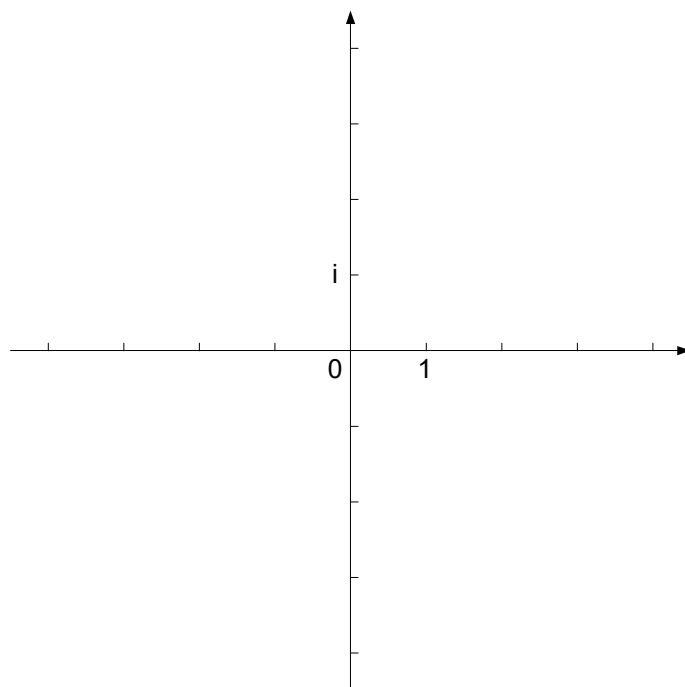


(5 točk)

2. Naj bo $z = (x-2i)(1+i)-i$. Izračunajte, za katero vrednost realnega števila x je tudi število z realno.

(5 točk)

3. Zapišite kompleksno število z , za katero velja $2\operatorname{Re} z - \operatorname{Im} z = 5$ in $4\operatorname{Re} z + \operatorname{Im} z = 1$. Število z narišite v kompleksni ravnini.



(6 točk)

4. Dano je kompleksno število $z = 3 - 2i$. Izračunajte kompleksno število $w = z^2 - z^{-1} \times |z|^2$. Rezultat zapišite v obliki $w = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$).

(7 točk)

5. Izračunajte realno število x tako, da bo tudi število $z = 5i^3 + 3xi^2 + (x - 1)i + 1$ realno (i je imaginarna enota).

(6 točk)

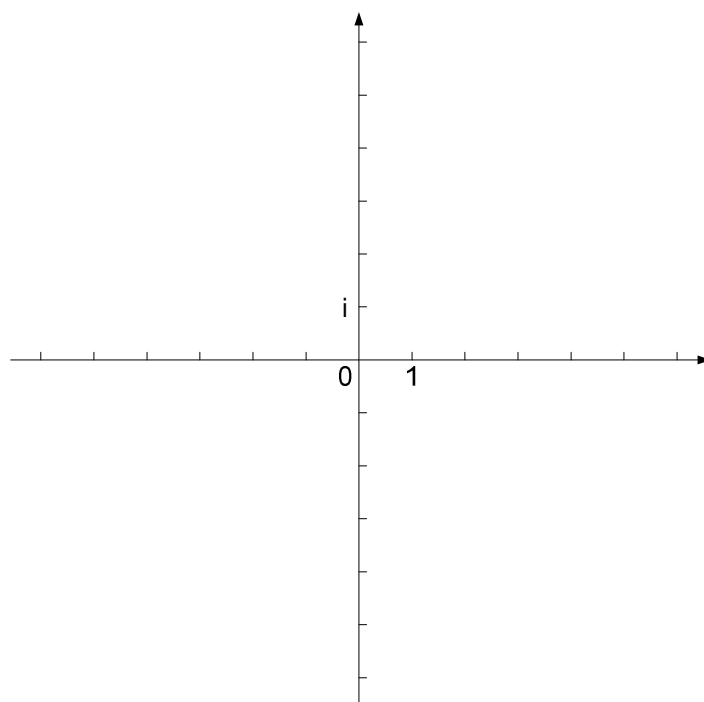
6. Katero kompleksno število z zadošča enačbi $(1 - i)z = 3 + 4i$? Zapišite $\operatorname{Re} z$ in $\operatorname{Im} z$ ter izračunajte $|z|$. Vrednost $|z|$ delno korenite.

(7 točk)

7. Kompleksno število $(5 - 10i)^2 \times (2 + i)^{-1}$ zapišite v obliki $a + bi$; $a, b \in \mathbb{R}$.

(7 točk)

8. Narišite število $z = 10i^{2006}(1-2i)^{-1}$ v kompleksni ravnini.



(8 točk)

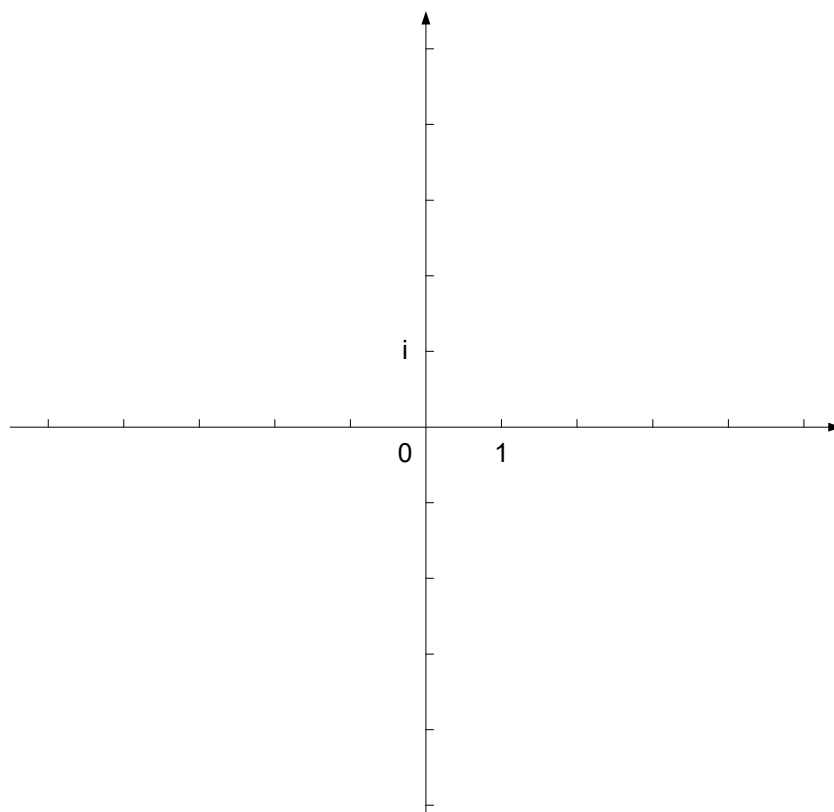
9. V množici kompleksnih števil rešite enačbo $(1+i)z + 2i = 1$. Zapišite realni in imaginarni del rešitve.

(7 točk)

10. Dani sta kompleksni števili $z_1 = 3 + 4i$ in $z_2 = 1 - i$. Izračunajte $z_1 + z_2$, z_1^2 , $\overline{z_1}z_2$ in $|z_1|$.

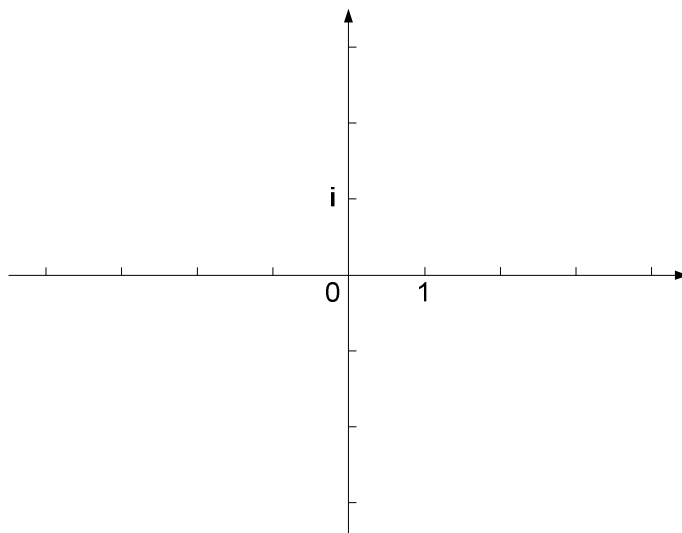
(8 točk)

11. V kompleksni ravnini narišite sliko kompleksnega števila $z = 2 - 3i$. Koliko je absolutna vrednost tega kompleksnega števila? Izračunajte z^2 in $\frac{1}{z}$.



(7 točk)

12. Rešite enačbo $x^2 - 4x + 5 = 0$ in narišite rešitvi v kompleksni ravnini.

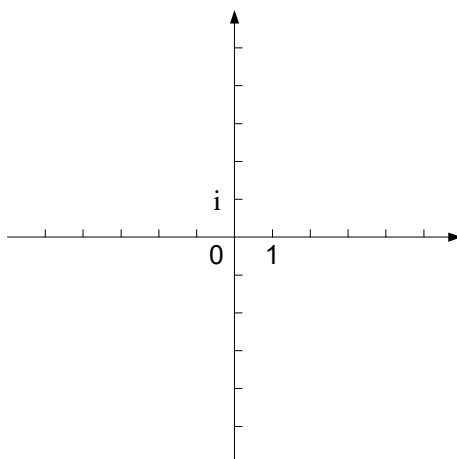


(6 točk)

13. Naj bo $z_1 = 6i - 2i^2 + i^3$, $z_2 = (2 - i)(-1 + 2i) - 2$ in $z_3 = \frac{12 - i}{1 + 2i}$. Izračunajte kompleksna števila z_1 , z_2 in z_3 . Kateri izmed števil z_1 , z_2 in z_3 sta si nasprotni in kateri konjugirani?

(7 točk)

14. Zapišite kompleksno število $z = (2 - i)(1 + 3i)$ v obliki $a + bi$, $a, b \in \mathbb{R}$. Število z narišite v kompleksni ravnini in izračunajte $|z|$. Rezultat delno korenite.



(6 točk)

15. Dano je kompleksno število $z = 12 + 5i$. Izračunajte število $z^2 - i\bar{z} + 2|z|$.

(6 točk)

16. Kompleksno število $(5 - 10i)^2 (2 + i)^{-1}$ zapišite v obliki $a + bi$, $a, b \in \mathbb{R}$.

(6 točk)

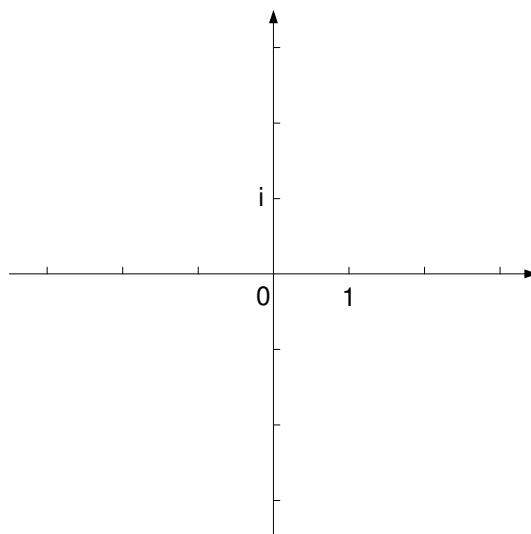
17. Naj bo kompleksno število z rešitev enačbe $2z + i^{139} = 3iz - 18$. Izračunajte $|z|$.

(7 točk)

18. Poiščite kompleksno število oblike $z = a + bi$, $a, b \in \mathbb{R}$, za katero velja $4z + 2i\bar{z} = 21 + 12i$.

(6 točk)

19. Rešite enačbo $x(x - 2) + 5 = 0$ in narišite rešitvi v kompleksni ravnini.



(5 točk)

20. Izračunajte realno število x , za katero je kompleksno število $z = (2 - i)^2 + i^{20} + xi$ realno.

(6 točk)

21. Dano je kompleksno število $z = \sqrt{5} - 2i$. Izračunajte:

21.1. $z \times \overline{z} =$

(2)

21.2. $|z| =$

(1)

21.3. $z^2 + i^{19} =$

(3)

21.4. $z^{-1} =$

(2)

(8 točk)

22. Določite realni števili x in y tako, da velja enakost $(2 + ix)(5 + i) = 14 + iy$.

(6 točk)

23. Vsako število v levem stolpcu preglednice je enako enemu številu v desnem stolpcu. Izrazi v desnem stolpcu so označeni s črkami od A do K.

V preglednico v za to namenjen prostor vpišite črko izraza, ki je enak izrazu v levem stolpcu preglednice (prva vrstica je že pravilno izpolnjena).

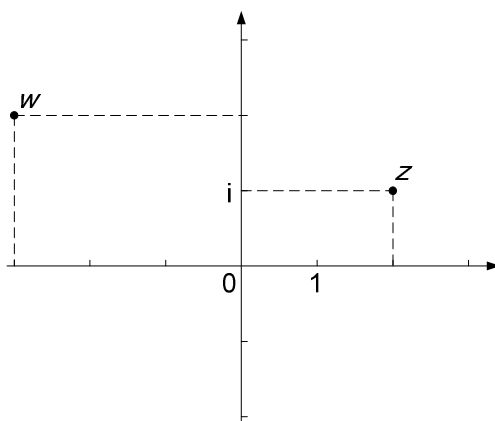
$\frac{3}{2}$	D
1	
- 1	
$\frac{4}{33}$	
$\frac{1+i}{i}$	
0	
120	
0,8	
3	

- (A) $0,1\overline{2}$
 (B) $|-3|$
 (C) $\frac{16}{45}$
 (D) $\frac{21}{14}$
 (E) $5!$
 (F) $1-i$
 (G) $-1-i$
 (H) $\frac{2}{\frac{3}{\frac{5}{6}}}$
 (I) $\cos 900^\circ$
 (J) $\sin(5\pi)$
 (K) $0,\overline{9}$

(8 točk)

24. Nalogo rešujte brez uporabe računalja.

Na sliki sta števili z in w v kompleksni ravnini. Zapišite ju in izračunajte $z \times w$, $z \times w^{-1}$, $|z|$ in $\overline{w}$.



(7 točk)

25. Naj bo $z = x(4 - 3i) + 5i + i^2$, $z \hat{=} \square$. Izračunajte realno število x tako, da bo veljalo $\operatorname{Re} z = \operatorname{Im} z$.

(5 točk)

Rešitev

1. Skupaj: 5 točk

1. način

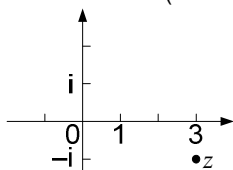
$$z = \frac{(5 - 5i)(2+i)}{(2-i)(2+i)} \dots\dots\dots 1 \text{ točka}$$

$$\text{Izračunani imenovalac } (2-i)(2+i) = 5 \dots\dots\dots 1 \text{ točka}$$

$$\text{Izračunani števec, npr. } (5-5i)(2+i) = 15-5i \dots\dots\dots 1 \text{ točka}$$

$$\text{Zapis števila } z = 3-i \dots\dots\dots *1 \text{ točka}$$

Slika števila z (točka ali vektor)



..... *1 točka

2. način

Zapis $5 - 5i = (a + bi)(2 - i)$ 1 točka

Ureditev $5 - 5i = (2a + b) + (2b - a)i$ 1 točka

Sistem enačb: $2a + b = 5$, $2b - a = -5$ *1 točka

Rešitev sistema $a = 3$, $b = -1$ (ali $z = 3 - i$) 1 točka

Slika števila z (točka ali vektor) *1 točka

Rešitev

2. Skupaj: 5 točk

Množenje $x - 2i + xi - 2i^2$ 1 točka

Upoštevanje $i^2 = -1$ 1 točka

Ločitev komponent, npr. $z = x + 2 + (x - 3)i$ *1 točka

Zapis ali upoštevanje pogoja $\text{Im} z = 0$ *1 točka

Rešitev $x = 3$ 1 točka

Rešitev

3. Skupaj: 6 točk

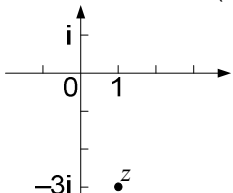
Upoštevanje $z = x + iy$ ali $z = \text{Re} z + i \text{Im} z$ 1 točka

Začetek reševanja sistema 1 točka

Rešitev sistema $\text{Re} z = 1$ in $\text{Im} z = -3$ (1+1) 2 točki

Zapis števila $z = 1 - 3i$ 1 točka

Narisano število z (točka ali vektor)



..... *1 točka

Rešitev

4. Skupaj: 7 točk

Izračunan kvadrat $z^2 = 5 - 12i$ 2 točki

(Le upoštevano $i^2 = -1$... 1 točka.)

Izračunano število $z^{-1} = \frac{3 + 2i}{13}$ 2 točki

(Razširjanje ulomka s konjugiranim številom ... *1 točka.)

Izračunana absolutna vrednost $|z| = \sqrt{13}$ ali $|z|^2 = 13$ 2 točki

(Le zapis ali uporaba formule za absolutno vrednost ... 1 točka.)

Izračunano število $w = 2 - 14i$ 1 točka

Rešitev

5. Skupaj: 6 točk

Izračun potenc imaginarne enote $i^2 = -1$ in $i^3 = -i$ (1+1) 2 točki

Ureditev, npr. $z = 1 - 3x + (x - 6)i$ ali zapis imaginarnega dela (*1+1) 2 točki
 Upoštevanje $\text{Im}z = 0$ *1 točka
 Rezultat $x = 6$ 1 točka

Rešitev

6. Skupaj: 7 točk

1. način

Rešitev $z = \frac{-1 + 7i}{2}$ 3 točke

(Deljenje ... 1 točka, razširitev s konjugirano vrednostjo ... *1 točka.)

$\text{Re}z = -\frac{1}{2}$, $\text{Im}z = \frac{7}{2}$ (*1+*1) *2 točki

Uporabljen obrazec za $|z|$ *1 točka

Delno korenjen rezultat, npr. $|z| = \frac{5\sqrt{2}}{2}$ ali $|z| = \frac{5}{\sqrt{2}}$ 1 točka

2. način

Vstavitev $z = x + iy$ v enačbo 1 točka

Nastavek sistema, npr. $x + y = 3$, $-x + y = 4$ *1 točka

Rešitev $x = -\frac{1}{2}$, $y = \frac{7}{2}$ 1 točka

$\text{Re}z = -\frac{1}{2}$, $\text{Im}z = \frac{7}{2}$ (*1+*1) *2 točki

Uporabljen obrazec za $|z|$ *1 točka

Delno korenjen rezultat, npr. $|z| = \frac{5\sqrt{2}}{2}$ ali $|z| = \frac{5}{\sqrt{2}}$ 1 točka

Rešitev

7. Skupaj: 7 točk

Izračunan kvadrat - $75 - 100i$ 2 točki

(Le zapis $25 - 100i + 100i^2$... 1 točka.)

Izračunano obratno število $\frac{2-i}{5}$ 2 točki

(Le zapis $\frac{1}{2+i}$... 1 točka.)

Krajšanje s 5 1 točka

Izračunan produkt - $50 - 25i$ (1+1) 2 točki

Rešitev

8. Skupaj: 8 točk

Izračun $i^{2006} = i^2 = -1$ 2 točki

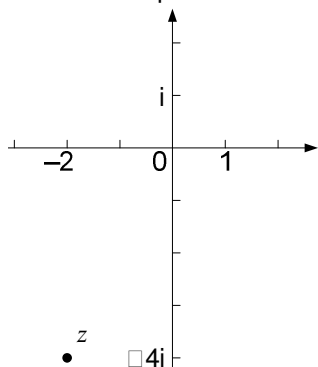
(Prehod na i^2 ... 1 točka, zapisano $i^2 = -1$... 1 točka.)

Upoštevanje $(1 - 2i)^{-1} = \frac{1}{1 - 2i}$ 1 točka

Deljenje $\frac{1}{1 - 2i} = \frac{1 + 2i}{5}$ (*1+1) 2 točki

Izračun $z = -2 - 4i$ 1 točka

Slika z v kompleksni ravnini (točka ali vektor)



..... (*1+1) 2 točki

Rešitev

9. Skupaj: 7 točk

1. način

Usmeritev v reševanje, npr. $(1+i)z = 1-2i$ 1 točka

Deljenje enačbe z $(1+i)$ oziroma zapis $z = \frac{1-2i}{1+i}$ 1 točka

Razširitev, npr. $z = \frac{(1-2i)(1-i)}{(1+i)(1-i)}$ *1 točka

Rešitev enačbe, npr. $z = \frac{1-3i}{2}$ (1+1+1) 3 točke

(Upoštevanje $i^2 = -1$... 1 točka.)

Zapis, npr. $\operatorname{Re} z = -\frac{1}{2}$ in $\operatorname{Im} z = -\frac{3}{2}$ *1 točka

2. način

Vstavitev $z = x + iy$ v enačbo 1 točka

Množenje, npr. $(1+i)(x+iy) = x + ix + iy - y$ 2 točki

(Upoštevanje $i^2 = -1$... 1 točka.)

Sistem enačb, npr. $x - y = 1$, $x + y = -2$ (*1+*1) *2 točki

Rešitev enačbe, npr. $z = -\frac{1}{2} - \frac{3i}{2}$ (zadošča tudi $x = -\frac{1}{2}$, $y = -\frac{3}{2}$) 1 točka

Zapis, npr. $\operatorname{Re} z = -\frac{1}{2}$ in $\operatorname{Im} z = -\frac{3}{2}$ *1 točka

Rešitev

10. Skupaj: 8 točk

Vsota $z_1 + z_2 = 4 + 3i$ 1 točka

Izračun $z_1^2 = 9 + 24i + 16i^2 = -7 + 24i$ (1+1) 2 točki

Upoštevanje ali zapis $\overline{z_1} = 3 - 4i$ 1 točka

Produkt $\overline{z_1} z_2 = -1 - 7i$ 2 točki

(Le pravilno množenje kompleksnih števil ... 1 točka.)

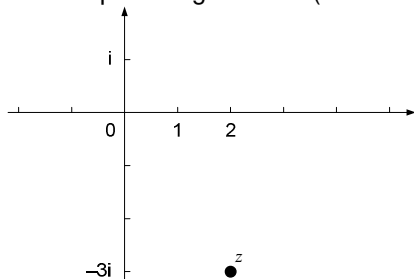
$|z_1| = 5$ 2 točki

(Le uporaba formule ... *1 točka.)

Rešitev

11. Skupaj: 7 točk

Slika kompleksnega števila (točka ali vektor)

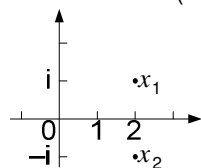


- 1 točka
- Absolutna vrednost je $\sqrt{13}$ (*1+1) 2 točki
- Izračunano število z^2 , npr. $z^2 = 4 - 12i + 9i^2 = -5 - 12i$ (1+1) 2 točki
- Izračunano število $\frac{1}{z} = \frac{2+3i}{13}$ ali $\frac{1}{z} = \frac{2}{13} + \frac{3}{13}i$ (1+1) 2 točki
- (Razširjanje s konjugirano vrednostjo ... 1 točka.)

Rešitev

12. Skupaj: 6 točk

- Izračun $D = 16 - 20 = -4$ 1 točka
- Izračunani obe rešitvi $x_{1,2} = \frac{4 \pm 2i}{2} = 2 \pm i$ (*1+1+1) 3 točke
- (Le uporaba ali zapis formule za rešitvi kvadratne enačbe ... *1 točka.)
- Narisani rešitve (točki ali vektorja)



..... (*1+1) 2 točki

Rešitev

13. Skupaj: 7 točk

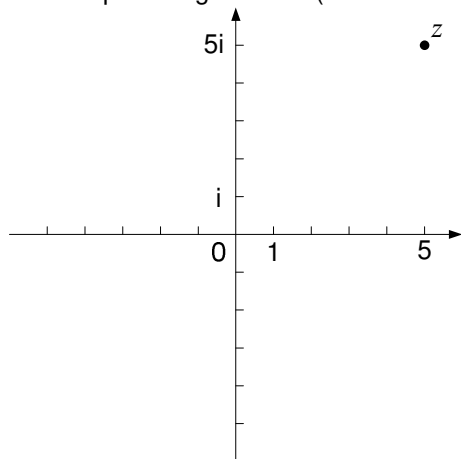
- Zapis ali uporaba $i^2 = -1$ 1 točka
- Izračunano $z_1 = 2 + 5i$ 1 točka
- Izračunano $z_2 = -2 + 5i$ 1 točka
- Izračunano $z_3 = 2 - 5i$ (1+1) 2 točki
- Ugotovitev $z_3 = -z_2$ in $z_3 = \overline{z_1}$ (1+1) 2 točki

Rešitev

14. Skupaj: 6 točk

- Izračunan produkt $5 + 5i$ 3 točke
- (Upoštevanje distributivnosti ... 1 točka, upoštevanje $i^2 = -1$... 1 točka.)

Slika kompleksnega števila (točka ali vektor)



..... *1 točka
Izračunana absolutna vrednost $5\sqrt{2}$ 2 točki
(Le uporaba formule za $|z|$... *1 točka.)

Rešitev

15. Skupaj: 6 točk

Kvadriranje izraza $(12 + 5i)^2 = 144 + 120i + 25i^2$ 1 točka
Zapis ali upoštevanje $i^2 = -1$ 1 točka
Zapis ali upoštevanje $\bar{z} = 12 - 5i$ 1 točka
Izračun $|12 + 5i| = 13$ 2 točki
(Uporaba formule za absolutno vrednost ... *1 točka.)
Rezultat $z^2 - i\bar{z} + 2|z| = 140 + 108i$ 1 točka

Rešitev

16. Skupaj: 6 točk

Zapis ali upoštevanje $i^2 = -1$ 1 točka
Izračunan kvadrat $-75 - 100i$ 1 točka
1. način
Upoštevanje $(2 + i)^{-1} = \frac{1}{2 + i}$ 1 točka
Razširjanje ulomka z $(2 - i)$ 1 točka
Izračunan produkt $-50 - 25i$ 2 točki
(Le pravilno izračunani števec ali imenovalac ... 1 točka.)
2. način
Zapisan sistem, npr. $2a - b = -75$, $a + 2b = -100$ 2 točki
(Le zapisana enačba, npr. $(5 - 10i)^2 = (2 + i)(a + bi)$... 1 točka.)
Rešitvi sistema $a = -50$, $b = -25$ 1 točka
Rešitev $a + bi = -50 - 25i$ 1 točka

Rešitev

17. Skupaj: 7 točk

Ugotovitev, da je $i^{139} = -i$ 1 točka
1. način
Izražen $z = \frac{-18 + i}{2 - 3i}$ 2 točki
(Le ureditev enačbe, npr. $2z - 3zi = -18 + i$... 1 točka.)
Izračunano kompleksno število $z = -3 - 4i$ (*1+1) 2 točki

Rezultat $|z| = 5$ 2 točki
(Le uporaba formule ... 1 točka.)

2. način

Vstavitev v enačbo, npr. $z = x + iy$ 1 točka

Nastavek sistema, npr. $2x + 3y = -18$ in $3x - 2y = -1$ *1 točka

Rešitev sistema $x = -3$ in $y = -4$ (1+1) 2 točki

Rezultat $|z| = 5$ 2 točki
(Le uporaba formule ... 1 točka.)

Rešitev

18. Skupaj: 6 točk

Zapis ali upoštevanje, npr. $\bar{z} = a - bi$ 1 točka

Ureditev enačbe, npr. $(4a + 2b) + i(4b + 2a) = 21 + 12i$ 1 točka

Zapisan sistem, npr. $4a + 2b = 21$ in $2a + 4b = 12$ *1 točka

Rešitvi: $b = \frac{1}{2}$ in $a = 5$ (*1+*1) *2 točka

Zapisana rešitev: $z = 5 + \frac{1}{2}i$ 1 točka

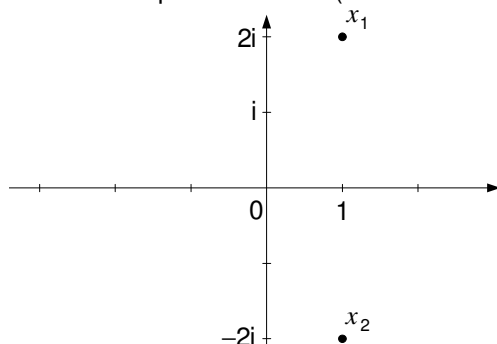
Rešitev

19. Skupaj: 5 točk

Rešitvi enačbe, npr. $x_{1,2} = 1 \pm 2i$ 3 točka

(Zapis ali uporaba formule za reševanje kvadratne enačbe ... *1 točka, ugotovitev $\sqrt{-16} = 4i$... 1 točka.)

Rešitev v kompleksni ravnini (točki ali vektorja)



..... (*1 + 1) 2 točki

Rešitev

20. Skupaj: 6 točk

Izračun $(2 - i)^2 = 4 - 4i + i^2 = 4 - 4i - 1$ (1 + 1) 2 točki

Izračunano ali upoštevano $i^{20} = 1$ 1 točka

Rešitev $x = 4$ 3 točke

(Le zapis števila z v obliki, npr. $z = 4 + (x - 4)i$... *1 točka. Le upoštevanje, da je imaginarna komponenta enaka 0 ... *1 točka.)

Rešitev

21. Skupaj: 8 točk

21.1. (2 točki)

Izračun $z \bar{z} = 9$ 2 točki

(Le zapis ali upoštevanje $\bar{z} = \sqrt{5} + 2i$... 1 točka.)

21.2. (1 točka)

Izračun $|z| = 3$ 1 točka

21.3. (3 točke)Izračun, npr. $z^2 = 5 - 4\sqrt{5}i - 4$ 1 točkaZapis ali uporaba $i^{19} = -i$ 1 točkaRezultat, npr. $1 - i(4\sqrt{5} + 1)$ (zadošča $1 - 4\sqrt{5}i - i$) 1 točka**21.4. (2 točki)**Rezultat, npr. $z^{-1} = \frac{\sqrt{5}}{9} + \frac{2}{9}i$ (zadošča $\frac{\sqrt{5} + 2i}{9}$) 2 točki(Le zapis $z^{-1} = \frac{\sqrt{5} + 2i}{(\sqrt{5} - 2i)(\sqrt{5} + 2i)}$... 1 točka.)**Rešitev****22. Skupaj: 6 točk**Izračunan produkt, npr. $10 + 5xi + 2i - x$ 2 točki(Le pravilno množenje ... 1 točka, upoštevanje $i^2 = -1$... *1 točka.)Zapisan sistem enačb $10 - x = 14$, $2 + 5x = y$ (*1 + *1) *2 točkiRešitvi $x = -4$, $y = -18$ (1 + 1) 2 točki**Rešitev****23. Skupaj: 8 točk**

$\frac{3}{2}$	D
1	K
-1	I
$\frac{4}{33}$	A
$\frac{1+i}{i}$	F
0	J
120	E
0,8	H
3	B

Vsaka pravilno dopolnjena vrstica 1 točka

Rešitev**24. Skupaj: 7 točk** $z = 2 + i$ 1 točka $w = -3 + 2i$ 1 točka $z \cdot w = -8 + i$ 1 točka $z \cdot w^{-1} = -\frac{4}{13} - \frac{7}{13}i$ 2 točki(Le zapis $\frac{(2+i)(-3-2i)}{(-3+2i)(-3-2i)}$... *1 točka.) $|z| = \sqrt{5}$ 1 točka $\bar{w} = -3 - 2i$ 1 točka**Rešitev****25. Skupaj: 5 točk**Ureditev $z = 4x - 1 + (-3x + 5)i$ 3 točke(Le upoštevanje $i^2 = -1$... 1 točka, realni del ... 1 točka, imaginarni del ... 1 točka.)Zapisana enačba $4x - 1 = -3x + 5$ 1 točka

Rešitev $x = \frac{6}{7}$ 1 točka