

KVADRATNA FUNKCIJA

1. Rešite kvadratno neenačbo: $\frac{x^2}{2} + x < \frac{3}{2}$. (5 točk)

Rešitev

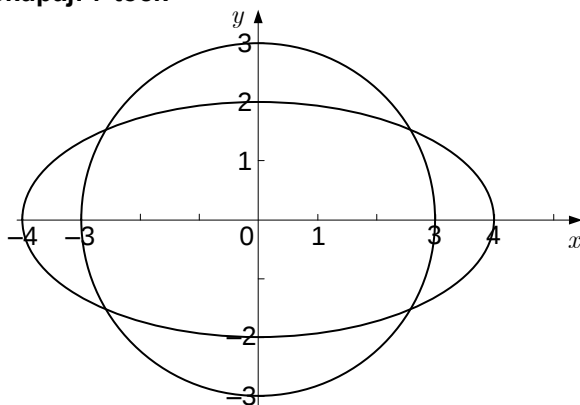
1. Skupaj: 5 točk

- Urejena neenačba, npr. $x^2 + 2x - 3 < 0$ 1 točka
 Ničli $x_1 = -3$, $x_2 = 1$ ali razcep $x + 3$ $x - 1$ *2 točki
 Rešitev, npr. $x \in -3, 1$ 2 točki
 (Skica grafa, predznaki funkcije ali zapisana oba sistema neenačb, napačno upoštevanje mej ... *1 točka.)

2. V spodnji koordinatni sistem skicirajte krivulji z enačbama $x^2 + y^2 = 9$ in $x^2 + 4y^2 = 16$.
 Izračunajte točne koordinate presečišč teh dveh krivulj. (7 točk)

Rešitev

2. Skupaj: 7 točk



- Narisana krožnica 1 točka
 Narisana elipsa 2 točki
 (Le ugotovitev, da je krivulja elipsa, ali zapisani polosi $a = 4$, $b = 2$... 1 točka.)
 Reševanje sistema (npr. odštevanje enačb, zamenjalni način ...) 1 točka
 Izračun ene izmed koordinat $y = \pm\sqrt{\frac{7}{3}}$ ali $x = \pm\sqrt{\frac{20}{3}}$ 2 točki
 (Le zapis pozitivne koordinate ali njenega kvadrata ... 1 točka.)
 Izračun druge koordinate $x = \pm\sqrt{\frac{20}{3}}$ ali $y = \pm\sqrt{\frac{7}{3}}$ 1 točka

3. V kateri točki je tangenta na krivuljo z enačbo $y = -x^3 - 3x^2 - 2x + 1$ vzporedna premici $y = x + 3$? (6 točk)

Rešitev

3. Skupaj: 6 točk

- Izračunani odvod $y' = -3x^2 - 6x - 2$ 1 točka
 Ugotovitev ali uporaba $k = 1$ 1 točka
 Zveza $y' = k_t$ ali $y' = 1$ *1 točka
 Razcep ali uporaba formule za kvadratno enačbo *1 točka
 Rešitev $x = -1$ 1 točka
 Rezultat $T -1, 1$ *1 točka

4. Izračunajte presečišči parabole $y = -x^2 + 2x + 3$ in premice $y = x + 1$. (6 točk)

Rešitev

4. Skupaj: 6 točk

1. način

Nastavek $-x^2 + 2x + 3 = x + 1$ 1 točka

Ureditev enačbe $x^2 - x - 2 = 0$ 1 točka

Razcep ali uporaba formule za rešitvi kvadratne enačbe *1 točka

Rešitvi enačbe -1 in 2 (1+1) 2 točki

Točki T_1 2, 3 in T_2 -1 , 0 *1 točka

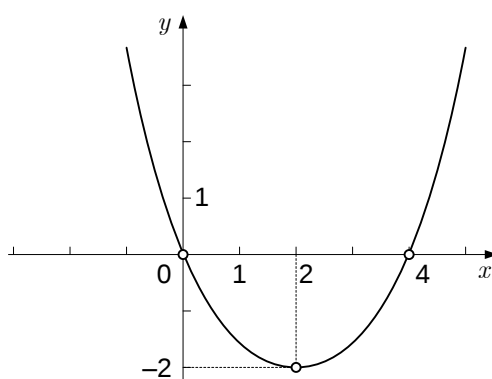
2. način

Pravilno narisani parabola in premica (1+1) 2 točki

Zapisani presečišči (1+1) 2 točki

Dokaz, da sta točki skupni obema grafoma (1+1) 2 točki

5. Parabola na sliki je graf kvadratne funkcije. Zapišite enačbo te kvadratne funkcije.



(6 točk)

Rešitev

5. Skupaj: 6 točk

1. način

Zapis ali upoštevanje ničel 0 in 4 1 točka

Enačba kvadratne funkcije $f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$ (zapis ali upoštevanje) 1 točka

Zapis $f(x) = ax^2 + bx + c$ 1 točka

Vstavitev točke $T(2, -2)$ *1 točka

Koeficient $a = \frac{1}{2}$ 1 točka

Enačba funkcije, npr. $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 2x + 4$ 1 točka

2. način

Zapis ali upoštevanje temena $T(2, -2)$ 1 točka

Enačba kvadratne funkcije $f(x) = a(x - p)^2 + q$ (zapis ali upoštevanje) 1 točka

Zapis $f(x) = a(x - 2)^2 - 2$ 1 točka

Vstavitev točke 0, 0 ali 4, 0 *1 točka

Koeficient $a = \frac{1}{2}$ 1 točka

Enačba funkcije, npr. $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 2x + 4$ 1 točka

3. način

Upoštevanje, da točke $T_1(0, 0)$, $T_2(4, 0)$ in $T_3(2, -2)$ ležijo na grafu 1 točka

Splošna oblika enačbe kvadratne funkcije $f(x) = ax^2 + bx + c$ (zapis ali upoštevanje) 1 točka

Zapis sistema enačb *1 točke
 Izračun koeficientov $a = \frac{1}{2}$, $b = -2$, $c = 0$ 2 točki
 (Vsaj en pravi koeficient ... 1 točka.)
 Enačba funkcije, npr. $f(x) = \frac{x^2}{2} - 2x$ 1 točka

6. Izračunajte, za katere vrednosti parametra m , $m \neq 0$, kvadratna funkcija
 $f(x) = mx^2 - m + 2x + m + 2$ nima realnih ničel. (7 točk)

Rešitev

6. Skupaj: 7 točk

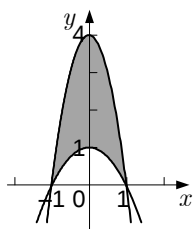
Zapis ali upoštevanje pogoja $D < 0$ 1 točka
 Izračun diskriminante, npr. $D = -3m^2 - 4m + 4$ 2 točki
 (Samo formula za D ... 1 točka.)
 Reševanje neenačbe $D < 0$, npr. izračun $m_1 = -2$, $m_2 = \frac{2}{3}$, ali
 razcep, npr. $m + 2 \geq 2 - 3m$ (*1+1) 2 točki
 Rešitev neenačbe, npr. $m \in -\infty, -2 \cup \frac{2}{3}, \infty$ (*1+1) 2 točki

7. V dani koordinatni sistem narišite paraboli $y = 1 - x^2$ in $y = 4 - 4x^2$. Izračunajte ploščino lika, ki ga omeujeta dani paraboli. (7 točk)

Rešitev

7. Skupaj: 7 točk

Slika



..... (1+1) 2 točki
 Zapis ali uporaba abscis presečišč parabol $x_{1,2} = \pm 1$ (tudi prebrano iz slike) 1 točka
 Nastavek, npr. $S = 2 \int_0^1 (4 - 4x^2 - (1 - x^2)) dx$ ali $S = \int_{-1}^1 (4 - 4x^2 - (1 - x^2)) dx$ 1 točka
 Izračun nedoločeni integral, npr. $3x - x^3 + C$ (lahko tudi brez C) 1 točka
 Vstavljeni meji *1 točka
 Rezultat $S = 4$ 1 točka

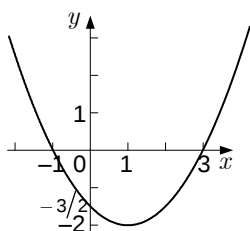
8. Izračunajte ničli, teme, presečišče z ordinatno osjo in narišite graf kvadratne funkcije
 $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - x - \frac{3}{2}$. (7 točk)

Rešitev

8. Skupaj: 7 točk

Izračunani ničli $x_1 = -1$ in $x_2 = 3$ (1+1) 2 točki
 Izračunani koordinati temena $T(1, -2)$ (1+1) 2 točki
 Izračunano, zapisano ali na grafu označeno presečišče z ordinatno osjo $T_0(0, -\frac{3}{2})$ 1 točka

Narisan graf



..... (*1+1) 2 točki

9. Rešite kvadratno enačbo $x^2 - ax + a = 0$ za $a = -2$. Rešitvi poenostavite. Zapišite točni rešitvi.
Pri katerih vrednostih parametra $a \in \mathbb{R}$ ima enačba $x^2 - ax + a = 0$ eno samo rešitev? (8 točk)

Rešitev

9. Skupaj: 8 točk

Zapis enačbe $x^2 + 2x - 2 = 0$ 1 točka

Rešitvi enačbe $x_{1,2} = -1 \pm \sqrt{3}$ (1+1+1) 3 točke

(Formula za reševanje kvadratne enačbe ... 1 točka, točni rešitvi ... 1 točka, poenostavitev ... 1 točka.)

Izračun $D = a^2 - 4a$ 1 točka

Zapisan ali uporabljen pogoj $D = 0$ *1 točka

Rešitvi $a = 0$, $a = 4$ (1+1) 2 točki

10. Narišite graf funkcije $f(x) = -x^2 - 2x + 3$. Zapišite interval, na katerem je funkcija padajoča.

(8 točk)

Rešitev

10. Skupaj: 8 točk

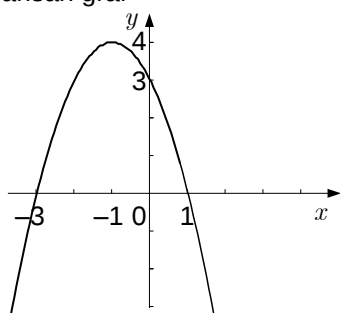
Izračunani ničli $x_1 = 1$, $x_2 = -3$ (1+1) 2 točki

(Le formula za ničli ali pravilen razcep ... 1 točka.)

Izračunano teme $T(-1, 4)$ (1+1) 2 točki

Izračunano ali upoštevano na grafu $f(0) = 3$ 1 točka

Narisan graf



..... 1 točka

Zapisan interval padanja $[-1, \infty)$ oz. $[-1, \infty)$ (*1+1) 2 točki

11. Naj bosta x_1 in x_2 rešitvi enačbe $\sqrt{2}x^2 - 4x - 2\sqrt{2} = 0$. Izračunajte vrednost izraza

$$x_1 + x_2^2 + 2x_1x_2.$$

(6 točk)

Rešitev

11. Skupaj: 6 točk

1. način

Ugotovitev, npr. $x_1 + x_2 = 2\sqrt{2}$ in $x_1x_2 = -2$ (2+2) 4 točke
(Le poznavanje formul ... (1+1) 2 točki.)

Rezultat 4 (*1+1) 2 točki
2. način

Rešitev enačbe, npr. $\frac{4 \pm 4\sqrt{2}}{2\sqrt{2}}$ (1+1) 2 točki
(Le poznavanje formule ... 1 točka.)

Vsota, npr. $x_1 + x_2 = 2\sqrt{2}$ 1 točka

Produkt, npr. $x_1x_2 = -2$ 1 točka

Rezultat 4 (*1+1) 2 točki

(Če kandidat preoblikuje enačbo v enačbo $x^2 - 2\sqrt{2}x - 2 = 0$, točkujemo enako.)

12. Kvadratna funkcija ima vodilni koeficient $a = 1$, eno od ničel $x_1 = 3$ in ekstremno vrednost pri $x = 1$. Zapišite to funkcijo. (7 točk)

Rešitev

12. Skupaj: 7 točk

1. način

Zapis ali uporaba temenske oblike kvadratne funkcije $f(x) = a(x - r)^2 + d$ 1 točka

Zapis $f(x) = 1(x - 1)^2 + d$ oz. upoštevanje $r = 1$ in $a = 1$ (1+1) 2 točki

Upoštevanje definicije ničle, npr. $f(3) = 0$ in nastavek enačbe za d (*1+1) 2 točki

Izračun $d = -4$ 1 točka

Rešitev, npr. $f(x) = x - 1^2 - 4$ ali $f(x) = x^2 - 2x - 3$ ali $f(x) = x - 3$ $x + 1$ 1 točka

2. način

Zapis ali uporaba splošne oblike kvadratne funkcije $f(x) = ax^2 + bx + c$ 1 točka

Upoštevanje $a = 1$ 1 točka

Odvod $f'(x) = 2x + b$ ali $-\frac{b}{2} = 1$ 1 točka

Ugotovitev $b = -2$ *1 točka

Upoštevanje $f(3) = 0$ (nastavek enačbe za c) 1 točka

Izračun $c = -3$ 1 točka

Rešitev, npr. $f(x) = x^2 - 2x - 3$ ali $f(x) = x - 1^2 - 4$ ali $f(x) = x - 3$ $x + 1$ 1 točka

3. način

Zapis ali uporaba ničelne oblike kvadratne funkcije $f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$ 1 točka

Zapis $f(x) = 1(x - 3)(x - x_2)$ oz. upoštevanje $a = 1$ in $x_1 = 3$ (1+1) 2 točki

Upoštevanje $r = \frac{-b}{2a} = 1$ ali odvod *1 točka

Nastavek enačbe za izračun x_2 , npr. $\frac{3 + x_2}{2} = 1$ 1 točka

Druge ničla $x_2 = -1$ 1 točka

Rešitev, npr. $f(x) = x^2 - 2x - 3$ ali $f(x) = x - 1^2 - 4$ ali $f(x) = x - 3$ $x + 1$ 1 točka

13. Izračunajte presečišči parabole $y = -x^2 + 2x + 3$ in premice $y = x + 1$.

(6 točk)

Rešitev

13. Skupaj: 6 točk

1. način

Nastavek $-x^2 + 2x + 3 = x + 1$	1 točka
Ureditev enačbe, npr. $x^2 - x - 2 = 0$	1 točka
Razcep ali uporaba formule za rešitvi kvadratne enačbe	*1 točka
Rešitvi enačbe -1 in 2	(1+1) 2 točki
Točki T_1 2, 3 in T_2 -1 , 0 ali njuni ordinati	*1 točka
<u>2. način</u>	
Pravilno narisani parabola in premica	(1+1) 2 točki
Zapisani presečišči	(1+1) 2 točki
Dokaz, da sta točki skupni obema grafoma	(1+1) 2 točki

14. Graf kvadratne funkcije $f(x) = ax^2 + bx + c$ poteka skozi točke $A(-1, 0)$, $B(0, 1)$ in $C(1, 5)$.
Izračunajte števila a , b in c ter zapišite predpis funkcije f . (6 točk)

Rešitev

14. Skupaj: 6 točk

Zapisan sistem treh enačb s tremi neznankami, npr. $a - b + c = 0$, $c = 1$, $a + b + c = 5$	(1+1+1) 3 točke
Izračunana $a = \frac{3}{2}$ in $b = \frac{5}{2}$	(1+1) 2 točki
(Kandidat, ki je začel reševati sistem s pravilno metodo, a je zaradi računskih napak dobil napačen rezultat, dobi 1 točko.)	
Zapisan predpis $f(x) = \frac{3}{2}x^2 + \frac{5}{2}x + 1$	1 točka

15. Zapišite enačbo kvadratne funkcije, ki ima pri $x = 1$ ekstremno vrednost 4 in ničlo $x_1 = 3$.
(7 točk)

Rešitev

15. Skupaj: 7 točk

<u>1. način</u>	
Zapis ali uporaba temenske oblike kvadratne funkcije $f(x) = a(x - r)^2 + d$	2 točki
Zapis $f(x) = a(x - 1)^2 + 4$ oz. upoštevanje $r = 1$, $d = 4$	*2 točki
(Vsak podatek 1 točka.)	
Upoštevanje definicije ničle, npr. $f(3) = 0$, nastavek enačbe za a	*1 točka
Izračun $a = -1$	1 točka
Rešitev $f(x) = -(x - 1)^2 + 4$ ali $f(x) = -x^2 + 2x + 3$ ali $f(x) = -x - 3$ $x + 1$	1 točka
<u>2. način</u>	
Zapis ali uporaba splošne oblike kvadratne funkcije $f(x) = ax^2 + bx + c$	1 točka
Odvod $f'(x) = 2ax + b$ ali formula $r = -\frac{b}{2a}$	1 točka
Upoštevanje $f'(1) = 0$ oz. ugotovitev $b = -2a$	*1 točka
Upoštevanje $f(1) = 4$ in $f(3) = 0$ (nastavitev sistema)	(*1+*1) *2 točki
Izračun $a = -1$, $b = 2$, $c = 3$	1 točka
Rešitev $f(x) = -x^2 + 2x + 3$ ali $f(x) = -(x - 1)^2 + 4$ ali $f(x) = -x - 3$ $x + 1$	1 točka
<u>3. način</u>	
Zapis ali uporaba ničelne oblike kvadratne funkcije $f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$	2 točki
Ugotovitev druge ničle $x_2 = -1$	1 točka
Zapis ali upoštevanje $f(x) = a(x - 3)(x + 1)$	*1 točka
Upoštevanje $f(1) = 4$	*1 točka
Izračun $a = -1$	1 točka
Rešitev $f(x) = -(x - 3)(x + 1)$ ali $f(x) = -x^2 + 2x + 3$ ali $f(x) = -(x - 1)^2 + 4$	1 točka

4. način

Zapis ali uporaba splošne oblike kvadratne funkcije $f(x) = ax^2 + bx + c$ 1 točka

Ugotovitev druge ničle $x_2 = -1$ 1 točka

Upoštevanje $f(1) = 4$, $f(3) = 0$, $f(-1) = 0$ (nastavitev sistema) (*1+*1+*1) *3 točke

Izračun $a = -1$, $b = 2$, $c = 3$ 1 točka

Rešitev $f(x) = -x^2 + 2x + 3$ ali $f(x) = -(x-1)^2 + 4$ ali $f(x) = -(x-3)(x+1)$ 1 točka

(Kandidatu štejemo postopkovne točke le v primeru, ko začne z nastavkom kvadratne funkcije – velja za vse načine.)

16. Rešite enačbo $x^2 - 4x + 5 = 0$ in narišite rešitvi v kompleksni ravnini. (6 točk)

Rešitev

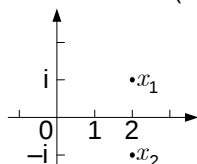
16. Skupaj: 6 točk

Izračun $D = 16 - 20 = -4$ 1 točka

Izračunani obe rešitvi $x_{1,2} = \frac{4 \pm 2i}{2} = 2 \pm i$ (*1+1+1) 3 točke

(Le uporaba ali zapis formule za rešitvi kvadratne enačbe ... *1 točka.)

Narisani rešitve (točki ali vektorja)



..... (*1+1) 2 točki

17. V koordinatne sisteme narišite množice točk, ki ustrezajo pogojem:

17.1. $x + y = 4$

17.2. $x^2 + y = 4$

17.3. $x^2 + y^2 = 4$

17.4. $x^2 - y^2 = 4$

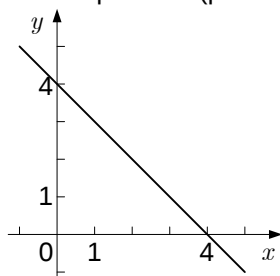
(8 točk)

Rešitev

17. Skupaj: 8 točk

17.1. (2 točki)

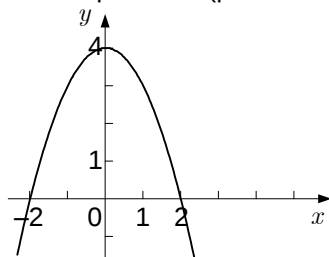
Narisana premica (pravilno upoštevana oba parametra k in n ali m in n)



..... (1+1) 2 točki

17.2. (2 točki)

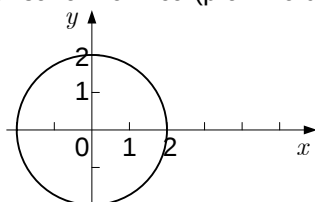
Narisana parabola (pravilno upoštevana teme in presečišči z abscisno osjo)



..... (1+1) 2 točki

17.3. (2 točki)

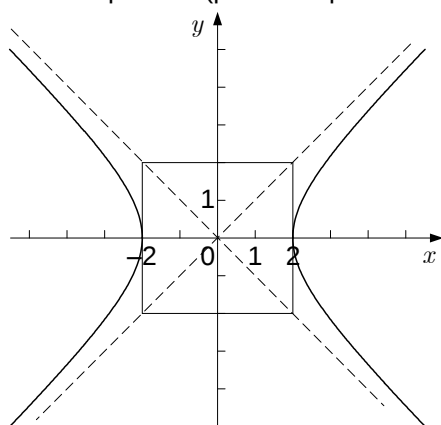
Narisana krožnica (pravilno upoštevano središče in polmer)



..... (1+1) 2 točki

17.4. (2 točki)

Narisana hiperbola (pravilno upoštevani asimptoti in temeni)



..... (1+1) 2 točki

18. Dana je kvadratna enačba $ax^2 - 4x + 2 = 0$, $a \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$. Rešite to enačbo za $a = -2$. Zapišite točni rešitvi. Za katera števila a ima zgornja enačba dve različni realni rešitvi? (6 točk)

Rešitev

18. Skupaj: 6 točk

Rešitvi enačbe, npr. $\frac{4 \pm \sqrt{32}}{-4}$ ali $-1 \pm \sqrt{2}$ 3 točke

(Formula za rešitvi kvadratne enačbe ... 1 točka, pravilno izračunana diskriminanta ... 1 točka.)

Izračunana diskriminanta $D = 16 - 8a$ 1 točka

Odgovor, npr. $a \in -\infty, 2$ 2 točki

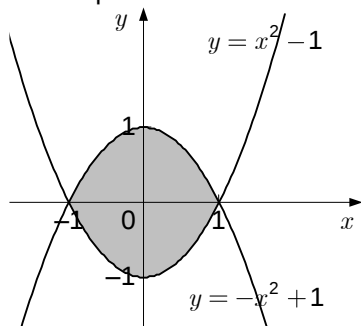
(Le ugotovitev $D > 0$... 1 točka.)

19. Narišite grafa kvadratnih funkcij $f(x) = -x^2 + 1$ in $g(x) = x^2 - 1$ v dani koordinatni sistem. Izračunajte ploščino lika, ki ga omejujeta grafa obeh funkcij. (8 točk)

Rešitev

19. Skupaj: 8 točk

Narisani paraboli v koordinatnem sistemu



..... (1+1) 2 točki
Zapisana ploščina z določenim integralom, npr. $S = \int_{-1}^{+1} 2 - 2x^2 \, dx$ (1+1) 2 točki

Izračunan nedoločeni integral, npr. $2x - \frac{2x^3}{3} + C$ (lahko tudi brez C) (1+1) 2 točki

Pravilno vstavljeni integracijski meji *1 točka

Zapisan rezultat $S = \frac{8}{3}$ 1 točka

20. Dani sta kvadratna funkcija $f(x) = -2x^2 + 3x - 4$ in linearna funkcija $g(x) = 2x - 4$. Izračunajte presečišči njunih grafov. (6 točk)

Rešitev

20. Skupaj: 6 točk

Upoštevanje $f(x) = g(x)$, npr. $-2x^2 + 3x - 4 = 2x - 4$ 1 točka

Zapisana kvadratna enačba, npr. $2x^2 - x = 0$ 1 točka

Zapisani rešitvi kvadratne enačbe: $x_1 = 0$, $x_2 = \frac{1}{2}$ (*1+1) 2 točki

Zapisani presečišči, npr. $T_1(0, -4)$ in $T_2(\frac{1}{2}, -3)$ (*1+1) 2 točki

21. Imamo kvadratno funkcijo $f(x) = x^2 - 2x - 3$. Izračunajte ničli in koordinati temena ter zapišite presečišče grafa funkcije f z osjo y . Narišite graf funkcije f . Na katerem intervalu je funkcija f negativna? (8 točk)

Rešitev

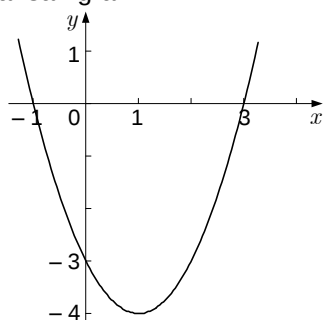
21. Skupaj: 8 točk

Izračunani ali upoštevani ničli $x_1 = -1$ in $x_2 = 3$ (1+1) 2 točki
(Le razcep ali uporaba formule ... 1 točka.)

Izračunano teme $T(1, -4)$ (1+1) 2 točki

Zapisano presečišče z osjo y : $P(0, -3)$ 1 točka

Narisan graf



..... (*1+1) 2 točki
Funkcija je negativna na intervalu $[-1, 3]$ 1 točka

22. Rešite te štiri enačbe v množici realnih števil. Rešitve naj bodo zapisane točno.

22.1. $2x - 1 = 0$

(1)

22.2. $2x^2 - 1 = 0$

(2)

22.3. $2x^3 - 1 = 0$

(1)

22.4. $2x^4 - 1 = 0$

(2)

Rešitev

22. Skupaj: 6 točk

22.1. (1 točka)

Rešitev enačbe, npr. $x = \frac{1}{2}$ 1 točka

22.2. (2 točki)

Rešitvi, npr. $x_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}$, $x_2 = -\frac{1}{\sqrt{2}}$ (1+1) 2 točki

22.3. (1 točka)

Rešitev, npr. $x = \frac{1}{\sqrt[3]{2}}$ 1 točka

22.4. (2 točki)

Rešitvi, npr. $x_1 = \frac{1}{\sqrt[4]{2}}$, $x_2 = -\frac{1}{\sqrt[4]{2}}$ (1+1) 2 točki

23. Pokažite, da je kompleksno število $-2 + i\sqrt{5}$ rešitev enačbe $x^2 = -4x - 9$. Zapišite še drugo rešitev te enačbe. (6 točk)

Rešitev

23. Skupaj: 6 točk

1. način

Izračunana diskriminanta $D = -20$ 1 točka

Zapisani rešitvi $\frac{-4 \pm \sqrt{-20}}{2}$ 2 točki

(Le uporaba formule za rešitvi kvadratne enačbe ... 1 točka.)

Upoštevanje, npr. $\pm\sqrt{-20} = \pm i\sqrt{20}$ (lahko tudi $\sqrt{-20} = i\sqrt{20}$) 1 točka

Zapisani rešitvi $-2 + i\sqrt{5}$ in $-2 - i\sqrt{5}$ (1+1) 2 točki

2. način

Vstavljeno število $-2 + i\sqrt{5}$ v enačbo 1 točka

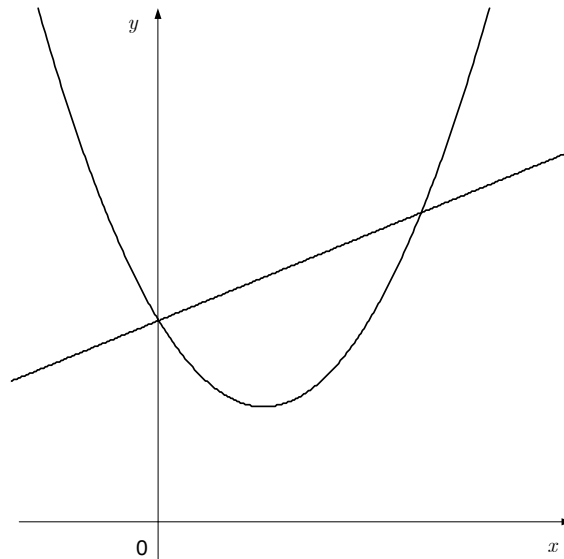
Upoštevanje $i^2 = -1$ 1 točka

Izračunan kvadrat, npr. $4 - 4i\sqrt{5} + 5i^2$ 1 točka

Izračunani obe strani enačbe ali izračunan izraz $x^2 + 4x + 9 = 0$ 1 točka

Zapisana druga rešitev $-2 - i\sqrt{5}$ 2 točki

24. Na sliki sta narisana grafa funkcij $f(x) = x^2 - 2x + \frac{7}{3}$ in $g(x) = \frac{x}{2} + \frac{7}{3}$. Izračunajte presečišči grafov f in g . Rešite neenačbo $f(x) > g(x)$. Nalogo rešite brez uporabe računalnika.



(8 točk)

Rešitev

24. Skupaj: 8 točk

Zapis ali uporaba, npr. $f(x) = g(x)$ 1 točka

Ureditev kvadratne enačbe, npr. $x^2 - \frac{5}{2}x = 0$ 1 točka

Izračunani rešitvi $x_1 = 0$ in $x_2 = \frac{5}{2}$ (*1+1) 2 točki

Zapisani presečišči $T_1(0, \frac{7}{3})$ in $T_2(\frac{5}{2}, \frac{43}{12})$ (1+1) 2 točki

(Le izračun $y_1 = \frac{7}{3}$ in $y_2 = \frac{43}{12}$... 1 točka.)

Rešitev neenačbe, npr. $x \in (-\infty, 0) \cup (\frac{5}{2}, \infty)$ (*1+1) 2 točki

(Zapisan vsaj en interval ... 1 točka.)

25. Izračunajte diskriminante in poiščite vse rešitve kvadratnih enačb. Rezultate zapišite v preglednico.

Enačba	Diskriminanta	Rešitve enačbe
$x^2 - 6x + 9 = 0$		
$x^2 - 3x - 10 = 0$		
$x^2 - 6x + 10 = 0$		

(7 točk)

Rešitev

25. Skupaj: 7 točk

Izračunane in zapisane diskriminante kvadratnih enačb $D_1 = 0$, $D_2 = 49$ in $D_3 = -4$ 2 točki

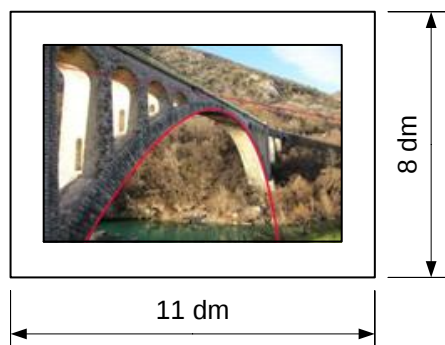
(Le dve pravilni diskriminanti ... 1 točka. Kandidat, ki pravilno izračuna vse diskriminante, a jih ne vpiše v preglednico, dobi le 1 točko.)

Rešitev prve enačbe $x_{1,2} = 3$ 1 točka

Rešitvi druge enačbe $x_1 = 5$, $x_2 = -2$ (1 + 1) 2 točki

Rešitvi tretje enačbe $x_{1,2} = 3 \pm i$ (1 + 1) 2 točki
 (Kandidat, ki pravilno reši kvadratno enačbo ali kvadratne enačbe, a rešitev ne vpiše v preglednico, dobi za rešitve vsake kvadratne enačbe po 1 točko.)

26. Zunanji rob okvira slike je pravokotnik dimenzij $11 \text{ dm} \times 8 \text{ dm}$. Okvir slike je ob vseh štirih robovih enako širok. Znotraj notranjega roba okvira je slika s ploščino $61,75 \text{ dm}^2$. Izračunajte širino okvira.



(7 točk)

Rešitev

26. Skupaj: 7 točk

1. način

Izbira širine roba za neznanko, npr. x 1 točka
 Zapis dolžine slike, npr. $11 - 2x$ ali $11 - y$ 1 točka
 Zapis širine slike, npr. $8 - 2x$ ali $8 - y$ 1 točka
 Zapis enačbe, npr. $(11 - 2x)(8 - 2x) = 61,75$ 1 točka
 Urejena enačba, npr. $16x^2 - 152x + 105 = 0$ 1 točka
 Zapis rešitev $x_1 = 8,75 \text{ dm}$, $x_2 = 0,75 \text{ dm}$ 1 točka
 Izložena neustrezna rešitev $8,75 \text{ dm}$ ali zapisan odgovor 1 točka

2. način

Izbira širine roba za neznanko, npr. x 1 točka
 Ploščina okvirja je $26,25 \text{ dm}^2$ 1 točka
 Zapis ploščine okvirja z neznanko, npr. $11 \cdot 2x + 8 - 2x \cdot 2x$ 2 točki
 (Samo en člen ... 1 točka.)
 Urejena enačba, npr. $4x^2 - 38x + 26,25 = 0$ 1 točka
 Zapis rešitev $x_1 = 8,75 \text{ dm}$, $x_2 = 0,75 \text{ dm}$ 1 točka
 Izložena neustrezna rešitev $8,75 \text{ dm}$ ali zapisan odgovor 1 točka

(Če je kandidat nalogo pravilno rešil s poskušanjem, dobi vse točke.)

27. Število 2 je dvakratna ničla polinoma $p(x) = 2x^4 - 3x^3 - 15x^2 + ax - 12$. Izračunajte koeficient a in preostali ničli polinoma p . (8 točk)

Rešitev

27. Skupaj: 8 točk

Izračunano: $p(2) = 2a - 64$ (lahko s Hornerjevim algoritmom) 1 točka
 Upoštevano ali zapisano, da je $p(2) = 0$ *1 točka
 Izračunan koeficient $a = 32$ 1 točka
 Izračunan ali uporabljen količnik $k(x) = 2x^2 + 5x - 3$ (*1 + 1) 2 točki
 Upoštevanje: $2x^2 + 5x - 3 = 0$ 1 točka

Izračunani ničli: $x_3 = -3$ in $x_4 = \frac{1}{2}$ (1 + 1) 2 točki

28. Pri katerih vrednostih realnega števila x leži graf funkcije f , ki je dana s predpisom $f(x) = 2x^2 + 4x - 2$, pod premico z enačbo $y = -x + 1$. (6 točk)

Rešitev

28. Skupaj: 6 točk

Zapis neenačbe $2x^2 + 4x - 2 < -x + 1$ 1 točka

Ureditev neenačbe, npr. $2x^2 + 5x - 3 < 0$ 1 točka

Izračun $x_1 = -3$, $x_2 = \frac{1}{2}$ 2 točki

(Le razcep ali uporaba formule za korene urejene kvadratne enačbe ... 1 točka.)

Zapis rešitve, npr. $x \in -3, \frac{1}{2}$ (*1 + 1) 2 točki

(*1 točko dobi kandidat za pravilno zapisan interval s sicer napačno izračunanimi koreni ali za zaprti ali polzaprti interval s pravilno izračunanimi koreni.)

(Upoštevamo tudi reševanje z enačbo $2x^2 + 4x - 2 = -x + 1$.)

29. Izračunajte ploščino lika, ki ga omejujeta krivulji $y = x + 2$ in $y = x^2 - 2x + 2$. (7 točk)

Rešitev

29. Skupaj: 7 točk

Izračunani abscisi presečišč $x_1 = 0$, $x_2 = 3$ 2 točki

(Le zapis enačbe $x + 2 = x^2 - 2x + 2$... 1 točka.)

Zapisana ploščina, npr. $S = \int_0^3 (x + 2 - (x^2 - 2x + 2)) dx$ (*1+1) 2 točki

Izračunan nedoločeni integral $\int -x^2 + 3x dx = -\frac{x^3}{3} + \frac{3x^2}{2} + C$ (tudi brez C) (1+1) 2 točki

(Le uporaba pravila za integracijo potence v vseh členih integranda ... *1 točka.)

Izračunana ploščina $S = \frac{9}{2}$ 1 točka

30. Zemljišče s ploščino 405 m^2 ima obliko pravokotnika. Za njegovo ograditev bi potrebovali 81 m ograje. Izračunajte dolžino in širino zemljišča. (6 točk)

Rešitev

30. Skupaj: 6 točk

Zapisana ali uporabljena formula za ploščino pravokotnika, npr. $S = ab$ 1 točka

Zapisana ali uporabljena formula za obseg pravokotnika, npr. $o = 2a + 2b$ 1 točka

Zapisana kvadratna enačba z eno neznanko, npr. $a \cdot 40,5 - a = 405$ *1 točka

(Postopkovno točko prejme kandidat za pravilno reševanje svojega sistema.)

Urejena kvadratna enačba, npr. $a^2 - 40,5a + 405 = 0$ 1 točka

Zapisana rešitev, npr. $a = 22,5 \text{ m}$ in $b = 18 \text{ m}$ (1 + 1) 2 točki

(Le rešitev kvadratne enačbe, npr. $a_1 = 22,5 \text{ m}$ in $a_2 = 18 \text{ m}$... 1 točka.)

31. Dani sta paraboli z enačbama $y = x^2 - x - 2$ in $y = x^2$.

31.1. Paraboli se sekata v točki P . Izračunajte koordinati točke P .

(2)

31.2. Zapišite enačbi tangent na paraboli v njunem presečišču.

(3)

31.3. Izračunajte kot med parabolama.

(2)

Rešitev

31. Skupaj: 7 točk

31.1. (2 točki)

Izračunani koordinati presečišča $P -2, 4$ ali $x = -2, y = 4$ 2 točki

(Le $x^2 - x - 2 = x^2$... 1 točka.)

31.2. (3 točke)

Zapisani enačbi tangent

$y = -5x - 6, y = -4x - 4$ 3 točke

(Izračunana oba odvoda ... 1 točka, izračunana oba smerna koeficienta ... *1 točka. Zapisana le ena enačba tangente ... 2 točki.)

31.3. (2 točki)

Izračunan kot, npr. $\varphi = \arctan \frac{1}{21} \doteq 2,73^\circ = 2^\circ 44'$ 2 točki

(Le zapis ali uporaba formule $\tan \varphi = \left| \frac{k_2 - k_1}{1 + k_1 k_2} \right|$... 1 točka.)

32. Rešite enačbe. Rezultati naj bodo točni.

32.1.

$$x^2 + 2x = 4$$

(2)

32.2.

$$4^x = 2$$

(1)

32.3.

$$\log_4 x = 2$$

(1)

32.4.

$$4 \sin x = 2$$

(3)

Rešitev

32. Skupaj: 7 točk

32.1. (2 točki)

Zapisani rešitvi, npr. $x_{1,2} = -1 \pm \sqrt{5}$ 2 točki

(Le urejena kvadratna enačba $x^2 + 2x - 4 = 0$... 1 točka.)

32.2. (1 točka)

Zapisana rešitev $x = \frac{1}{2}$ 1 točka

32.3. (1 točka)

Zapisana rešitev $x = 16$ 1 točka

32.4. (3 točke)

Urejena enačba, npr. $\sin x = \frac{1}{2}$ 1 točka

Zapisani družini rešitev, npr. $x \in \frac{\pi}{6} + k \cdot 2\pi, \frac{5\pi}{6} + k \cdot 2\pi; k \in \mathbb{Z}$ (1 + 1) 2 točki

(Le obe delni rešitvi $\frac{\pi}{6}$ in $\frac{5\pi}{6}$... 1 točka.)

Upoštevamo tudi zapis, npr. $x_1 = \frac{\pi}{6} + k \cdot 2\pi, x_2 = \frac{5\pi}{6} + k \cdot 2\pi; k \in \mathbb{Z}.$

(Če kandidat nikjer ne zapiše, da je $k \in \mathbb{Z}$, se mu odšteje 1 točka.)