

1. Okrajšajte ulomke:

1.1. $\frac{204}{5202}$

(3)

1.2. $\frac{x^2 - 3x}{x^2 - 9}$ ($x \neq -3, x \neq 3$)

(3)

1.3. $\frac{n!}{n! + (n+1)!}$ ($n \in \mathbb{N}$)

(2)

(8 točk)

2. Poenostavite izraz $\frac{3}{x-2} - \frac{1}{x+2} - 4(x^2 - 4)^{-1}$; $x \neq -2, x \neq 2$.

(6 točk)

3. Razstavite izraze v množici realnih števil ali pa napišite, da to ni mogoče.

$2x^3 + x^2$

$x^2 - 16$

$x^2 + 25$

$x^2 - 2x + 15$

$x^2 - 6x + 8$

$$x^3 + 3x^2 - 9x - 27$$

(7 točk)

4. Izračunajte vrednost izraza $11 \times (-1)^{n-1} + (3 - 2 \times 2)^n - (-1)^{n+1} + 3 \times 1^0$ za vsako sodo naravno število n .

(6 točk)

5. Rešite neenačbo $(2x - 3)^2 - 2x \leq (2x - 3)(2x + 3) - 10$. Množico rešitev zapišite kot interval in jo ponazorite na številski premici.

(6 točk)

6. Dane algebrske izraze razstavite na čim več faktorjev v množici realnih števil.

6.1. $a^2 - 3a =$

(1)

6.2. $x^2 + 2x - 48 =$

(1)

6.3. $a^3 + 2a^2 - 9a - 18 =$

(2)

6.4. $2x^4 - 72x^2 =$

(2)

6.5. $a^3 - 27 =$

(2)

(8 točk)

7. Okrajšajte ulomka:

7.1. $\frac{x^2 - 2x - 3}{x^2 - 1}$, $x \neq -1, x \neq 1$

(3)

7.2. $\frac{x^5 - 4x^3}{x^6 + 2x^5}$, $x \neq 0, x \neq -2$

(5)

(8 točk)

8. Poenostavite izraz $\frac{2}{a^2 - 9} - \frac{1}{a^2 + 3a}$; $a \neq -3, a \neq 3, a \neq 0$.
- (6 točk)

9. Izračunajte pozitivno realno število a tako, da bo ploščina lika med parabolo $y = x^2 + a$ in abscisno osjo na intervalu $[1, 2]$ enaka $\frac{20}{3}$.
- (8 točk)

10. Rešite sistem neenačb $(x + 2)^2 \leq x^2 + 8$ in $\frac{1-3x}{2} < 5$.
- (5 točk)

11. Poenostavite izraz $\frac{a+1}{a+6} - \frac{(a+2)(a-4)}{a^2+4a-12}$, če je $a \neq -6$ in $a \neq 2$.
- (5 točk)

12. Naj bosta a in b poljubni realni števili, $a > 0$ in $b \neq 0$. Vsak izraz v levem stolpcu preglednice je enak enemu izrazu v desnem stolpcu. Izrazi v desnem stolpcu so označeni s črkami od A do L.

V preglednico v za to namenjen prostor vpišite črko izraza, ki je enak izrazu v levem stolpcu preglednice (prva vrstica je že pravilno izpolnjena).

a^0	L	(A) ab^4
$(ab^2)^2$		(B) b
$(a+b^2)^2$		(C) $ b $
$(ab^2):(ab)^3$		(D) a^2b^4
$\sqrt{a} \cdot \sqrt[3]{ab}$		(E) $a^{-2}b^{-1}$
$\sqrt{b^2}$		(F) $a^{\frac{5}{6}}b^{\frac{1}{3}}$
		(G) $a^2 + 2ab^2 + b^4$
		(H) $\sqrt[5]{a^5b^5}$
		(I) $a^2 + b^4$

(J) $a^{-3}b^{-1}$

(K) - 1

(L) 1

(5 točk)

13. Zveza med Fahrenheitovo lestvico [$^{\circ}\text{F}$] in Celzijevo lestvico [$^{\circ}\text{C}$] je formula $F = \frac{9C + 160}{5}$.

13.1. Koliko stopinj $^{\circ}\text{F}$ je pri 37°C ?

(1)

13.2. Koliko stopinj $^{\circ}\text{C}$ je pri 59°F ?

(2)

13.3. Pri kateri temperaturi kažeta oba termometra enako vrednost?

(4)

(7 točk)

Rešitev

1. **Skupaj: 8 točk**

1.1. (3 točke)

Rezultat $\frac{2}{51}$ 3 točke

(Krajšanje z 2 ... 1 točka, krajšanje s 3 ... 1 točka, krajšanje s 17 ... 1 točka. Le pravilno izračunan največji skupni delitelj števca in imenovalca 102 ... 1 točka.)

1.2. (3 točke)

Rezultat $\frac{x}{x+3}$ 3 točke

(Razstavljen števec ... 1 točka, razstavljen imenovalec ... 1 točka.)

1.3. (2 točki)

Rezultat $\frac{1}{n+2}$ 2 točki

(Pravilno izpostavljanje skupnega faktorja $n!$ v imenovalcu ... 1 točka.)

Rešitev

2. **Skupaj: 6 točk**

Zapis $4(x^2 - 4)^{-1} = \frac{4}{x^2 - 4}$ 1 točka

Skupni imenovalec, npr. $(x - 2)(x + 2)$ *1 točka

Razširitev ulomkov 1 točka

Poenostavitev števca v $2x + 4$ *1 točka

Razstavitev števca v $2(x + 2)$ 1 točka

Zapisan rezultat, npr. $\frac{2}{x - 2}$ 1 točka

Rešitev

3. **Skupaj: 7 točk**

$2x^3 + x^2 = x^2(2x + 1)$ 1 točka

$x^2 - 16 = (x - 4)(x + 4)$ 1 točka

$$\begin{aligned}
 x^2 + 25 &\text{ ni mogoče razstaviti v } \mathbb{R} && 1 \text{ točka} \\
 x^2 - 2x + 15 &\text{ ni mogoče razstaviti v } \mathbb{R} && 1 \text{ točka} \\
 x^2 - 6x + 8 &= (x - 4)(x - 2) && 1 \text{ točka} \\
 x^3 + 3x^2 - 9x - 27 &= x^2(x + 3) - 9(x + 3) = (x + 3)(x^2 - 9) = (x + 3)^2(x - 3) && (1+1) 2 \text{ točki}
 \end{aligned}$$

Rešitev

4. Skupaj: 6 točk

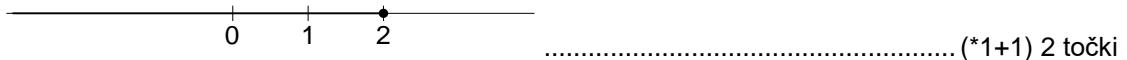
$$\begin{aligned}
 \text{Izračun } (-1)^{n-1} &= -1 && 1 \text{ točka} \\
 \text{Izračun } 3 - 2 \cdot 2 &= -1 && 1 \text{ točka} \\
 \text{Izračun } (3 - 2 \cdot 2)^n &= 1 && 1 \text{ točka} \\
 \text{Izračun } (-1)^{n+1} &= -1 && 1 \text{ točka} \\
 \text{Izračun } 1^0 &= 1 && 1 \text{ točka} \\
 \text{Rezultat: } -6 & && 1 \text{ točka}
 \end{aligned}$$

(Če kandidat za n vstavi konkretno sodo število, dobi največ 3 točke.)

Rešitev

5. Skupaj: 6 točk

$$\begin{aligned}
 \text{Kvadriranje, npr. } (2x - 3)^2 &= 4x^2 - 12x + 9 && 1 \text{ točka} \\
 \text{Ureditev neenačbe, npr. } -14x \neq -28 & && 1 \text{ točka} \\
 \text{Rešitev } x \in \mathbb{Z} & && 1 \text{ točka} \\
 \text{Zapisani interval, npr. } (-\infty, 2] & && *1 \text{ točka} \\
 \text{Ponazoritev, npr.} & &&
 \end{aligned}$$



Rešitev

6. Skupaj: 8 točk

$$\begin{aligned}
 \mathbf{6.1. (1 točka)} \quad a^2 - 3a &= a(a - 3) && 1 \text{ točka} \\
 \mathbf{6.2. (1 točka)} \quad x^2 + 2x - 48 &= (x + 8)(x - 6) && 1 \text{ točka} \\
 \mathbf{6.3. (2 točki)} \quad a^3 + 2a^2 - 9a - 18 &= (a - 3)(a + 3)(a + 2) && (1+1) 2 \text{ točki} \\
 \mathbf{6.4. (2 točki)} \quad 2x^4 - 72x^2 &= 2x^2(x - 6)(x + 6) && (1+1) 2 \text{ točki} \\
 \mathbf{6.5. (2 točki)} \quad a^3 - 27 &= (a - 3)(a^2 + 3a + 9) && 2 \text{ točki}
 \end{aligned}$$

Rešitev

7. Skupaj: 8 točk

$$\begin{aligned}
 \mathbf{7.1. (3 točke)} \quad \text{Razcep števca: } (x - 3)(x + 1) && 1 \text{ točka} \\
 \text{Razcep imenovalca: } (x - 1)(x + 1) && 1 \text{ točka} \\
 \text{Rezultat, npr. } \frac{x - 3}{x - 1} && 1 \text{ točka} \\
 \mathbf{7.2. (5 točk)}
 \end{aligned}$$

Razcep števca: $x^3(x - 2)(x + 2)$.	2 točki
(Le izpostavljena potenca $x^3(x^2 - 4)$... 1 točka.)	
Razcep imenovalca $x^5(x + 2)$	1 točka
Rezultat, npr. $\frac{x - 2}{x^2}$	2 točki

(Le krajšanje enega faktorja ... 1 točka.)

Rešitev

8. Skupaj: 6 točk

Razcep imenovalca prvega ulomka: $(a - 3)(a + 3)$	1 točka
Razcep imenovalca drugega ulomka: $a(a + 3)$	1 točka
Skupni imenovalec, npr. $a(a - 3)(a + 3)$	*1 točka
Razširitev obeh ulomkov	*1 točka
Poenostavitev števca, npr. $a + 3$	1 točka
Rezultat, npr. $\frac{1}{a(a - 3)}$	1 točka

(Reševanje enačbe štejemo kot nekorekten zapis.)

Rešitev

9. Skupaj: 8 točk

Zapisan določeni integral: $\int_1^2 (x^2 + a) dx$	(1+1) 2 točki
Izračunan nedoločeni integral $\frac{x^3}{3} + ax + C$ (lahko tudi brez C)	(1+1) 2 točki
Vstavljeni meji	*1 točka
Izračunan določeni integral: $\frac{7}{3} + a$	1 točka
Izenačitev določenega integrala z $\frac{20}{3}$	*1 točka
Rezultat: $a = \frac{13}{3}$	1 točka

Rešitev

10. Skupaj: 5 točk

Pravilno kvadriranje $(x + 2)^2 = x^2 + 4x + 4$	1 točka
Rešitev prve neenačbe, npr. $x \leq 1$	1 točka
Odpravljen ulomek v drugi neenačbi	1 točka
Rešitev druge neenačbe, npr. $x > -3$	1 točka
Rešitev sistema, npr. $-3 < x \leq 1$	1 točka

Rešitev

11. Skupaj: 5 točk

Razstavljen imenovalec drugega ulomka, npr. $a^2 + 4a - 12 = (a + 6)(a - 2)$	1 točka
Razširitev na skupni imenovalec, npr. $\frac{(a + 1)(a - 2) - (a + 2)(a - 4)}{(a + 6)(a - 2)}$	*1 točka
Pravilno množenje v števcu, npr. $\frac{a^2 - a - 2 - (a^2 - 2a - 8)}{(a + 6)(a - 2)}$	1 točka

Poenostavljen števec, npr. $\frac{a+6}{(a+6)(a-2)}$ 1 točka

Rezultat: $\frac{1}{a-2}$ 1 točka

Rešitev

12. Skupaj: 5 točk

$(ab^2)^2$	D
$(a+b^2)^2$	G
$(ab^2) \cdot (ab)^3$	E
$\sqrt{a} \times \sqrt[3]{ab}$	F
$\sqrt{b^2}$	C

Vsaka pravilno dopolnjena vrstica 1 točka

Rešitev

13. Skupaj: 7 točk

13.1. (1 točka)

Izračun $f = 98,6 \text{ } ^\circ\text{F}$ 1 točka

13.2. (2 točki)

Izračun $c = 15 \text{ } ^\circ\text{C}$ 2 točki

(Le zapis enačbe, npr. $59 = \frac{9C + 160}{5}$... 1 točka.)

13.3. (4 točke)

Zapis $C = \frac{9C + 160}{5}$ ali $F = \frac{9F + 160}{5}$ 2 točki

(Le zapis $C = F$... 1 točka.)

Izračun $c = -40 \text{ } ^\circ\text{C}$ ali $f = -40 \text{ } ^\circ\text{F}$ 2 točki

(Le ureditev enačbe, npr. $4C + 160 = 0$... 1 točka.)