

Formule

$a^n + b^n = (a + b)(a^{n-1} - a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 - \dots + a^2b^{n-3} - ab^{n-2} + b^{n-1})$, če je n liho naravno število

$a^n - b^n = (a - b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 + \dots + a^2b^{n-3} + ab^{n-2} + b^{n-1})$, če je $n \in \mathbb{N}$

Evklidov in višinski izrek v pravokotnem trikotniku: $a^2 = ca_1$, $b^2 = cb_1$, $v_c^2 = a_1b_1$

Polmera trikotniku očrtanega in včrtanega kroga: $R = \frac{abc}{4S}$, $r = \frac{S}{s}$, $s = \frac{a+b+c}{2}$

Kotne funkcije polovičnih kotov:

$$\sin \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos x}{2}}, \quad \cos \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos x}{2}}, \quad \tan \frac{x}{2} = \frac{\sin x}{1 + \cos x}$$

Adicijski izrek:

$$\sin(x + y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$$

$$\cos(x + y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$$

$$\tan(x + y) = \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x \tan y}$$

Faktorizacija:

$$\sin x + \sin y = 2 \sin \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}, \quad \sin x - \sin y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$$

$$\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}, \quad \cos x - \cos y = -2 \sin \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$$

$$\tan x \pm \tan y = \frac{\sin(x \pm y)}{\cos x \cos y}$$

Razčlenitev produkta kotnih funkcij:

$$\sin x \sin y = -\frac{1}{2} [\cos(x + y) - \cos(x - y)]$$

$$\cos x \cos y = \frac{1}{2} [\cos(x + y) + \cos(x - y)]$$

$$\sin x \cos y = \frac{1}{2} [\sin(x + y) + \sin(x - y)]$$

Razdalja točke $T_0(x_0, y_0)$ od premice $ax + by - c = 0$: $d(T_0, p) = \left| \frac{ax_0 + by_0 - c}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right|$

Ploščina trikotnika z oglišči $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$:

$$S = \frac{1}{2} |(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)|$$

Elipsa: $e^2 = a^2 - b^2$, $\varepsilon = \frac{c}{a}$, $a > b$

Hiperbola: $e^2 = a^2 + b^2$, $\varepsilon = \frac{c}{a}$, a je realna polos

Parabola: $y^2 = 2px$, gorišče $G\left(\frac{p}{2}, 0\right)$

Kompozitum funkcij: $(g \circ f)(x) = g(f(x))$

Bernoullijeva formula: $P(n, p, k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$

Integral: $\int \frac{dx}{x^2 + a^2} = \frac{1}{a} \arctan \frac{x}{a} + C$

1. Dana sta vektorja $\vec{a} = (2, -1, 3)$ in $\vec{b} = (1, -2, 5)$ v običajni bazi $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$. Zapišite komponente vektorjev $\vec{x} = 2\vec{a} - \vec{b}$ in $\vec{y} = \vec{a} + \vec{b}$. Izračunajte točno dolžino vektorja $\vec{x}$ in skalarni produkt vektorjev $\vec{x} \times \vec{y}$.

(6 točk)

2. V pravokotniku $ABCD$ merita stranici $a = 6$ in $b = 4$. Na stranici DC je točka M tako, da je $|DM| : |MC| = 2 : 1$. Narišite sliko in izračunajte ploščino štirikotnika $ABCM$ ter skalarni produkt $\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AM}$.

(7 točk)

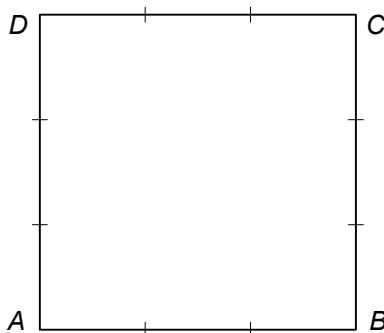
3. Pravokotnik $ABCD$ ima stranici dolžine $|AB| = 3$ in $|AD| = 4$. Točka E deli stranico AD v razmerju $|AE| : |ED| = 3 : 1$. Izrazite vektorja $\overrightarrow{EB}$ in $\overrightarrow{EC}$ z vektorjema $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ in $\overrightarrow{AD} = \vec{b}$ ter izračunajte skalarni produkt $\overrightarrow{EB} \times \overrightarrow{EC}$. Narišite skico.

(7 točk)

4. V pravilnem šestkotniku $ABCDEF$ s stranico dolžine 1 označimo $\vec{a} = \overrightarrow{AB}$ in $\vec{b} = \overrightarrow{AF}$. Izrazite vektorja $\overrightarrow{FE}$ in $\overrightarrow{FC}$ kot linearno kombinacijo vektorjev $\vec{a}$ in $\vec{b}$. Izračunajte skalarni produkt $\overrightarrow{FE} \times \overrightarrow{FC}$. Narišite skico.

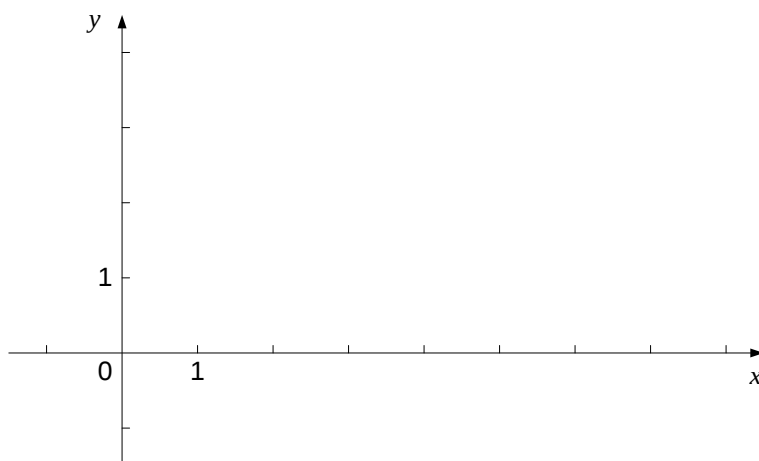
(7 točk)

5. Na sliki je kvadrat $ABCD$ s stranico dolžine 3. Narišite vektor $\vec{x} = 2\overrightarrow{AB} - \frac{1}{3}\overrightarrow{AD}$. Izračunajte natančno dolžino vektorja $\vec{x}$ ter na minuto natančno kot j med vektorjema $\vec{x}$ in $\overrightarrow{AB}$.



(7 točk)

6. V pravokotnem koordinatnem sistemu so dane točke $A(2, 1)$, $B(-2, 3)$ in $C(3, -2)$. Zapišite vektorja $\overrightarrow{AB}$ in $\overrightarrow{AC}$ s komponentami, izračunajte njun skalarni produkt in kot, ki ga oklepata. (8 točk)
7. Kot med vektorjema $\vec{a}$ in $\vec{b}$ meri 60° . Skalarni produkt vektorjev $\vec{a}$ in $\vec{b}$ je enak 15, skalarni produkt vektorjev $\vec{a}$ in $\vec{a} + \vec{b}$ pa 51. Izračunajte dolžino vektorja $\vec{a}$ in dolžino vektorja $\vec{b}$. (6 točk)
8. Dana sta vektorja $\vec{a} = (2, -1, 3)$ in $\vec{b} = (1, -2, 5)$. Izračunajte njun skalarni produkt. Izračunajte vektor $\vec{x} = 2\vec{a} - \vec{b}$. Izračunajte točno vrednost dolžine vektorja $\vec{x}$. (6 točk)
9. Dana sta vektorja $\vec{a} = (-3, 1)$ in $\vec{b} = (2, 4)$. Zapišite vektor $2\vec{a} - \frac{1}{2}\vec{b}$, izračunajte skalarni produkt $\vec{a} \cdot \vec{b}$ in kot α med vektorjema $\vec{a}$ in $\vec{b}$. Velikost kota zaokrožite na stotinko stopinje natančno. (8 točk)
10. Točke $A(0, 0)$, $B(7, 0)$, $C(3, 3)$ so oglišča trikotnika. Narišite točke v koordinatni sistem. Izračunajte dolžino stranice $a = |BC|$, velikost kota $b = \sphericalangle ABC$ in skalarni produkt $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$. Dolžino stranice in skalarni produkt izračunajte natančno, kot pa zaokrožite na minute.

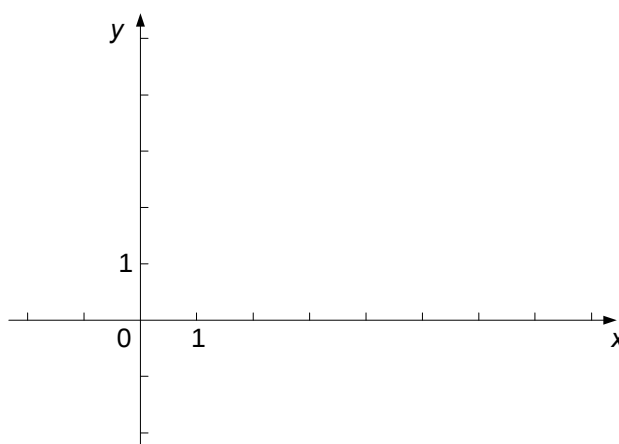


(7 točk)

11. Dan je vektor $\vec{a} = (-2, 1)$. Izračunajte točno dolžino vektorja $\vec{a}$. Zapišite komponenti vektorja $\vec{b}$, če je $|\vec{b}| = 2\sqrt{5}$ in $\vec{a} \cdot \vec{b} = -10$.

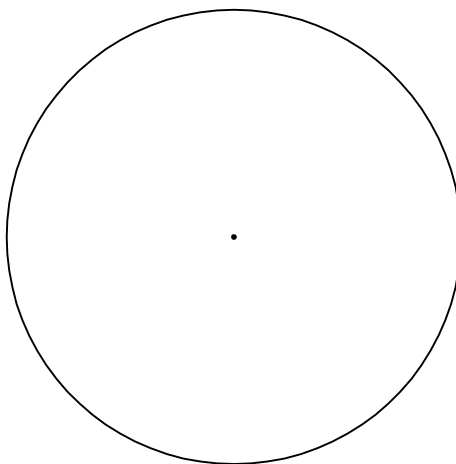
(8 točk)

12. Točke $A(0, 0)$, $B(7, 0)$, $C(3, 3)$ in $D(0, 3)$ so oglišča trapeza. Narišite ga v dani koordinatni sistem. Izračunajte dolžino stranice $b = |BC|$, skalarni produkt $\vec{AB} \cdot \vec{AC}$ in velikost kota $\angle ABC$. Dolžino stranice in skalarni produkt izračunajte natančno, kot $\angle B$ pa zapišite zaokroženo na minute.



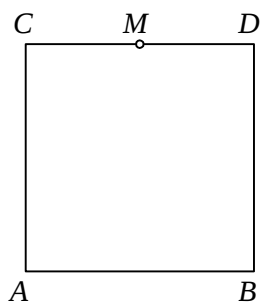
(7 točk)

13. V krog s polmerom $r = 3$ cm včrtajte pravilni šestkotnik $ABCDEF$. Narišite vektor $\vec{x} = \vec{AB} + 2\vec{BC}$ in izračunajte njegovo dolžino. Rezultat zaokrožite na milimetre.



(7 točk)

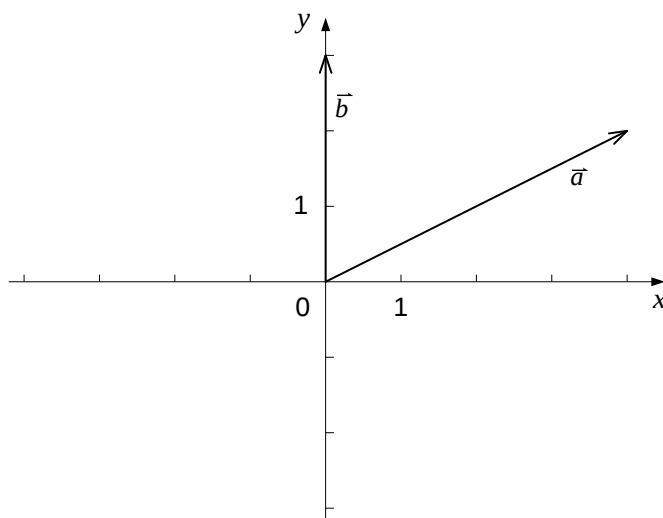
14. V kvadratu $ABCD$ s stranico a je točka M razpolovišče stranice CD . Izračunajte spodnje skalarni produkte. Rezultate vpišite v preglednico.



$\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AD} =$
$\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AB} =$
$\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{CD} =$
$\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC} =$
$\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AM} =$

(5 točk)

15. V koordinatnem sistemu sta narisana vektorja $\vec{a}$ in $\vec{b}$. Narišite vektor $\vec{c} = \frac{1}{2}\vec{a} - \vec{b}$. Kolikšni sta točni dolžini vektorjev $\vec{a}$ in $\vec{b}$? Koliko meri kot φ med $\vec{a}$ in $\vec{b}$ (rezultat zaokrožite na stotinko stopinje)?

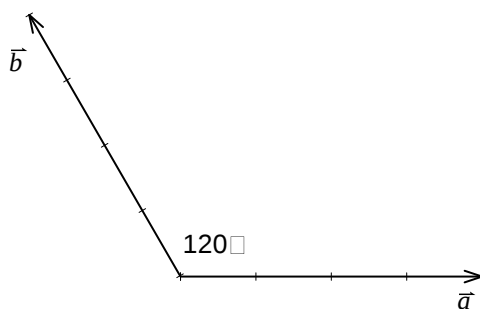


(8 točk)

16. Imamo vektorja $\vec{a} = (t, -2, 6)$ in $\vec{b} = (-3, t, -10)$. Za katero realno število t sta vektorja $\vec{a}$ in $\vec{b}$ pravokotna? Za kateri realni števil t je dolžina vektorja $\vec{a}$ enaka 7?

(8 točk)

17. Vektorja $\vec{a}$ in $\vec{b}$ na spodnji sliki sta dolga 4 enote, kot med njima pa je 120° .



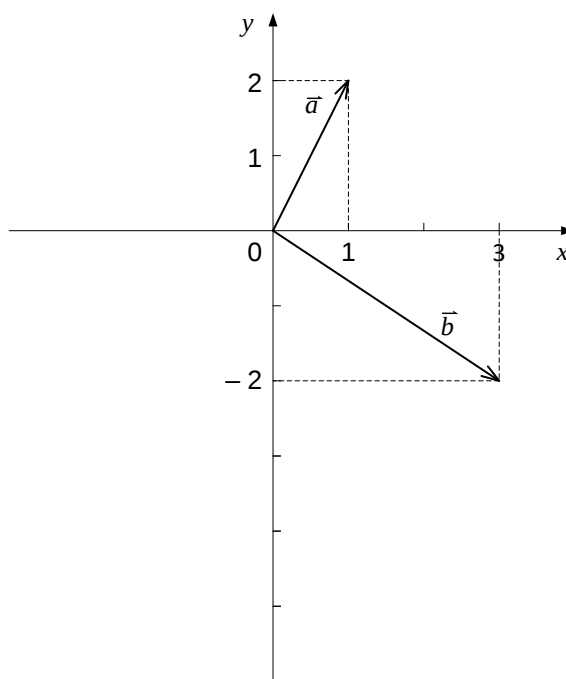
Skicirajte vektor $\vec{c} = -2\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b}$ ter izračunajte skalarna produkta $\vec{a} \times \vec{b}$ in $\vec{a} \times \vec{c}$.

(8 točk)

18. V enakostraničnem trikotniku s stranico dolžine $a = 6$ leži točka M na stranici BC tako, da je $|BM| : |MC| = 5 : 1$. Izrazite vektor $\overrightarrow{AM}$ z vektorjema $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ in $\overrightarrow{BC} = \vec{b}$ ter izračunajte skalarni produkt $\overrightarrow{AM} \times \overrightarrow{AB}$.

(7 točk)

19. V koordinatnem sistemu sta narisana vektorja $\vec{a}$ in $\vec{b}$. Zapišite ta dva vektorja s komponentama (koordinatama). Izračunajte vektor $\vec{c} = -2\vec{a} + \vec{b}$ in ga narišite v koordinatni sistem. Izračunajte še vektor $(\vec{a} \times \vec{b})\vec{a}$.



(7 točk)

20. Dani sta točki $A(1, -1, 3)$ in $B(-3, -2, 10)$ ter vektor $\vec{b} = (2, -4, 4)$.

20.1. Zapišite vektor $\vec{a} = \overrightarrow{AB}$ s komponentami (koordinatami).

(2)

20.2. Izračunajte skalarni produkt vektorjev $\vec{a}$ in $\vec{b}$.

(2)

20.3. Izračunajte dolžino vektorja $\vec{b}$.

(1)

20.4. Na kotno minuto natančno izračunajte kot, ki ga oklepata vektorja $\vec{a}$ in $\vec{b}$.

(2)

(7 točk)

21. Dana sta vektorja $\vec{a} = (2, -1)$ in $\vec{b} = (6, -3)$. Izračunajte vektor $\vec{a} + \vec{b}$ in brez uporabe računalna preverite, ali za dana vektorja velja: $|\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{a}| + |\vec{b}|$.

(6 točk)

22. Pravokotnik $ABCD$ naj ima stranici dolgi $|AB| = 4$ in $|AD| = 3$. Točka T naj leži na stranici AD tako, da je $|AT| = 1$. Naj bo $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ in $\overrightarrow{AD} = \vec{b}$. Narišite skico z označenimi vektorji $\vec{a}$, $\vec{b}$ in $\overrightarrow{BT}$.

Izrazite vektor $\overrightarrow{BT}$ z vektorjema $\vec{a}$ in $\vec{b}$.

Dokažite, da sta vektorja $\overrightarrow{BT}$ in $\frac{3}{16}\vec{a} + \vec{b}$ pravokotna.



(8 točk)

23. V prostoru sta dani točki $A(1, 2, 3)$ in $B(2, 3, 4)$ ter vektor $\vec{c} = (1, -2, 1)$. Zapišite vektor $\overrightarrow{AB}$ s komponentami. Izračunajte natančno dolžino vektorja $\vec{c}$ in računsko dokažite, da sta vektorja $\overrightarrow{AB}$ in $\vec{c}$ pravokotna.

(6 točk)

24. Vektorja $\vec{a} = (x, 2, -1)$ in $\vec{b} = (3, y, 2)$ sta med seboj pravokotna, dolžina vektorja $\vec{a}$ je enaka 3. Izračunajte števili x in y .

(8 točk)

25. Dani so vektorji $\vec{a} = (4, -3, 1)$, $\vec{b} = (-2, 5, 3)$ in $\vec{c} = (x, 2, 4)$.

25.1. Izračunajte $2\vec{a} + \vec{b}$.

(2)

25.2. Izračunajte $\vec{a} \times \vec{b}$.

(2)

25.3. Izračunajte dolžino vektorja $\vec{b}$.

(2)

25.4. Določite x tako, da bosta vektorja $\vec{a}$ in $\vec{c}$ pravokotna.

(2)

(8 točk)

26. V trirazsežnem prostoru sta dani točki $A(3, -2, 1)$ in $B(-3, 1, 7)$.

26.1. Izračunajte koordinate točke M , da velja $\overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{AB}$.

(3)

26.2. Dan je vektor $\vec{b} = (x+1, 2, -4x)$. Izračunajte realno število x , da bo vektor $\vec{b}$ pravokoten na krajevni vektor $\vec{r}_A$ točke A .

(4)

(7 točk)

27. V pravilnem šestkotniku $ABCDEF$ meri stranica $a = 4$. Vektorja $\overrightarrow{AE}$ in $\overrightarrow{AC}$ zapišite kot linearno kombinacijo vektorjev $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ in $\overrightarrow{AF} = \vec{b}$. Izračunajte natančno dolžino vektorja $\overrightarrow{AC}$ in skalarni produkt $\overrightarrow{AC} \times \overrightarrow{AE}$.

(7 točk)

28. V prostoru $\mathbb{R}^3$ so dani vektorji $\vec{a} = (1, 2, -1)$, $\vec{b} = (3, -2, -1)$ in $\vec{c} = (1, 1, 2)$.

28.1. Računsko pokažite, da sta vektorja $\vec{a}$ in $\vec{b}$ pravokotna.

(2)

28.2. Izračunajte dolžini vektorjev $\vec{a}$ in $\vec{c}$ ter velikost kota φ med njima. Velikost kota zaokrožite na dve decimalni mesti.

(5)

(7 točk)

Rešitev

1. Skupaj: 6 točk

Izračun $\vec{x} = (3, 0, 1)$ in $\vec{y} = (3, -3, 8)$ (1+1) 2 točki

Dolžina $|\vec{x}| = \sqrt{10}$ 2 točki

(Zapis ali uporaba formule za izračun ... *1 točka, če se oznaka za dolžino vektorja ne loči od oznake za vektor, dobi kandidat največ 1 točko.)

Skalarni produkt $\vec{x} \cdot \vec{y} = 17$ 2 točki

(Zapis ali uporaba formule za izračun skalarnega produkta v komponentah ali izračun npr.

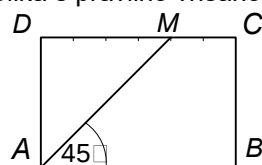
$\vec{x} \cdot \vec{y} = 2\vec{a} \cdot \vec{a} + \vec{a} \cdot \vec{b} - \vec{b} \cdot \vec{b}$... *1 točka.)

(Če je ena od koordinat vektorja $\vec{x}$ napačna, vsi ostali rezultati pa pravilni, dobi kandidat 4 točke.)

Rešitev

2. Skupaj: 7 točk

Slika s pravilno vrisano točko M



..... 1 točka

Izračunana ploščina $S = \frac{a+c}{2}v = 16$ (*1+1) 2 točki

1. način

Izračunana ali upoštevana dolžina $|\overline{AM}| = 4\sqrt{2}$ 1 točka

Izračun $\overline{AB} \cdot \overline{AM} = 24$ 3 točke

(Poznavanje vrednosti $\cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ali $\text{proj}_{\overline{AB}} \overline{AM} = 4$... 1 točka, poznavanje formule za skalarni produkt ... 1 točka.)

2. način

Izražava $\overline{AM} = \frac{2}{3}\vec{a} + \vec{b}$ 1 točka

Uporaba distributivnosti 1 točka

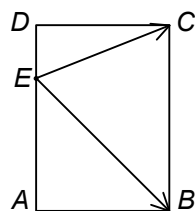
Ugotovitev $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$ 1 točka

Rezultat $\overline{AB} \cdot \overline{AM} = 24$ 1 točka

Rešitev

3. Skupaj: 7 točk

Skica



..... 1 točka

Zapis vektorjev $\overline{EB} = \vec{a} - \frac{3}{4}\vec{b}$ in $\overline{EC} = \vec{a} + \frac{1}{4}\vec{b}$ (*1+1) *2 točki

1. način

Množenje (upoštevanje distributivnosti) $\overline{EB} \cdot \overline{EC} = \vec{a} \cdot \vec{a} - \frac{3}{4}\vec{a} \cdot \vec{b} + \frac{1}{4}\vec{a} \cdot \vec{b} - \frac{3}{16}\vec{b} \cdot \vec{b}$ *1 točka

Upoštevanje $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$ 1 točka

Uporaba $\vec{a} \cdot \vec{a} = |\vec{a}|^2$ oziroma $\vec{b} \cdot \vec{b} = |\vec{b}|^2$ *1 točka

Rezultat $\overrightarrow{EB} \times \overrightarrow{EC} = 6$ 1 točka

2. način

Izračunani dolžini $|\overrightarrow{EB}| = \sqrt{18}$ in $|\overrightarrow{EC}| = \sqrt{10}$ (*1+1) 2 točki

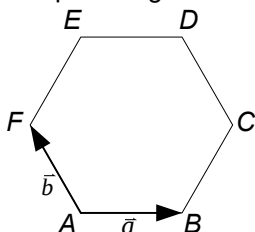
Izračunan kosinus vmesnega kota $\cos j = \frac{\sqrt{5}}{5}$ ali kot, npr. $j = 63,43^\circ$ *1 točka

Rezultat $\overrightarrow{EB} \times \overrightarrow{EC} = 6$ 1 točka

Rešitev

4. Skupaj: 7 točk

Skica pravilnega šestkotnika z označenima vektorjema $\vec{a}$ in $\vec{b}$



..... 1 točka

Zapisana vektorja $\overrightarrow{FE} = \vec{a} + \vec{b}$ in $\overrightarrow{FC} = 2\vec{a}$ (1+1) 2 točki

1. način

Upoštevanje distributivnosti, npr. $\overrightarrow{FE} \times \overrightarrow{FC} = 2\vec{a} \times \vec{a} + 2\vec{a} \times \vec{b}$ *1 točka

Izračun skalarnih produktov $\vec{a} \times \vec{a} = 1$, $\vec{a} \times \vec{b} = -\frac{1}{2}$ (1+1) 2 točki

(Le poznavanje splošne formule za skalarni produkt, npr. $\vec{a} \times \vec{b} = |\vec{a}||\vec{b}|\cos j$... *1 točka.)

Rezultat $\overrightarrow{FE} \times \overrightarrow{FC} = 1$ 1 točka

2. način

Zapis ali uporaba $\overrightarrow{FE} \times \overrightarrow{FC} = |\overrightarrow{FE}||\overrightarrow{FC}|\cos 60^\circ$ 2 točki

(Le splošni zapis $\overrightarrow{FE} \times \overrightarrow{FC} = |\overrightarrow{FE}||\overrightarrow{FC}|\cos j$... 1 točka.)

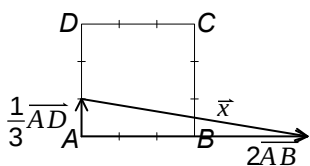
Rezultat $\overrightarrow{FE} \times \overrightarrow{FC} = 1$ 2 točki

(Upoštevanje dolžine $|\overrightarrow{FC}| = 2$... 1 točka.)

Rešitev

5. Skupaj: 7 točk

Narisan vektor $\vec{x}$



..... (2+*1) 3 točke

(Le sliko vektorjev $2\overrightarrow{AB}$ in $\frac{1}{3}\overrightarrow{AD}$... 1+1 točka.)

Dolžina vektorja $|\vec{x}| = \sqrt{37}$ 2 točki

(Le uporaba Pitagorovega izreka ali skalarnega produkta ... 1 točka.)

Kot med vektorjema $j = 9^\circ 28'$ 2 točki

(Le pravilna uporaba kotnih funkcij ... 1 točka.)

Rešitev

6. Skupaj: 8 točk

Zapisana vektorja $\overrightarrow{AB} = (-4, 2)$ in $\overrightarrow{AC} = (1, -3)$ (1+1) 2 točki

Izračunan skalarni produkt $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = -10$ (*1+1) 2 točki
 Izračunani dolžini $|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{20}$ in $|\overrightarrow{AC}| = \sqrt{10}$ (*1+1) 2 točki
 Izračunan kot $\sphericalangle BAC = 135^\circ$ (*1+1) 2 točki

Rešitev

7. Skupaj: 6 točk

Upoštevana distributivnost $\vec{a} \cdot (\vec{a} + \vec{b}) = \vec{a} \cdot \vec{a} + \vec{a} \cdot \vec{b}$ 1 točka
 Izračun $\vec{a} \cdot \vec{a} = 51 - 15 = 36$ 1 točka
 Rezultat $|\vec{a}| = 6$ 1 točka
 Zapisana ali upoštevana definicija skalarnega produkta 1 točka
 Vstavljeni podatki, npr. $15 = 6 \cdot |\vec{b}| \cdot \frac{1}{2}$ 1 točka
 Rezultat $|\vec{b}| = 5$ 1 točka

Rešitev

8. Skupaj: 6 točk

Zapis ali uporaba formule $\vec{a} \cdot \vec{b} = a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3$ *1 točka
 Skalarni produkt $\vec{a} \cdot \vec{b} = 19$ 1 točka
 Izračun $\vec{x} = (3, 0, 1)$ (*1+1) 2 točki
 Dolžina $|\vec{x}| = \sqrt{10}$ (*1+1) 2 točki

Rešitev

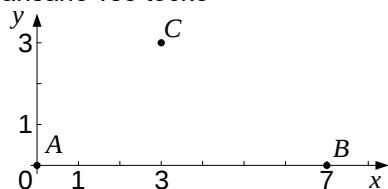
9. Skupaj: 8 točk

Zapis $2\vec{a} = (-6, 2)$, $\frac{1}{2}\vec{b} = (1, 2)$ (1+1) 2 točki
 Rezultat $2\vec{a} - \frac{1}{2}\vec{b} = (-7, 0)$ *1 točka
 Rezultat $\vec{a} \cdot \vec{b} = -2$ 2 točki
 (Le formula za skalarni produkt v komponentah ... 1 točka.)
 Izražen $\cos \alpha$ 1 točka
 Dolžini $|\vec{a}| = \sqrt{10}$, $|\vec{b}| = \sqrt{20}$ 1 točka
 Izračun $\alpha \approx 98,13^\circ$ 1 točka

Rešitev

10. Skupaj: 7 točk

Narisane vse točke



..... 1 točka
 Izračunana dolžina stranice $a = 5$ 1 točka
 Izračunan kot $b = 36^\circ 52'$ 2 točki
 (Le vrednost kotne funkcije, npr. $\tan b = \frac{3}{4}$ ali $\cos b = \frac{4}{5}$, ali smerni koeficient $k_{BC} = -\frac{3}{4}$... 1 točka.)
1. način

Izračunan skalarni produkt $\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC} = |\overrightarrow{AB}| \cdot |\overrightarrow{AC}| \cdot \cos j = 21$ 3 točke

(Obe dolžini vektorjev $|\overrightarrow{AB}| = 7$ in $|\overrightarrow{AC}| = \sqrt{18}$... 1 točka, zapisan ali upoštevan kot 45° med vektorjema ... 1 točka.)

2. način

Izračunan skalarni produkt $\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC} = (7, 0) \times (3, 3) = 21$ 3 točke

(Zapisana vektorja $\overrightarrow{AB} = (7, 0)$ in $\overrightarrow{AC} = (3, 3)$... 1 točka, uporaba formule za skalarni produkt ... 1 točka.)

3. način

Izračunan skalarni produkt $\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC} = |\overrightarrow{AB}| \cdot \text{proj}_{\overrightarrow{AB}} \overrightarrow{AC} = 21$ 3 točke

(Izračunana dolžina $|\overrightarrow{AB}| = 7$... 1 točka, izračunana $\text{proj}_{\overrightarrow{AB}} \overrightarrow{AC} = 3$... 1 točka.)

Rešitev

11. Skupaj: 8 točk

Zapis ali uporaba formule za dolžino vektorja 1 točka

Dolžina vektorja $\vec{a}$, npr. $|\vec{a}| = \sqrt{5}$ 1 točka

1. način

Zapisana enačbe, npr. $\sqrt{x^2 + y^2} = 2\sqrt{5}$ 1 točka

Upoštevanje skalarnega produkta, npr. $-2x + y = -10$ (*1+1) 2 točki

(Uporaba formule za skalarni produkt ... *1 točka.)

Pravilna usmeritev v reševanje sistema enačb, npr. zapis enačbe z eno neznanko, in rešitev

$x = 4, y = -2$ oz. $\vec{b} = (4, -2)$ (*1+1+1) 3 točke

2. način

Zapis enačbe $-10 = \sqrt{5} \times 2\sqrt{5} \cos j$ 2 točki

Izračunan $\cos j = -1$ 1 točka

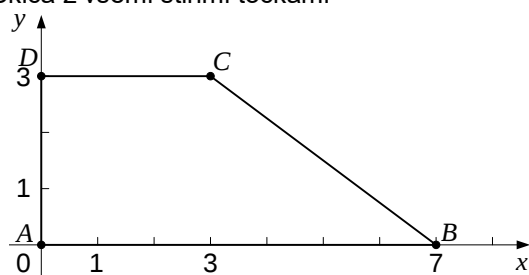
Izračunan $j = 180^\circ$ 1 točka

Rezultat $\vec{b} = (4, -2)$ (1+1) 2 točki

Rešitev

12. Skupaj: 7 točk

Skica z vsemi štirimi točkami



..... 1 točka

Izračunana dolžina $b = 5$ 2 točki

(Samo formula za izračun dolžine ... 1 točka.)

Skalarni produkt $\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC} = 21$ 2 točki

(Le uporaba formule za skalarni produkt ... *1 točka.)

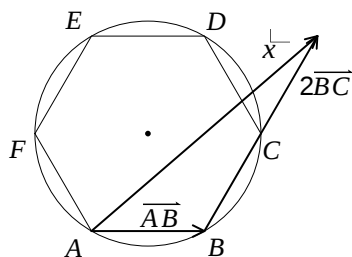
Izračunan kot $b \approx 36^\circ 52'$ 2 točki

(Le izračunana vrednost kotne funkcije kota b ... *1 točka.)

Rešitev

13. Skupaj: 7 točk

Narisan šestkotnik



Narisan vektor $\vec{x}$ 1 točka

(Le vektor $2\vec{BC}$... 1 točka.) 2 točki

1. način

Kosinusni izrek za izračun dolžine vektorja $\vec{x}$ 3 točke

(Formula za kosinusni izrek ... 1 točka, vstavljeni dolžini obeh stranic trikotnika ... 1 točka, ugotovitev, da meri kot pri oglišču B 120° ... 1 točka.)

Rezultat, npr. $|\vec{x}| \approx 7,9 \text{ cm} = 79 \text{ mm}$ 1 točka

2. način

Izračun dolžine vektorja $\vec{x}$ s pomočjo skalarnega produkta 3 točke

(Zapis, npr. $|\vec{x}|^2 = (\vec{AB} + 2\vec{BC}) \cdot (\vec{AB} + 2\vec{BC})$... 1 točka, ugotovitev $|\vec{AB}| = 3$, $|\vec{BC}| = 3$, kot med $\vec{AB}$ in $\vec{BC}$ meri 60° ... 1 točka, upoštevanje $\vec{AB} \cdot \vec{BC} = |\vec{AB}| \cdot |\vec{BC}| \cdot \cos 60^\circ$... 1 točka.)

Rezultat, npr. $|\vec{x}| \approx 7,9 \text{ cm} = 79 \text{ mm}$ 1 točka

Rešitev

14. Skupaj: 5 točk

$\vec{AB} \cdot \vec{AD} = a^2$ 1 točka

$\vec{AB} \cdot \vec{AB} = a^2$ 1 točka

$\vec{AB} \cdot \vec{CD} = a^2$ 1 točka

$\vec{AB} \cdot \vec{AC} = 0$ 1 točka

$\vec{AB} \cdot \vec{AM} = \frac{a^2}{2}$ 1 točka

Če je kandidat na skici zamenjal oglišči C in D , veljajo rezultati:

$\vec{AB} \cdot \vec{AD} = 0$ 1 točka

$\vec{AB} \cdot \vec{AB} = a^2$ 1 točka

$\vec{AB} \cdot \vec{CD} = -a^2$ 1 točka

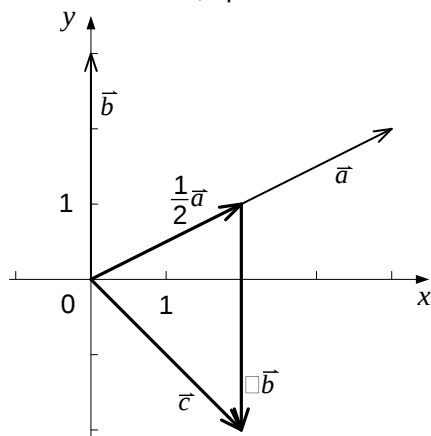
$\vec{AB} \cdot \vec{AC} = a^2$ 1 točka

$\vec{AB} \cdot \vec{AM} = \frac{a^2}{2}$ 1 točka

Rešitev

15. Skupaj: 8 točk

Narisan vektor $\vec{c}$, npr.



(1+1+1) 3 točke

Zapisani dolžini $|\vec{a}| = \sqrt{20}$, $|\vec{b}| = 3$ (1+1) 2 točki

Izračunan kot $j \approx 63,43^\circ$ 3 točke

(Uporaba pravilne metode ... 1 točka, izračunana kotna funkcija ... 1 točka.)

Rešitev

16. Skupaj: 8 točk

Zapis ali upoštevanje, da je $\vec{a} \times \vec{b} = 0$ 1 točka

Zapisana enačba, npr. $-3t - 2t - 60 = 0$ 2 točki

(Le zapis ali uporaba formule za skalarni produkt (po komponentah) ... *1 točka.)

Rešitev $t = -12$ 1 točka

Zapisana enačba, npr. $\sqrt{t^2 + 4 + 36} = 7$ 2 točki

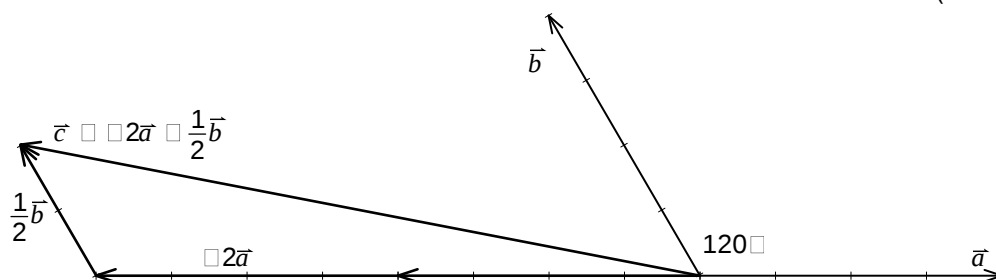
(Le zapis ali uporaba formule za dolžino vektorja (po komponentah) ... *1 točka.)

Rešitvi $t_1 = 3$ in $t_2 = -3$ (*1+1) 2 točki

Rešitev

17. Skupaj: 8 točk

Narisan vektor $\vec{c}$ (1+1+1) 3 točke



Izračunan skalarni produkt $\vec{a} \times \vec{b} = -8$ 2 točki

(Le formula za skalarni produkt ... 1 točka.)

1. način

Izračunan skalarni produkt $\vec{a} \times \vec{c} = -36$ 3 točke

(Uporaba distributivnosti ... 1 točka, upoštevanje $\vec{a} \times \vec{a} = a^2$... 1 točka.)

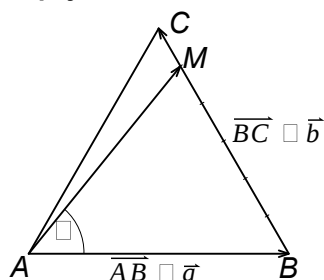
2. način

Izračunan skalarni produkt $\vec{a} \times \vec{c} = -36$ 3 točke

(Izračunana dolžina $|\vec{c}| = 2\sqrt{21}$... 1 točka, izračunan kot med vektorjema $j \approx 169,1066^\circ$... 1 točka.)

Rešitev

18. Skupaj: 7 točk



Izražen vektor $\overrightarrow{AM} = \vec{a} + \frac{5}{6}\vec{b}$ (1+1) 2 točki

1. način

Upoštevana distributivnost $\overrightarrow{AM} \times \overrightarrow{AB} = \left(\vec{a} + \frac{5}{6}\vec{b}\right) \times \vec{a} = \vec{a} \times \vec{a} + \frac{5}{6}\vec{a} \times \vec{b}$ *1 točka

Izračunano $\vec{a} \times \vec{a} = |\vec{a}|^2 = 36$ 1 točka

Izračunano $\vec{a} \times \vec{b} = |\vec{a}| \times |\vec{b}| \times \cos 120^\circ = 6 \times 6 \times \left(-\frac{1}{2}\right) = -18$ 2 točki

(Le formula za skalarni produkt ... 1 točka.)

Zapisan rezultat $\overrightarrow{AM} \times \overrightarrow{AB} = 21$ 1 točka

2. način

Izračunana dolžina $|\overrightarrow{AM}| = \sqrt{31}$ 2 točki

(Le uporaba kosinusnega izreka ... 1 točka.)

Izračunan $\cos j = \frac{7}{2\sqrt{31}}$ 1 točka

Zapisan rezultat $\overrightarrow{AM} \times \overrightarrow{AB} = 21$ 2 točki

(Le formula za skalarni produkt ... 1 točka.)

3. način

Usmeritev v izračun skalarnega produkta s projekcijo, npr. $\overrightarrow{AM} \times \overrightarrow{AB} = |\overrightarrow{AB}| \times \text{proj}_{\overrightarrow{AB}} \overrightarrow{AM}$... 1 točka

Upoštevano $|\overrightarrow{AB}| = 6$ 1 točka

Izračunana $\text{proj}_{\overrightarrow{AB}} \overrightarrow{AM} = \frac{7}{2}$ 2 točki

Rezultat $\overrightarrow{AM} \times \overrightarrow{AB} = 21$ 1 točka

Rešitev

19. Skupaj: 7 točk

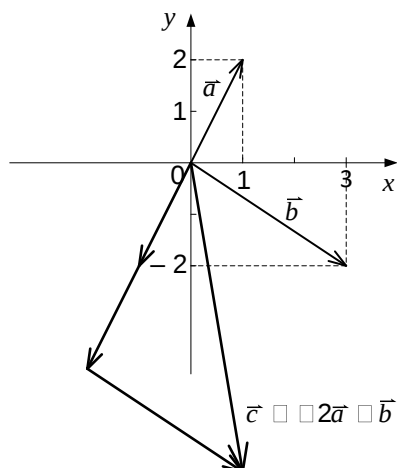
Zapisana vektorja $\vec{a} = (1, 2)$ in $\vec{b} = (3, -2)$ (1+1) 2 točki

1. način

Izračunan vektor $\vec{c} = (1, -6)$ (1+1) 2 točki

(Le izračunan vektor $2\vec{a}$ ali $-2\vec{a}$... 1 točka.)

Narisan vektor $\vec{c}$



..... 1 točka
Izračunan vektor, npr. $(\vec{a} \times \vec{b}) \times \vec{a} = -\vec{a}$ ali $(-1, -2)$ 2 točki

(Le izračunan skalarni produkt $\vec{a} \times \vec{b} = -1$... *1 točka.)

2. način

Narisan vektor $\vec{c}$ 2 točki
(Le narisan vektor $2\vec{a}$ ali $-\vec{a}$... 1 točka.)

Zapisan vektor $\vec{c} = (1, -6)$ 1 točka

Izračunan vektor, npr. $(\vec{a} \times \vec{b}) \times \vec{a} = -\vec{a} = (-1, -2)$ 2 točki
(Le izračunan skalarni produkt $\vec{a} \times \vec{b} = -1$... *1 točka.)

Rešitev

20. Skupaj: 7 točk

20.1. (2 točki)

Zapis $\vec{a} = (-4, -1, 7)$ 2 točki
(Le zapis ali uporaba $\vec{a} = \vec{r}_B - \vec{r}_A$... 1 točka.)

20.2. (2 točki)

Izračunan skalarni produkt $\vec{a} \times \vec{b} = 24$ 2 točki
(Le uporaba formule $\vec{a} \times \vec{b} = a_1b_2 - a_2b_1 + a_3b_3$... *1 točka.)

20.3. (1 točka)

Izračunana dolžina vektorja $|\vec{b}| = 6$ 1 točka

20.4. (2 točki)

Izračunan kot, npr. $j \in [60^\circ, 30^\circ]$ 2 točki
(Le zapis ali uporaba zveze, npr. $\vec{a} \times \vec{b} = |\vec{a}||\vec{b}|\cos j$... 1 točka.)

Rešitev

21. Skupaj: 6 točk

Izračunan vektor $\vec{a} + \vec{b} = (8, -4)$ (1+1) 2 točki

1. način

Izračun $|\vec{a} + \vec{b}| = \sqrt{80}$ 1 točka

Izračun $|\vec{a}| = \sqrt{5}$ 1 točka

Izračun $|\vec{b}| = \sqrt{45}$ 1 točka

Ugotovitev $\sqrt{80} = \sqrt{5} + \sqrt{45}$, npr. z delnim korenjenjem 1 točka

2. način

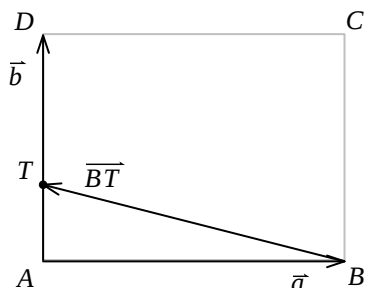
Ugotovitev $\vec{b} = 3\vec{a}$ 3 točke

Zapisana ugotovitev, da ja zato $|\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{a}| + |\vec{b}|$ 1 točka

Rešitev

22. Skupaj: 8 točk

Narisana skica z vektorji $\vec{a}$, $\vec{b}$ in $\vec{BT}$



.....1 točka

Izražen vektor $\vec{BT} = -\vec{a} + \frac{1}{3}\vec{b}$ (1+1) 2 točki

Zapisan skalarni produkt vektorjev, npr. $\vec{BT} \times \left(\frac{3}{16}\vec{a} + \vec{b}\right)$ *1 točka

Vektorja $\vec{BT}$ in $\frac{3}{16}\vec{a} + \vec{b}$ sta pravokotna, ker je njun skalarni produkt enak 04 točke

(Upoštevanje distributivnosti ... 1 točka, zapis ali uporaba $\vec{a} \times \vec{b} = 0$... 1 točka, izračunan vsaj eden od skalarnih produktov $\vec{a} \times \vec{a} = 16$ ali $\vec{b} \times \vec{b} = 9$... 1 točka.)

Rešitev

23. Skupaj: 6 točk

Izračunan vektor $\vec{AB} = (1, 1, 1)$ 2 točki

(Le dve pravilni komponenti ali zapis $\vec{AB} = \vec{r}_B - \vec{r}_A$... 1 točka.)

Izračunana dolžina vektorja $|\vec{a}| = \sqrt{c_1^2 + c_2^2 + c_3^2} = \sqrt{6}$ (1+1) 2 točki

Le zapis ali uporaba formule $\vec{a} \cdot \vec{b} = a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3$ *1 točka

Izračun $(1, 1, 1)(1, -2, 1) = 1 - 2 + 1 = 0$ 1 točka

Rešitev

24. Skupaj: 8 točk

Zapis ali upoštevanje $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$ 1 točka

Zapisana enačba, npr. $3x + 2y - 2 = 0$ 2 točki

(Le zapis ali uporaba formule za skalarni produkt $\vec{a} \cdot \vec{b} = a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3$... 1 točka.)

Zapisana enačba, npr. $\sqrt{x^2 + 5} = 3$ 2 točki

(Le zapis ali uporaba formule za dolžino vektorja $|\vec{a}| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}$... 1 točka.)

Ugotovitev, da je $x^2 = 4$ 1 točka

Zapisani rešitvi: $x = 2, y = -2$ in $x = -2, y = 4$ (1 + 1) 2 točki

Rešitev

25. Skupaj: 8 točk

25.1. (2 točki)

$2\vec{a} = (8, -6, 2)$ 1 točka

$2\vec{a} + \vec{b} = (6, -1, 5)$ *1 točka
(Postopkovno točko dobi kandidat, ki napačno izračuna $2\vec{a}$, nato pa pravilno sešteje dobljena $2\vec{a}$ in $\vec{b}$. Za izračun vsote $\vec{a} + \vec{b}$ kandidat postopkovne točke ne dobi.)

25.2. (2 točki)

$\vec{a} \cdot \vec{b} = -20$ 2 točki
(Le zapis ali uporaba formule $\vec{a} \cdot \vec{b} = a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3$... *1 točka.)

25.3. (2 točki)

$|\vec{b}| = \sqrt{38}$ 2 točki
(Le zapis ali uporaba formule, npr. $|\vec{b}| = \sqrt{b_1^2 + b_2^2 + b_3^2}$... *1 točka.)

25.4. (2 točki)

Zapis ali uporaba $\vec{a} \times \vec{c} = 0$ 1 točka

Izračunan $x = \frac{1}{2}$ 1 točka

Rešitev

26. Skupaj: 7 točk

26.1 (3 točke)

Izračun vektorja $\vec{AB} = (-6, 3, 6)$ 1 točka

Izražen vektor, npr. $\vec{r}_M = \vec{r}_A + 2\vec{AB}$, ali zapis vektorja, npr. $\vec{AM} = (x-3, y+2, z-1)$ 1 točka

Rešitev $M(-9, 4, 13)$ 1 točka

26.2. (4 točke)

Zapis ali uporaba $\vec{b} \times \vec{r}_A = 0$ 1 točka

Zapis ali uporaba $\vec{r}_A = (3, -2, 1)$ 1 točka

Zapisana enačba, npr. $(x+1) \times 3 - 4 - 4x = 0$ 1 točka

Rešitev $x = -1$ 1 točka

Rešitev

27. Skupaj: 7 točk

Zapis $\vec{AE} = \vec{a} + 2\vec{b}$ in $\vec{AC} = 2\vec{a} + \vec{b}$ 3 točke
(Le en pravi vektor ... 2 točki.)

Izračun dolžine $|\vec{AC}| = a\sqrt{3} = 4\sqrt{3}$ (*1 + 1) 2 točki

Izračun $\vec{AC} \times \vec{AE} = \frac{3}{2}a^2 = 24$ (*1 + 1) 2 točki

Rešitev

28. Skupaj: 7 točk

28.1. (2 točki)

Vektorja sta pravokotna, ker je $\vec{a} \cdot \vec{b} = 1 \times 3 + 2(-2) + (-1)(-1) = 0$ 2 točki
(Le uporaba formule za izračun skalarnega produkta v standardni bazi ali zapis $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$... 1 točka.)

28.2. (5 točk)

Izračun dolžin $|\vec{a}| = \sqrt{6}$, $|\vec{c}| = \sqrt{6}$ 2 točki
(Le zapis ali uporaba formule za dolžino vektorja, npr. $|\vec{a}| = \sqrt{\vec{a} \times \vec{a}}$... 1 točka.)

Izračun kota $j \approx 80,41^\circ$ 3 točke

(Le izračun skalarnega produkta $\vec{a} \times \vec{c} = 1$... 1 točka, le zapis ali uporaba formule

$\cos j = \frac{\vec{a} \cdot \vec{c}}{|\vec{a}| |\vec{c}|}$... 1 točka.)