MEHANIKA IN TOPLOTA

FIZIKA ZA 1. IN 2. LETNIK SREDNJIH ŠOL

Marjan Hribar, Slavko Kocijančič, Andrej Likar, Seta Oblak, Bojan Pajk,
Vincenc Petruna, Nada Razpet, Branko Roblek,
Fedor Tomažič, Miro Trampuš

MEHANIKA IN TOPLOTA
FIZIKA ZA 1. IN 2. LETNIK SREDNJIH ŠOL

Avtorji
Marjan Hribar, Slavko Kocijančič, Andrej Likar, Seta Oblak, Bojan Pajk,
Vincenc Petruna, Nada Razpet, Branko Roblek, Fedor Tomažič, Miro Trampuš

del predlog za ilustracije: Nada Razpet
del predlog za fotografije: Lidija Babič
del predlog za zanimivosti: Vasja Kožuh

Strokovni pregled
prof. dr. Peter Gosar, Niko Kastelič, prof., prof. dr. Gorazd Planinšič, Florjana Žigon, prof.

Urednica
Zvonka Kos

Lektorica
Bronislava Aubelj

Ilustracije
Darko Simeršek

Fotografije
arhiv založbe Modrijan, Foto SPRING, Zvonka Kos, Tomaž Lunder, Igor Modic, Janez Zrnec

Oprema
Maša Okršlar, Gorazd Rogelj

Prelom
Goran Čurčič

Izdala in založila Modrijan založba, d. o. o.
Za založbo Branimir Nešović
Natisnila Tiskarna Hren
Naklada 1500 izvodov
Ljubljana 2009
Šesta izdaja

Strokovni svet RS za splošno izobraževanje je na seji dne 16. 2. 2009 s sklepom št. 01300-14/2009 potrdil učbenik MEHANIKA IN TOPLOTA, fizika za 1. in 2. letnik srednjih šol, ki so ga napisali Marjan Hribar, Slavko Kocijančič, Andrej Likar, Seta Oblak, Bojan Pajk, Vincenc Petruna, Nada Razpet, Branko Roblek, Fedor Tomažič in Miro Trampuš.

CIP – Katažni zapis o publikaciji
Narodna in univerzitetna knjižnica, Ljubljana

531(075.3)
536(075.3)

MEHANIKA in toplota : fizika za 1. in 2. letnik srednjih šol / Marjan Hribar … [et al.] ; [ilustracije Darko Simeršek ; fotografije arhiv založbe Modrijan … et al.]. – 6. izd. – Ljubljana : Modrijan, 2009

ISBN 978-961-6357-27-2
1. Hribar, Marjan, 1937–
243173632

www.modrijan.si

VSEBINA

1. MERJENJA

FIZIKALNE KOLIČINE IN MERSKE ENOTE

Merjenje je eno od osnovnih opravil pri fiziki, pa tudi pri vsakdanjem delu. Merimo z **merskimi napravami**, rezultat merjenja pa izrazimo v ustrezni **merski enoti**. Pri merjenju dolžin, npr., uporabljamo različna metrska, centimetrska, milimetrska ali celo mikrometrska merila. Dolžine pa izrazimo v **metrih** in v **delih metra**, npr.: rezultat merjenja dolžine razreda je

$$l = 12{,}56 \text{ m}$$

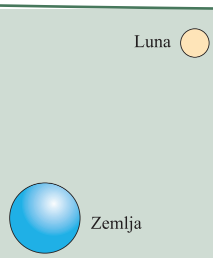
Merjeno količino, to je dolžino razreda, smo tako izrazili z **merskim številom** (12,56) in z **enoto** (m). Zapis pravi, da je dolžina razreda 12 metrov in 56 centimetrov.

Enota, s katero izražamo dolžine, **meter**, je ena od **osnovnih merskih enot**. To je dolžina **prametra**, na poseben način oblikovane palice iz zelo obstojnega materiala. Hranijo jo v Parizu, po njej pa so narejena vsa standardna metrska merila. Ta merila osnovni standard bolj ali manj verno posnemajo, in sicer glede na kvaliteto izdelave in kvaliteto materiala.

Dolžina prametra naj bi bila ena štiridesetmilijonina poldnevnika skozi Pariz (l. 1790). Pozneje so jo izrazili z valovno dolžino oranžnordeče svetlobe, ki jo oddaja atom kriptona ^{86}Kr pri izbranem prehodu. Meri 1650763,73 valovnih dolžin te svetlobe. Po najnovejšem dogovoru je enaka razdalji, ki jo prepotuje svetloba v vakuumu v $\frac{1}{299792458}$ sekunde ali v okroglo tristomilijonini sekunde. Lahko bi tudi rekli, da je razdalja, ki jo prepotuje svetloba v vakuumu v 1 s, natanko 299792458 m. To razdaljo imenujemo tudi **svetlobna sekunda**. Približno tolikšna je razdalja med Zemljo in Luno.

Za določanje debeline lista papirja potrebujemo mikrometrsko merilo, debelino 100 ali več listov pa lahko izmerimo kar z navadnim merilom.

? Katere dolžinske enote poznate in kolikšni so pretvorniki med njimi?



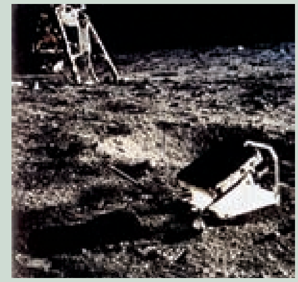
Svetlobna sekunda

Razdalja, ki jo prepotuje svetloba v eni sekundi, je približno enaka oddaljenosti Lune od Zemlje. Da svetloba pripotuje od Sonca do Zemlje, pa potrebuje osem minut.

Pri daljinskem upravljanju vozil na Luni morajo upoštevati, da poteče od oddaje signala z Zemlje do prejema na Luni okoli ena sekunda.

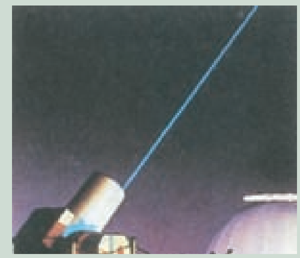
Merjenje razdalj

V novejšem času merijo razdalje s svetlobo in radarskimi valovi, tako da merijo čas, ki preteče od oddaje kratkega svetlobnega ali radarskega sunka do njegovega povratka po odboju na telesu.



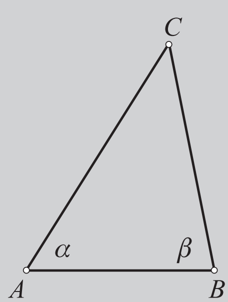
Astronavta Neil Armstrong in Buzz Aldrin sta 20. julija 1969 postavila na Luni retroreflektorsko napravo.

Z Zemlje so proti retroreflektorju na Luni usmerili laserski snop in določili razdaljo do Lune na približno 15 cm natančno.



Z vesoljske sonde, ki je krožila okoli Venere, so z radarjem natančno posneli relief površja.

Triangulacijo si lahko ponazorimo takole. Izberemo si dve točki, A in B, ju povežemo z daljico in karseda natančno izmerimo njeno dolžino. Daljico AB imenujemo osnovnica triangulacije ali tudi baza. Sedaj si izven te daljice izberemo točko, npr. točko C, in jo povežemo s točkama A in B. Zanimata nas razdalji AC in BC. Na papirju ju lahko izmerimo neposredno, pri merjenjih v naravi pa izmerimo kota α in β med osnovnico in stranicama nastalega trikotnika. Obe razdalji izračunamo. Ti razdalji uporabimo naprej za določitev razdalj do drugih točk.



Dolžine, ki so primerljive z dolžino meril, merimo tako, da merilo položimo ob telo in odčitamo razdaljo med izbranima točkama na merilu. Če je razdalja večja od dolžine merila, moramo merilo večkrat položiti. Pri določanju zelo velikih razdalj uporabljajo posredne merske metode. Geodeti in geometri uporabljajo **triangulacijo**. Z njo si pomagajo tudi astronomi, ko določajo razdalje v bližnjem vesolju. S posrednimi metodami si je treba pomagati tudi pri merjenju zelo majhnih razdalj.

Slika 1.1 *Metulj bi ob milijardni povečavi objel Zemljo, ob milijardni pomanjšavi pa bi se znašel znotraj atoma.*

Doslej je uspelo določiti razdalje od 10^{-18} m, ki predstavlja velikost najdrobnejših osnovnih delcev, do okoli 10^{10} svetlobnih let, ki predstavlja razdaljo do roba vidnega vesolja. **Svetlobno leto** je razdalja, ki jo prepotuje svetloba v enem letu.

Slika 1.2 *Prakilogram, utež iz platine in iridija, hranijo v mednarodnem uradu za mere in uteži v Sèvresu pri Parizu. Imel naj bi maso litra kemijsko čiste vode pri temperaturi 4° C.*

Med pomembna merjenja sodi določevanje **množine snovi**. Množino snovi največkrat določamo tako, da snov stehtamo in povemo njeno **maso**. O masi bomo podrobneje govorili pozneje. Priprave, ki jih pri tem uporabljamo, so **tehtnice**. Enota, v kateri izrazimo maso teles, pa je **kilogram**. Tudi kilogram je osnovna enota. Predstavlja maso **prakilograma**, to je uteži, ki je narejena iz obstojne kovine in jo hranijo v Parizu. Vse druge kilogramske uteži so narejene po njej. Pri tehtanju uporabljamo še uteži, ki so del ali pa večkratnik kilogramske uteži.

Pri modernih tehtnicah ne uporabljamo uteži. Tehtnice so z njimi le **umerjene**. Od časa do časa je treba tehtnice pregledati, in če je treba, ponovno umeriti (slika 1.3).

Slika 1.3 *Elektronska tehtnica.*

S tehtnicami lahko merimo mase od nekaj mikrogramov do nekaj deset tisoč kilogramov. Večje ali manjše mase določamo posredno. Na eni strani imamo opraviti z delci atoma in atomskega jedra z maso pod 10^{-30} kg, na drugi pa s planeti, zvezdami in galaksijami z maso nad 10^{30} kg.

Dolžina in masa sta dve izmed osnovnih **fizikalnih količin**. Od preostalih so pomembnejše še **čas**, **temperatura** in **električni tok**. Vsaka od teh količin ima svojo enoto, ki je izbrana po dogovoru in jo imenujemo **osnovna**. Vse preostale fizikalne količine imajo enote, ki jih je mogoče izraziti z osnovnimi enotami. Osnovne in izpeljane enote so del **merskega sistema**.

Meter in kilogram sta osnovni enoti **mednarodnega merskega sistema**, ki ga uporabljamo tudi pri nas. Osnovne količine in enote tega sistema so naštete v tabeli. Podrobneje jih bomo spoznavali postopoma v posameznih poglavjih fizike.

Osnovne količine mednarodnega merskega sistema in njihove enote

Količina		Enota	
Ime	**Znak**	**Ime**	**Znak**
masa	m	kilogram	kg
dolžina	l	meter	m
čas	t	sekunda	s
temperatura	T	kelvin	K
električni tok	I	amper	A
množina snovi	n	mol	mol
svetilnost	I	sveča	cd

Ponekod poleg enot iz mednarodnega merskega sistema uporabljajo še druge, ki so se tradicionalno uveljavile. Med temi so zlasti enote za dolžino in maso. Podatke o njih najdemo v priročnikih.

Med količinami, ki so povezane z dolžino, že poznamo **ploščino** oz. **površino** in **prostornino**. Iz geometrije vemo, kako izračunamo ploščino ravninskih likov ter površino in prostornino teles.

Iz formul razberemo, da so ploščine in površine sorazmerne s produktom dveh značilnih daljic, prostornine pa s produktom treh značilnih daljic lika oz. telesa. Ploščina pravokotnika s stranicama $a = 2$ m in $b = 3$ m meri

$$pl = a \cdot b = 2\ \mathrm{m} \cdot 3\ \mathrm{m} = 6\ \mathrm{m} \cdot \mathrm{m} = 6\ \mathrm{m}^2.$$

Enačba pove, katera je enota za izražanje ploščin. To je produkt enot za dolžino, m · m ali krajše m². Za enoto imamo nazorno

?Kolikšni so pretvorniki med navedenimi enotami? Ali lahko ploščine tudi neposredno merimo?

?Kolikšni so pretvorniki med navedenimi enotami? Kako prostornine neposredno merimo?

predstavitev – to je ploščina kvadrata s stranico 1 m. Podobno nazoren pomen imajo tudi druge ploščinske mere: dm^2, cm^2, mm^2 , … km^2.

Formule za prostornine dajo enoto za izražanje prostornin. To je $m \cdot m \cdot m$ ali krajše m^3. Enota ima tudi nazoren pomen – to je prostornina kocke z robom 1 m.

Tudi druge prostorninske mere, mm^3, cm^3, dm^3 in km^3, imajo podoben pomen.

Ponovimo še fizikalno količino, ki povezuje maso in prostornino teles. S tehtanjem se brž prepričamo, da je masa **homogenih teles** sorazmerna s prostornino, npr.: dva litra olja tehtata dvakrat toliko kot en liter, trije litri trikrat toliko in tako naprej. V vseh primerih je med maso in prostornino konstantno razmerje, ki ga imenujemo **gostota**:

$$\rho = \frac{m}{V} .$$

Vzemimo za zgled 2 litra oziroma 2 dm^3 olja, ki tehtata 1,84 kg. Izračunamo, da je gostota

$$\rho = \frac{1{,}84\ \mathrm{kg}}{2{,}0\ \mathrm{dm}^3} = 0{,}92\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{dm}^3} .$$

Predpis za računanje gostote da tudi enoto – **kg/dm³**. Mnogokrat uporabljamo tudi enoti **kg/m³** in **g/cm³**. Poiščimo še pretvornike med njimi:

$$1\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{cm}^3} = 1\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{dm}^3} = 1000\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3} .$$

Postopek, ki smo ga spoznali pri oblikovanju enot za ploščino in prostornino iz enote za dolžino in pri oblikovanju enote za gostoto iz enot za maso in prostornino, uporabimo tudi pri drugih fizikalnih količinah, ki jih izrazimo z osnovnimi količinami.

Zgled

Enota za fizikalno količino **delo**, ki je po definiciji produkt sile in poti,

$$A = Fs,$$

je produkt enot za silo in za pot, to je newtona (N) in metra. To zapišemo takole:

$$[A] = [F] \cdot [s] = \mathrm{Nm} .$$

Po dogovoru zapisujemo simbole fizikalnih količin poševno, njihove enote pa navadno. To pravilo smo uporabili že zgoraj.

NAPAKE PRI MERJENJIH

Sistematične napake

Če hočemo svoja merjenja primerjati z merjenji drugih, moramo uporabljati merila z enakimi merskimi skalami oziroma merilne postopke, ki jih je mogoče ponoviti in preveriti. Zaradi neusklajenosti meril in neponovljivosti ali nepreverljivosti merskih postopkov pride do **sistematičnih napak** pri merjenju. Vsa merska števila pri merjenju s prekratkimi merili so prevelika, vsa merska števila pri merjenju s predolgimi merili pa premajhna. Takim napakam se izognemo le tako, da merila in merske postopke pogosto kontroliramo.

Zgled

Vzemimo, da z metrskim merilom, ki je za 2 mm predolgo, izmerimo rob mizice in dobimo 55,6 cm. Kolikšna je prava dolžina, če privzamemo, da je napaka na merilu enakomerno porazdeljena?

Do odgovora pridemo s sklepanjem. Dolžini 1 m, to je 1000 mm, ustreza na našem merilu 998 milimetrskih enot. To pomeni, da moramo vse odčitke pomnožiti s kvocientom

$$\frac{1000}{998},$$

da dobimo pravo dolžino. Prava dolžina mizice je torej 557 mm oziroma 55,7 cm.

Pravilnost in enotnost meril je pomembna zlasti pri proizvodnji.

Na nekaterih merskih napravah je označeno, kolikšna je največja sistematična napaka, ki jo lahko prinese merjenje z njimi. To je **razred merila**, npr.: merilo v razredu 1,5 lahko prinese napako, ki je enaka 1,5 % obsega merila. Merjenje z metrskim merilom tega razreda bi dopuščalo napako do 15 mm.

? Premislite, kaj bi se zgodilo, če bi različne tovarne, ki sodelujejo pri proizvodnji avtomobilov, uporabljale neusklajena merila. Ali bi avto, v celoti izdelan v eni sami tovarni, ki bi uporabljala napačna merila, deloval?

Naključne napake

Z metrskim merilom večkrat izmerimo dolžino razreda. Pri vsakem merjenju smo enako skrbni, pa vendar ne dobimo enakih rezultatov. Izmerki so npr.:

12,56 m, 12,60 m, 12,54 m, 12,58 m, 12,55 m, 12,59 m, 12,57 m, 12,57 m, 12, 58 m, 12,56 m .

Izmerki se razlikujejo med seboj zaradi napak, ki jih naredimo pri polaganju merila, zaradi nehotenih premikov merila in podobno. Napake so pri vsakem poskusu nekoliko drugačne in zato neponovljive. Pravimo, da so **naključne**.

Ponavljanje merjenj nam pomaga oceniti take napake in s tem natančnost merjenja. Izmerke predstavimo z njihovo **srednjo** ali **povprečno vrednostjo** in z **oceno napake**. V našem primeru je srednja vrednost

$$\bar{x} = \frac{(12{,}56 + 12{,}60 + 12{,}54 + 12{,}58 + 12{,}55 + 12{,}59 + 12{,}57 + 12{,}57 + 12{,}58 + 12{,}56)\ \mathrm{m}}{10} = 12{,}57\ \mathrm{m}$$

Pri oceni napake smo nekoliko v dvomih. Naša merjenja odstopajo od srednje vrednosti za največ 3 cm v eno in drugo stran. To bomo imenovali **maksimalna napaka**. Natančnost merjenj navadno predstavimo z mejo, znotraj katere sta dve tretjini izmerkov. To mejo imenujemo **efektivna napaka**. V našem primeru je med 12,56 m in 12,58 m 6 od 10 odmerkov. Efektivna napaka je torej enaka 1 cm in merjenje predstavimo kot

$$x = 12{,}57\ \mathrm{m} \pm 1\ \mathrm{cm} = (12{,}57 \pm 0{,}01)\ \mathrm{m}\,.$$

Zapis pove, da je povprečje merjenj 12,57 m; dve tretjini je takih, ki se od povprečja razlikujejo za največ 1 cm.

Pri zapisu rezultatov moramo paziti na usklajenost. Ko računamo povprečje, se nam pri deljenju rado zapiše kako števisko mesto preveč. Efektivna napaka pove, katera mesta so še smiselna. V našem primeru so to mesta, ki pripadajo centimetrom. Efektivno napako bomo vedno ocenjevali le na eno mesto.

Srednja vrednost izmerkov je boljši podatek za dolžino sobe kot posamezni izmerek, saj pričakujemo, da so pri merjenju napake v eno smer enako verjetne kot napake v drugo smer. Pri računanju povprečja se zato napake v veliki meri izravnajo, tako da je srednja vrednost izmerkov bližja pravi dolžini sobe, kot kaže efektivna napaka.

Pomemben podatek, ki kaže, kako natančno je merjenje, je **relativna napaka**. To je kvocient med efektivno napako in srednjo vrednostjo. V našem primeru je relativna napaka

$$\frac{0{,}01\ \mathrm{m}}{12{,}57\ \mathrm{m}} = 1 \cdot 10^{-3}\,,$$

ali 0,1 %. Pri večini merjenj bomo zadovoljni z nekajodstotno napako.

V priročnikih ali učbenikih največkrat ni podatkov o natančnosti. Če ni drugače povedano, velja, da so lahko podatki v zadnjem zapisanem mestu najmanj za pol enote negotovi. Lahko pa računamo z negotovostjo ene enote na zadnjem zapisanem mestu.

Da so podatki lahko negotovi, se moramo zavedati, ko z njimi računamo. Natančnost izračunane količine mora biti usklajena z natančnostjo podatkov.

Velja okvirno navodilo, da naj bo rezultat računov z negotovimi podatki zapisan s toliko številskimi mesti, kolikor jih ima najmanj natančen podatek. V spodnjem zgledu so to tri mesta, saj je s tremi mesti zapisana dolžina ene od stranic.

Zgled

Izračunajmo ploščino tal v razredu. Za stranici izmerimo npr. 12,57 m ± 1 cm in 5,70 m ± 1 cm. Ploščino izračunamo iz srednjih vrednosti izmerkov za stranici, to je

$$pl = 12{,}57\ \mathrm{m} \cdot 5{,}70\ \mathrm{m} = 71{,}6490\ \mathrm{m}^2.$$

Namenoma smo pisali vsa mesta, ki jih dobimo z množenjem podatkov. Toda nekaj jih je negotovih ali celo nesmiselnih. To spoznamo takole: zaradi negotovosti v dolžini prve stranice je izračunana ploščina negotova za

$$\pm\, 0{,}01\ \mathrm{m} \cdot 5{,}70\ \mathrm{m} = \pm\, 0{,}00570\ \mathrm{m}^2,$$

zaradi negotovosti v dolžini druge stranice pa za

$$\pm\, 0{,}01\ \mathrm{m} \cdot 12{,}57\ \mathrm{m} = \pm\, 0{,}1257\ \mathrm{m}^2,$$

to je skupaj za

$$\pm\, 0{,}1827\ \mathrm{m}^2$$

ali, zaokroženo, za 0,2 m^2. Izračunano ploščino smemo zato zapisati le z enim mestom za decimalno vejico, saj je že to negotovo. Ploščina je torej

$$pl = (71{,}6 \pm 0{,}2)\ \mathrm{m}^2.$$

PRIKAZ MERSKIH REZULTATOV

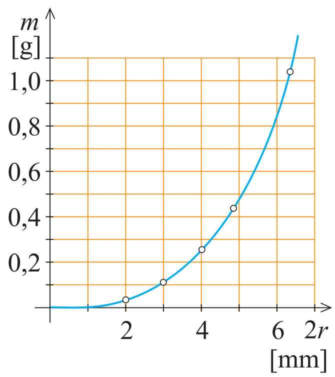
V fiziki nas pri merjenjih največkrat zanima odvisnost med izbranimi fizikalnimi količinami, npr. med radijem kroglice in njeno maso, med časom gibanja in opravljeno potjo, med silo in pospeškom telesa. Eno izmed količin ponavadi izberemo sami; zanjo pravimo, da je **neodvisna spremenljivka**. Druga pa je odvisna od prve in jo navadno merimo; imenujemo jo **odvisna spremenljivka**.

Rezultate merjenj prikažemo v tabeli, kjer vrednostim neodvisne količine pripišemo vrednosti odvisne količine, izmerjene pri več ponovitvah. S temi vrednostmi izračunamo povprečja in efektivne napake.

Nazorna je grafična predstavitev rezultatov. V ravnini, ki jo opredeljujeta osi pravokotnega koordinatnega sistema, prikažemo pripadajoče pare količin kot točke. Zaporedje točk nam pokaže funkcijsko odvisnost količin. Pri prepoznavanju odvisnosti se moramo zavedati, da so izmerki podvrženi napakam in da moramo biti pri grafih pozorni bolj na splošen potek, manj pa na podrobnosti.

Z grafičnim prikazom odvisnosti med fizikalnimi količinami se bomo seznanjali vsa leta učenja fizike. Za zgled si vzemimo odvisnost mase ležajnih kroglic od njihovega premera. Premere kroglic bomo merili s kljunastim merilom, ki omogoča merjenje na 0,02 mm natančno, tehtali pa bomo s tehtnico, ki omogoča tehtanje na 10 mg natančno. Izmerjene vrednosti so v spodnji tabeli.

premer [mm]	**masa [g]**
2,00	0,03
3,05	0,11
4,00	0,26
4,75	0,44
6,35	1,04
6,40	1,05



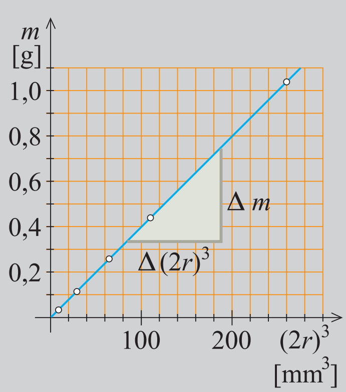
Slika 1.4 *Odvisnost mase kroglic od premera.*

Večkratna merjenja dajejo enake rezultate, kar je tudi pričakovati, saj obe merilni napravi naključne napake skoraj izključujeta. Natančnost merjenj je kar enaka mejam, ki ju postavljata – pri merjenju premerov 0,02 mm, pri tehtanju pa 0,01 g.

Graf na sliki 1.4 kaže izmerjeno odvisnost mase kroglic od premera. Debelina pik približno ustreza natančnosti merjenj. Vidimo, da masa narašča, težko pa bi z grafa razbrali pravo odvisnost.

Pričakujemo, da je pri kroglicah iz iste snovi z enako gostoto masa sorazmerna s prostornino, s tem pa s kubom premera kroglic, saj je

$$m = \rho V = \frac{4\pi}{3}\rho r^3 = \frac{\pi}{6}\rho(2r)^3 = k(2r)^3 .$$



Izmerke zato vnesemo v graf in tako prikažemo maso kroglic v odvisnosti od kuba premera. Izmerki so nanizani okoli premice skozi izhodišče, ki jo položimo tako, da so odmiki izmerkov od nje najmanjši in jih je enako tako v eno kakor v drugo stran. To kaže, da je masa res sorazmerna s kubom premera, kakor pravi zgornja enačba. Strmina premice, ki jo določa smerni koeficient k, je sorazmerna z gostoto kroglic. Za smerni koeficient premice dobimo iz narisanega pravokotnega trikotnika vrednost

$$k = \frac{\Delta m}{\Delta(2r)^3} = 4{,}0\,\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{cm}^3},$$

iz njega pa gostoto kroglic

$$\rho = \frac{6}{\pi}k = 7{,}6\,\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{cm}^3}.$$

VPRAŠANJA

1. Fizikalne količine, s katerimi se srečujemo, mnogokrat le ocenimo. Z vajo si človek pridobi sposobnost, da dokaj natančno ocenjuje količine. Poskusite tudi vi in ocenite:
   a) Koliko časa bi potreboval tekač za pot od Vrtojbe do Lendave, če bi ves čas tekel kot pri maratonu?
   b) Koliko odstotkov fasade pokrivajo okna?
   c) Kolikšna je prostornina človeškega telesa v cm^3?
   č) V kolikšnem času je mogoče pokositi nogometno igrišče z vrtno kosilnico?
   d) Koliko frnikol lahko shranimo v kozarcu za marmelado?
   e) Koliko utripov naredi človeško srce v povprečno dolgem življenju?
   f) Koliko litrov bencina letno porabijo vsi avtomobili v Sloveniji skupaj?

2. Kako se povečata površina in prostornina kocke, če se dolžina robov podvoji, potroji itd.?

3. Predpostavimo, da se višina in vse druge razsežnosti telesa podvojijo. Za kolikšen faktor se spremeni teža?

4. Določimo višino drevesa. Izmeriti moramo dolžino svoje sence, dolžino sence drevesa in svojo višino. Višino drevesa izračunamo s podobnimi trikotniki. Ali lega Sonca na nebu vpliva na rezultate?

5. Na kljunastem merilu je običajno zapisana temperatura 20° C? To pomeni, da kaže merilo prav le pri 20° C, pri nižji temperaturi je prekratko, pri višji pa predolgo. Koliko z merilom namerimo pri 35° C?

NALOGE

1. Kvadratek na šahovnici ima stranico 52 mm. Kolikšna je v m^2 ploščina šahovnice, ki ima 64 polj?
   Odgovor: $0{,}17\ m^2$

2. Na steklenički za zdravila je zapisana prostornina 19,0 cl (centilitrov). Koliko takih stekleničk lahko napolnijo z vsebino posode, ki ima prostornino 12 l?
   Odgovor: 63

3. Konjska moč je enaka 736 W. Moč avtomobilskega motorja je 75 konjskih moči. Koliko kW je to?
   Odgovor: 55 kW

4. Astronomska enota (1 a. e.) je definirana kot povprečna oddaljenost Zemlje od Sonca (150 milijonov kilometrov). Mars je od Sonca oddaljen 1,52 a. e. Koliko kilometrov je to?
   Odgovor: 228 milijonov km = $2{,}28 \cdot 10^8$ km

5. Hitrost vožnje v naseljih je omejena na 50 km/h. Koliko ms^{-1} je to?
   Odgovor: 14 m/s

6. Izračunajte in izrazite rezultat s smiselnim številom zanesljivih mest:

a) $\dfrac{26{,}592}{18{,}24 \cdot 6{,}2}$

b) $126{,}6 - 0{,}422$

c) $\dfrac{11{,}983 - 10{,}773}{2{,}1}$

Odgovor: a) 0,24
b) 126,2
c) 0,58

7. Pot Zemlje okoli Sonca je dolga okoli $9{,}4 \cdot 10^8$ km. Zemlja jo prepotuje v času 365,25 dneva. Koliko km prepotuje Zemlja v enem dnevu?

Odgovor: $2{,}6 \cdot 10^6$ km

8. Svetlobno leto je razdalja, ki jo svetloba prepotuje v praznem prostoru v enem letu (hitrost svetlobe je $2{,}998 \cdot 10^8$ m s^{-1}). Koliko km je to? Koliko astronomskih enot ima svetlobno leto?

Odgovor: $9{,}46 \cdot 10^{12}$ km
$6{,}31 \cdot 10^4$ a. e.

9. Pomorščaki merijo dolžino svojih poti z morskimi miljami, ki so v sistemu enot SI posebej dovoljene. Milja predstavlja dolžino loka na ekvatorju, ki mu pripada središčni kot ene kotne minute. Koliko km meri 1 morska milja? Dolžina zemeljskega ekvatorja je 40 000 km.

Odgovor: 1,85 km

10. Uporabite žepno računalo in izračunajte:

a) $\dfrac{5{,}1 \cdot 10^{21}}{7{,}12 \cdot 10^{16} \cdot 2{,}892 \cdot 10^4}$

b) $\dfrac{4{,}221 \cdot 10^3}{3{,}090 \cdot 10^2 \cdot 8{,}011 \cdot 10^{-6}}$

c) $\dfrac{7{,}112 \cdot 10^{-5}}{2{,}56 \cdot 10^{-2}} - 6{,}641 \cdot 10^{-3}$

Rezultate zapišite s smiselnim številom zanesljivih mest.

Odgovor: a) 2,5
b) $1{,}705 \cdot 10^6$
c) $-3{,}86 \cdot 10^{-3}$

11. Opazovalec vidi rob visoke skale pod kotom 30° glede na navpičnico. Kako visoko nad tlemi je rob, če je opazovalec za 100 m oddaljen od vznožja skale?

Odgovor: 173 m

12. Z metrsko palico, ki je za 1 mm nezanesljiva, izmerimo dolžino in širino mize. Dobimo 2,450 m in 1,750 m. Kolikšna je ploščina mize v m^2? Upoštevajte natančnost podatkov.

Odgovor: $4{,}288\ m^2 \pm 0{,}004\ m^2$

13. Masa stekleničke z vodo je 235 g ± 2 g, masa prazne stekleničke pa 125 g ± 2 g.

a) Kolikšna je masa vode v steklenički?
b) Kolikšna je relativna napaka podatkov?
c) Kolikšna je relativna napaka rezultata?

Odgovor: a) 110 g ± 4 g
b) 0,9 %, 1,6 %
c) 3,6 %

2. ZGRADBA SNOVI

RAZVRŠČANJE SNOVI PO LASTNOSTIH

Obdaja nas množica snovi. Ponavadi jih glede na njihove lastnosti delimo na skupine. V kemiji jih najprej delimo na **zmesi** in **čiste snovi**. Čiste snovi delimo naprej na **spojine** in **elemente**, spojine pa na **organske** in **anorganske**.

? Na čem temeljijo delitve? Naštejte osnovne zakone kemije, ki povedo, kako se elementi spajajo v spojine.

Snovi lahko delimo še glede na druge lastnosti, npr. glede na **agregatno stanje**. Ločimo **trdne snovi ali trdnine**, **kapljevine** in **pline**. Njihove značilne lastnosti že poznamo:

- Trdne snovi ali telesa iz trdne snovi odlikuje bolj ali manj stalna oblika.
- Kapljevine moramo hraniti v posodah, ker bi se drugače razlile. V posodah oblikujejo **gladino**, lahko jih razpršimo v **kapljice**, lahko se pretakajo in mešajo.
- Tudi pline hranimo v posodah. Zapolnijo vso posodo, in ko jo odpremo, se razširijo po vsej okolici. Tudi plini tečejo in se mešajo. Zaradi te lastnosti jih skupaj s kapljevinami uvrščamo med **tekočine**.

? Poskusite našteti nekaj snovi, ki jih je mogoče razvrstiti v eno od treh skupin. Katere snovi pa bi na ta način težko razvrstili?

Snovi se v različnih okoliščinah pojavljajo v različnih agregatnih stanjih. Vodo v naravi srečujemo kot plin, kot kapljevino in kot trdno snov (slika 2.1).

Slika 2.1 *Voda v treh agregatnih stanjih: v vlažnem zraku kot plin, v morju in oblakih kot kapljevina in v ledenih gorah kot trdnina.*

Marsikatera snov v naravi ne sodi v nobenega od naštetih razredov. To nas ne sme presenetiti. Narave ni mogoče do kraja razdeliti po predalih. Predalčkanje pa nam pomaga, da se v raznovrstnosti pojavov lažje znajdemo in tako spoznamo splošnoveljavne zakonitosti.

MOLEKULE IN ATOMI

Osnovno spoznanje kemije je, da so čiste snovi sestavljene iz popolnoma enakih **molekul**, ki so sestavljene iz **atomov** elementov. Spoznanje izhaja iz osnovnih zakonov kemije. Predstavljati si moramo, da je element iz popolnoma enakih atomov, ki pa se razlikujejo od elementa do elementa. Pri kemijskih reakcijah se atomi vedno na enak način združujejo v molekule spojin: pri vodi prideta na vsak atom kisika po dva atoma vodika, pri vodikovem peroksidu pa na vsak atom kisika po en atom vodika.

Atomi in molekule so osnovni gradniki, iz katerih je zgrajena snov.

Vprašajmo se, kolikšni so atomi, kolikšno je njihovo število in kolikšna je njihova masa.

S preprostim poskusom lahko ocenimo, kolikšna je molekula olja. Na gladino čiste vode kanemo kapljico olja s prostornino okoli 0,1 mm^3. Kapljica se razleze po gladini v krožno liso s premerom kakih 10 cm. V tanki plasti olja so molekule nanizane druga ob drugi, tako da je debelina plasti enaka značilni razsežnosti molekule. Iz tega sklepamo, da je velikost molekule olja, pravzaprav njena dolžina, okoli 10^{-9} m = 1 nm. Atomi ali molekule iz nekaj atomov so manjši in merijo nekaj desetink nm.

Majhnost atomov kaže, da jih je že v komaj merljivih množinah snovi nepredstavljivo veliko. Kot naravna enota za množino čistih snovi se je v kemiji udomačil **mol**. To je množina snovi, v kateri je $6{,}02 \cdot 10^{23}$ molekul. V fiziki navadno uporabljamo tisočkrat večjo enoto, to je **kilomol**. V njem je tedaj $6{,}02 \cdot 10^{26}$ molekul oziroma atomov. Tako prvo kakor drugo število imenujemo **Avogadrovo število**. Označujemo ju s simbolom N_A:

$$N_A = 6{,}02 \cdot 10^{23} \text{ (na mol) oziroma } 6{,}02 \cdot 10^{26} \text{ (na kilomol).}$$

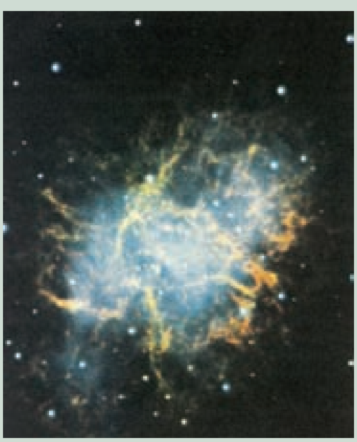
Mase molekul in atomov izražamo v enoti, ki jo imenujemo **atomska enota mase** in jo označujemo s črko **u**. Izbrana je tako, da je z njo izražena masa atoma ogljika ^{12}C natanko 12 u. Ker je hkrati kilomol ogljika ^{12}C natanko 12 kg, sledi:

$$\mathrm{u} = \frac{1\ \mathrm{kg}}{N_A} = \frac{1\ \mathrm{kg}}{6{,}02 \cdot 10^{26}} = 1{,}66 \cdot 10^{-27}\ \mathrm{kg}\,.$$

V periodnem sistemu je elementom pripisana **relativna atomska masa**. To je ravno v atomskih enotah izražena povprečna atom-

Nastajanje in spreminjanje snovi v vesolju

Človeško telo sestavljajo predvsem lahki elementi, kot so vodik, kisik, ogljik in dušik, poleg teh pa je še nekaj srednje težkih elementov in nekaj težjih elementov v sledeh. Vodikovi atomi izvirajo iz začetnega obdobja vesolja ter so stari skoraj 15 milijard let. Drugi elementi nastajajo v zvezdah in so se razpršili v vesolje ob eksploziji supernov pred približno petimi milijardami let. Razpršena snov se je zgostila v Osončje – Sonce in planete. Sestavlja tudi Zemljino površje, ozračje in živa bitja.



ska masa. Izbrani element je namreč sestavljen iz več **izotopov**, to je atomskih vrst, ki se razlikujejo po masi, po kemijskih lastnostih pa komajda kaj. V tabelah izotopov najdemo relativne atomske mase za vsak izotop posebej.

Z relativnimi atomskimi masami lahko izrazimo **relativne molekulske mase**: relativna molekulska masa je vsota relativnih atomskih mas elementov, ki sestavljajo molekulo.

Zgled

Vodik z relativno atomsko maso 1,0 in kisik z relativno atomsko maso 16,0 sestavljata vodo, pri kateri je molekula sestavljena iz dveh atomov vodika in enega atoma kisika, po formuli H_2O. Iz tega sledi, da je relativna molekulska masa vode:

$$2 \cdot 1{,}0 + 16{,}0 = 18{,}0\,.$$

To pomeni, da je masa molekule vode 18,0 u oziroma da je kilomol vode 18,0 kg vode.

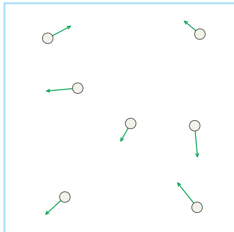
S podatki o relativni atomski ali molekulski masi in Avogadrovem številu lahko določimo število atomov ali molekul v izbranem vzorcu snovi.

Zgled

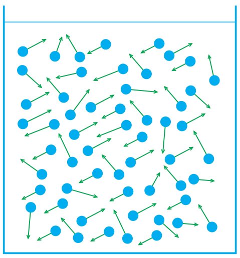
Za zgled izračunajmo število molekul v enem litru vode. Masa litra vode je 1 kg, to je masa $^1/_{18}$ kilomola vode. Število molekul je torej $^1/_{18}$ Avogadrovega števila, to je:

$$\frac{6{,}02 \cdot 10^{26}}{18} = 3{,}3 \cdot 10^{25}$$

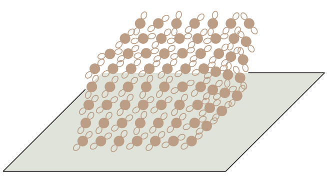
To je nepredstavljivo veliko. Če bi molekule izbranega litra zaznamovali in jih enakomerno pomešali v svetovnem morju, bi bilo v litru morja okoli 24 000 zaznamovanih molekul. Prostornina svetovnega morja je ocenjena na $1{,}4 \cdot 10^{18}$ m^3.



***Slika 2.2** Molekule v plinu.*



***Slika 2.3** Molekule v kapljevini.*



***Slika 2.4** Molekule v trdni snovi.*

ZGRADBA SNOVI IZ MOLEKUL OZIROMA ATOMOV

Atomi ali molekule iste snovi lahko v različnih okoliščinah oblikujejo zdaj plin, zdaj kapljevino, zdaj trdno snov. Snovi se razlikujejo po tem, kako so atomi oziroma molekule v njih zvezani med seboj. V plinih so molekule ali atomi prosti. Medsebojne razdalje so velike v primerjavi z njihovo velikostjo. Molekule ali atomi se neprestano gibljejo in zadevajo drug v drugega ali v stene posode. Zato se tudi porazgubijo v prostor, ko posodo odpremo. Slika 2.2 kaže trenutno sliko majcenega dela plina. Pri molekulah so narisane tudi smeri njihovega trenutnega gibanja.

Tudi v kapljevinah so molekule ali atomi prosto gibljivi. Za razliko od plinov so tesno skupaj. Če se razdalja med njimi poveča, se privlačijo, če se zmanjša, pa se odbijajo. Medsebojna razdalja je približno enaka premeru molekul ali atomov. Tako stanje ponazarja slika 2.3.

V trdnih snoveh so osnovni gradniki vezani na stalna mesta – okoli njih lahko le nihajo (slika 2.4).

Zgled

Ocenimo velikost molekule vode. Predstavljajmo si, da je okoli vsake molekule v vodi očrtana kockica, katere rob je enak premeru molekule. Kockice so tesno zložene druga poleg druge, tako da povsem zapolnijo prostornino vode.

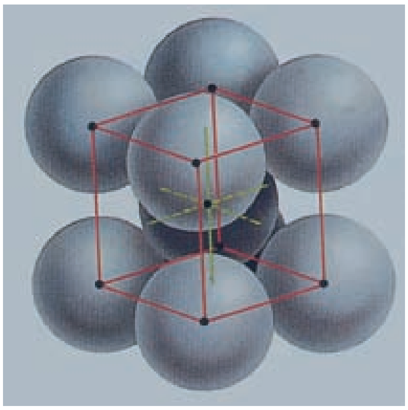
Zgoraj smo izračunali, da je v litru vode $N = 3{,}3 \cdot 10^{25}$ molekul vode. Liter vode je torej sestavljen iz prav toliko kockic z robom a, ki predstavlja premer molekule. Tedaj je

$$V = Na^3 \text{ in}$$

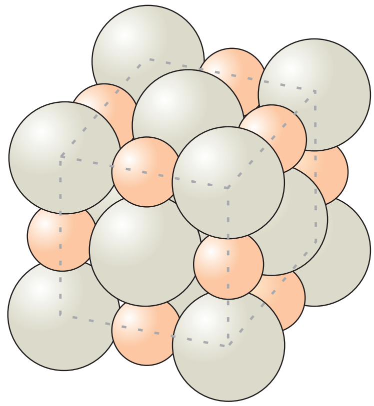
$$a = \sqrt[3]{\frac{V}{N}} = \sqrt[3]{\frac{10^{-3}\ \mathrm{m}^3}{3{,}3 \cdot 10^{25}}} = 3{,}1 \cdot 10^{-10}\ \mathrm{m}\,.$$

S tem podatkom lahko ocenimo še razdaljo med molekulami vode v vodni pari. Pri vrelišču vode je gostota nasičene pare okoli 1 kg/m^3, torej je tisočkrat manjša od gostote vode. Iz tega sklepamo, da je rob kockice, ki pripada eni molekuli, desetkrat tolikšen kakor v kapljevini, torej okoli $3 \cdot 10^{-9}$ m. Ta velikost predstavlja povprečno razdaljo med molekulami. Vidimo, da je desetkrat tolikšna kakor premer molekule.

V kristalih, ki predstavljajo zgradbo velike večine trdnih snovi, so gradniki razporejeni v urejeni prostorski mreži, največkrat tako, da karseda na gosto napolnijo razpoložljivi prostor. Slika 2.5 ponazarja zgradbo kristala niklja. Sestavljajo ga osnovne enote – kocke, ki imajo ione niklja na ogliščih in v sredini – ki se ponavljajo skozi ves kristal. Ioni sestavljajo tudi kristal NaCl (slika 2.6). Kristale organskih snovi sestavljajo molekule.



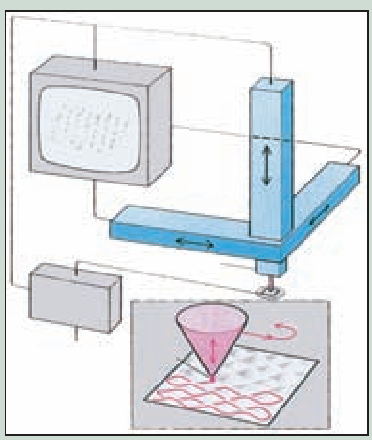
Slika 2.5 *Ioni v kristalu niklja.*



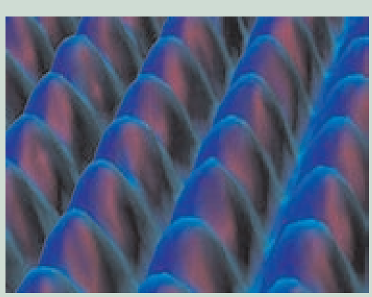
Slika 2.6 *Ioni v kristalu NaCl.*

Površje kristala

S tunelskim mikroskopom lahko otipamo tudi površje kristala.



Osrednji del mikroskopa je merilna glava, to je v treh pravokotnih smereh premična in do atomskih razsežnosti priostrena kovinska konica. Med vzorec in konico je pritisnjena majhna napetost, ki povzroči električni tok, ko se konica dovolj približa vzorcu. Ko vodijo konico prek vzorca, jo hkrati tudi v pravokotni smeri pomikajo tako, da je električni tok konstanten. Tako lega konice v smeri, pravokotni na vzorec, kaže površinsko zgradbo vzorca.



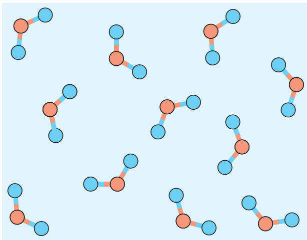
Površje kristala niklja.

Oblika kristalov

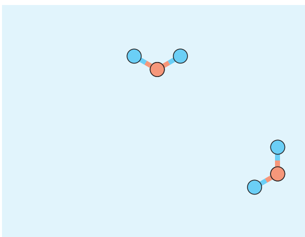
Pravilna notranja zgradba kristalov se odraža tudi na zunanji obliki.

Sečoveljske soline

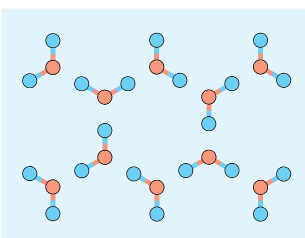
Ob vsakodnevni žetvi solinarji pustijo nekaj drobnih kristalov za »seme«. Tako pospešijo novo rast v kristalizacijskih bazenih.



Slika 2.7a *Molekule vode v kapljevini, linearna povečava 10^9.*



Slika 2.7 b *Molekule vode v pari, linearna povečava 10^9.*



Slika 2.7 c *Molekule vode v ledu, linearna povečava 10^9.*

MOLEKULE IN ATOMI SE NEPRESTANO GIBLJEJO

V curku sončne svetlobe, ki uhaja skozi zaveso v zatemnjeno sobo, opazimo drobno migotanje delcev prahu, na katerih se sipa svetloba. Če je zrak miren, je migotanje povsem neurejeno. Gibanje še lažje opazujemo pod mikroskopom. V posodico, ki jo pokrijemo s krovnim stekelcem, vnesemo nekaj dima. Osvetlimo jo od strani in opazujemo gibanje drobnih delcev dima. Podoben poskus naredimo s kapljico mleka, razredčenega z vodo, ali s kapljico razredčenega tuša. Pod mikroskopom opazujemo gibanje kapljic maščobe ali delcev tuša. Drobni delci se vidno in neurejeno premikajo semtertja, debelejši pa se komaj zaznavno zaganjajo zdaj v eno, zdaj v drugo smer. Gibanje je prvi opazil botanik Robert Brown, zato se po njem imenuje Brownovo gibanje. Razlagamo si ga kot posledico trkov delca z molekulami v plinu ali kapljevini. Molekule neurejeno zadevajo v droben delec in ga potisnejo zdaj v eno, zdaj v drugo smer. Drobnejši ko je delec, manj enakomerno molekule zadevajo obenj, zato se živahneje giblje tudi sam. Brownovo gibanje potrjuje, da se molekule in atomi v plinih in kapljevinah neprestano neurejeno gibljejo (sliki 2.2 in 2.3). Temu gibanju pravimo **termično gibanje**. Pozneje bomo spoznali, da je živahnost termičnega gibanja odvisna od temperature snovi.

Termičnega gibanja v trdnih snoveh ne moremo neposredno opazovati, iz mnogih pojavov pa sklepamo, da gradniki neprestano nihajo okoli mest, na katera so vezani (slika 2.4).

Povzemimo za konec po Richardu Feynmanu
zgodbo o izletu v svet atomov

Vzemimo kapljo vode, kakih 6 mm v premeru. Če jo pogledamo še tako natanko, ne vidimo drugega kot vodo – gladko, enakomerno gosto vodo. Tudi skozi najboljši mikroskop z okoli 2000-kratno povečavo bo videti voda še vedno gladka in enakomerno gosta, le tu in tam opazimo majhno ovalno stvar, ki plava sem in tja. To so parameciji. Biologi se tu ustavijo. Če še nekoliko povečajo povečavo, lahko opazujejo zgradbo paramecijev. Mi si raje oglejmo vodo še pri 2000-krat večji povečavi. Tedaj bi merila prvotna kaplja v premeru okoli 30 km. Če pogledamo zelo natanko, zagledamo nekakšno gomazenje, kakor da bi od daleč opazovali gnečo ljudi na nogometni tekmi. Da bi videli, kaj mrgoli, bi morala biti povečava še 250-krat večja. Tedaj bi se pokazalo nekaj podobnega, kot kaže slika 2.7 a. Vedeti moramo, da je slika le ponazoritev. Molekule so narisane z ostrimi robovi, atomi vodika so narisani temni, da jih ločimo od atomov kisika, slika je ravninska, delci na njej mirujejo. V resnici so meje med delci nejasne, delci se neprestano zadevajo med seboj in se sučejo drug okoli drugega. In še nekaj je, česar na sliki ni mogoče prikazati. Delci so zvezani med seboj, privlačijo drug drugega, kakor da bi bili zlepljeni z nevidnim lepilom. Če bi jih poskusili stisniti, bi se pa odbijali.

Podoben izlet v vodno paro bi pri enaki povečavi pokazal nekaj takega, kar vidimo na sliki 2.7 b. V pari so molekule proste in se gibljejo v praznem prostoru. Slika 2.7 c kaže še led pri enaki povečavi. Molekule v njem so vezane druga na drugo v urejeni mreži.

VPRAŠANJA

1. Kje je povprečna oddaljenost med molekulami manjša, v vodi pri 0° C ali v ledu pri 0° C? Odgovor utemeljite.

NALOGE

1. Izračunajte, koliko molekul je v kilogramu zraka in koliko atomov je v kilogramu živega srebra. Koliko atomov ali molekul pa je v kubičnem metru teh snovi?

Odgovor: $2{,}1 \cdot 10^{25}$; $3{,}0 \cdot 10^{24}$
$2{,}7 \cdot 10^{25}$; $4{,}1 \cdot 10^{28}$

2. Ocenite število molekul v človeškem telesu z maso 60 kg. Predpostavite, da je v telesu veliko vode in le malo drugih snovi.

Odgovor: $2 \cdot 10^{27}$

3. V bazenu, ki je 30 m dolg in 20 m širok, je 1,5 m vode. V vodo vržemo žlico soli z maso 1,8 g. Koliko ionov Na je v 1 mm^3 vode, ko se sol enakomerno raztopi?

Odgovor: $2 \cdot 10^{10}$

4. Premer atoma železa je približno 10^{-10} m. Koliko atomov železa bi morali postaviti v vrsto, da bi segala od Zemlje do Lune? Razdalja med Zemljo in Luno je $3{,}8 \cdot 10^5$ km. Kolikšna bi bila masa takšne »žice«?

Odgovor: $3{,}8 \cdot 10^{18}$
$3{,}5 \cdot 10^{-7}$ kg

5. V 10 minutah izpari iz lonca 100 g vode. Koliko molekul zapusti površje vode v 1 sekundi?

Odgovor: $5{,}6 \cdot 10^{21}$

6. Koliko atomov je v bakreni ploščici, ki ima obliko kvadra z robovi 120 mm × 80 mm × 2,0 mm?

Odgovor: $1{,}6 \cdot 10^{24}$

7. Vzemimo, da je v 1 m^3 medzvezdnega prostora v povprečju 1 atom vodika. V kolikšni prostornini vesolja je toliko vodikovih atomov, kolikor jih je v 1 litru vode?

Odgovor: $6{,}7 \cdot 10^{16}$ km^3

8. Z izparitvijo 1 litra vode pri 100° C in tlaku 1 bar dobimo 1,6 m^3 vodne pare. Kolikokrat večja je povprečna razdalja med molekulami vode v pari od povprečne razdalje v kapljevini?

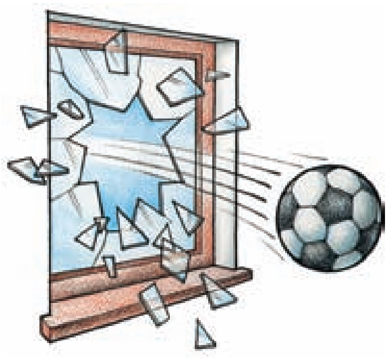
Odgovor: 11,7 krat

Nekaj podatkov v pomoč pri reševanju nalog.

Snov	**Kilomolska masa [kg]**	**Gostota [kg/m^3]**
zrak	29	1,3
voda	18	$1{,}0 \cdot 10^3$
živo srebro	200	$13{,}6 \cdot 10^3$
kuhinjska sol	58,4	$2{,}15 \cdot 10^3$
železo	55,5	$7{,}8 \cdot 10^3$
baker	64	$8{,}9 \cdot 10^3$

3. SILA

Slika 3.1 Nogometaš brcne žogo.



Slika 3.2 Žoga razbije steklo.

Pojem **sila** v vsakdanjem življenju pogosto uporabljamo. Sile so lahko naravne, elementarne, sile udarcev itd. Največkrat jih povezujemo z različnimi dogajanji ali spremembami – sprožajo ali zaustavljajo dogajanja in povzročajo spremembe.

V fiziki pa ima pojem sila veliko ožji pomen.

O silah ste se pogovarjali že v osnovni šoli. Izvedeli ste, kako jih prepoznamo, glede na kaj jih med seboj primerjamo, kako jih merimo. Naučili ste se uporabljati enoto za silo in spoznali nekaj pomembnih zakonitosti, ki so povezane z delovanjem sil.

Obnovimo splošna spoznanja, ki ste jih pridobili v osnovni šoli, in jih dopolnimo.

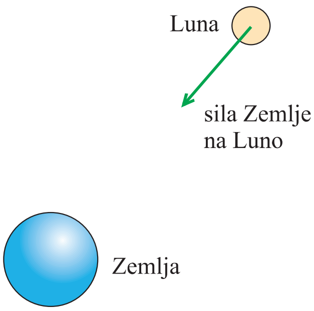
Dogajanja v naravi uravnavajo **gravitacijska** ali **težnostna sila**, **električna sila**, **jedrska sila** in **šibka sila**. Sile, ki delujejo med atomi v snovi, in sile, ki delujejo neposredno na stiku med telesi, so posledica električne sile. Njihov pomen in lastnosti bomo spoznali pozneje.

KAJ ŽE VEMO

Navedimo nekaj dogodkov, ki so povezani s pojmom sila (slike 3.1–3.5). Nogometaš brcne žogo, žoga razbije steklo, fant razteguje vzmet, traktor vleče plug, Zemlja privlači telesa na svojem površju in v okolici.

Slika 3.3 Fant razteguje vzmet.

Slika 3.4 Traktor vleče plug.



Slika 3.5 Zemlja privlači Luno.

Stavki opisujejo **medsebojno delovanje različnih teles**. V fiziki to delovanje predstavimo s **silami**. Eno od sodelujočih teles izberemo kot **opazovano telo**, na katero delujejo **okoliška telesa** s silami. Dogovorimo se, da **sile poimenujemo po njih**. Pravimo torej, da **sila nogometaševe noge** spremeni **žogi** smer in hitrost; pri tem je žoga opazovano telo, nogometaševa noga pa sodi k okolici. Rečemo, da **sila žoge** povzroči, da steklo poči in se razbije, da **sila dečkovih rok** razteguje vijačno vzmet itd.

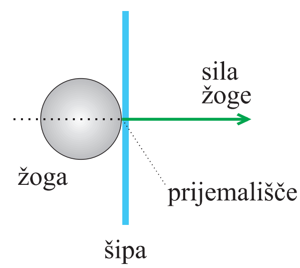
Sile, ki delujejo na opazovano telo iz okolice, imenujemo tudi **zunanje sile**. Iz izkušenj vemo, da sila, s katero izbrano telo iz okolice deluje na opazovano telo, ni odvisna od delovanja drugih teles.

?
Kako pokažemo, da se miza, na katero postavimo težek predmet, deformira? Pokažite tudi, da deformacija mize izgine, čim težek predmet odstranimo.

Dejavnost Izmed teles na slikah 3.1–3.5 izberite po eno opazovano telo in presodite, katera telesa iz okolice delujejo nanj. Kako telo izberite tudi v svoji okolici, npr. knjigo na mizi ali svetilko nad njo. Ugotovite, katere sile iz okolice delujejo na izbrano telo in s katerimi silami to telo deluje na okolico?

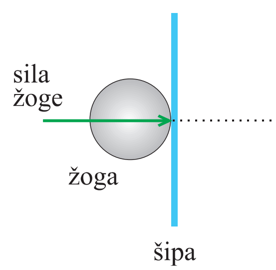
Telesa iz okolice oz. njihove sile opazovano telo **deformirajo**, lahko pa mu **spremenijo** tudi **hitrost in smer gibanja**.

Naštejmo nekaj zgledov:
- vzmet, ki jo napnemo z rokama, se raztegne;
- radirki, ki jo stisnemo med prsti, se spremeni oblika;
- žogi, ki jo brcne nogometaš, se spremeni oblika, spremenita pa se tudi smer in hitrost;
- Luni, ki kroži okoli Zemlje, se neprestano spreminja smer gibanja.



Slika 3.6 *Silo žoge na steklo ponazorimo z usmerjeno daljico, ki ima začetek na stiku obeh teles.*

Učinek je odvisen tako od velikosti sile kakor od njene smeri. Sile predstavimo z **usmerjenimi daljicami**. Daljica se začne v točki, v kateri sila deluje na telo, ali, kakor pravimo, v **prijemališču**, in s puščico kaže v smer delovanja (slika 3.6). Dolžina daljice predstavlja velikost sile. Da je slika preglednejša, silo včasih rišemo tudi tako, da je premaknjena vzdolž premice, po kateri deluje (slika 3.7).



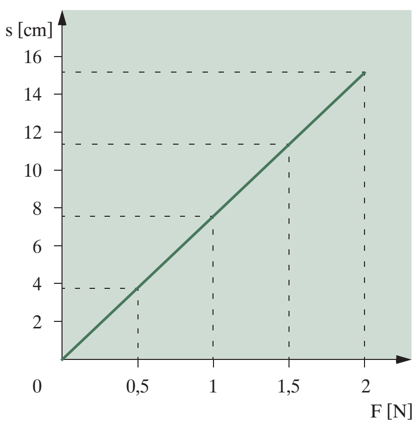
Slika 3.7 *Zaradi preglednosti narišemo silo tudi tako, da konica daljice kaže v prijemališče.*

Glede na to, kako učinkujejo na opazovano telo, lahko sile primerjamo med seboj. Lahko trdimo:
Sili sta enaki – imata enako smer in velikost, če sta njuna učinka na opazovano telo enaka.

Sile že znamo določati z **vzmetno tehtnico**, ki jo umerimo z znanimi silami. Umerjeno vzmetno tehtnico smo imenovali **silomer.** Dogovorimo se, da kot enoto za silo izberemo težo 100-gramske uteži. Imenujemo jo **newton (N).** Teža manjših uteži predstavlja tedaj dele newtona, teža večjih uteži pa njegove večkratnike.

Umerimo vzmetno tehtnico. Na vzmet obesimo različne uteži in pri vsaki izmerimo raztezek (slika 3.8). Zvezo med raztezkom in silo prikažemo grafično (slika 3.9). Merske točke povežemo s premico, ki kaže, da je raztezek vzmeti sorazmeren s silo uteži oz. da

Slika 3.8 *Umerjanje vijačne vzmeti.*



Slika 3.9 *Raztezek vzmeti je sorazmeren s silo.*

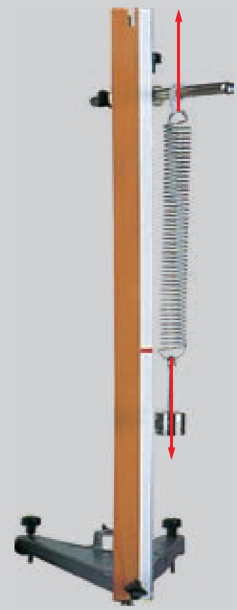
? Kako izmerimo silo, s katero vrv za obešanje perila deluje na drog, na katerega je privezana? Kako pa izmerimo silo, s katero je treba potiskati avto z ugasnjenim motorjem? Opravite meritvi.

je **sila vzmeti sorazmerna z raztezkom.** Pri vsaki uteži se namreč vzmet raztegne za toliko, da njena sila uravnovesi silo uteži. Odvisnost zapišemo z enačbo:

$$F = ks\,,$$

v kateri je ***k*** **koeficient vzmeti**, ki pove, kolikšna je sila vzmeti na enoto raztezka. Izrazimo ga v enoti **N/m**. Grafično predstavlja strmino premice (slika 3.9).

Pri zgornjem poskusu nas je zanimala le sila uteži, ki deluje na vzmet. Sicer pa, gledano v celoti, na vzmet delujeta dve nasprotno enaki sili, to je sila uteži in sila kaveljčka, na katerem visi vzmet. Pravimo, da je vzmet **napeta** s tema dvema silama. Raztezek vzmeti je posledica te napetosti.



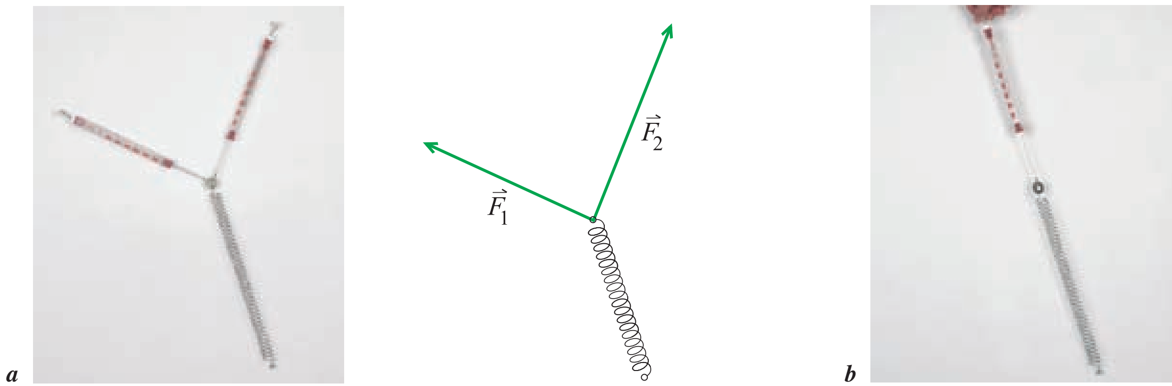
Umerjanje vzmeti nas nauči še tole: raztezek, ki ga povzroča ena utež, je mogoče doseči tudi z več utežmi. To kaže, da se učinki sil seštevajo. Sklepamo, da lahko seštevamo tudi sile, v tem primeru take, ki delujejo vzdolž iste premice. Vsoto sil imenujemo **rezultanta**, sile, ki jo sestavljajo, pa **komponente**.

SILA – VEKTOR

Spoznanje, da lahko sestavimo vzporedne sile, razširimo na poljubne sile. Oglejmo si poskus na sliki 3.10 a. Prožno vzmet raztegujeta sili vzmetnih tehtnic. Prva meri 2,8 N, druga pa 3,0 N. Isti raztezek vzmeti dosežemo pri drugem poskusu s silo 4,0 N, ki deluje v smeri vzmeti (slika 3.10 b).

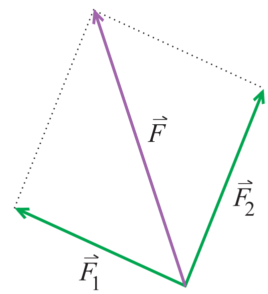
Prvi hip ni videti povezave med silami pri prvem in pri drugem poskusu. Pa seštejmo sili vzmetne tehtnice.

Na sliki 3.11 sili vzmetnih tehtnic seštejemo po **paralelogramskem** pravilu. Vsoto sil dobimo tako, da sliko sil z vzporednicama dopolnimo do paralelograma. Vsota sil je tedaj diagonala para-



__Slika 3.10__ Prožno vzmet raztegujeta sili vzmetnih tehtnic(a). Sili nadomestimo z eno samo (b).

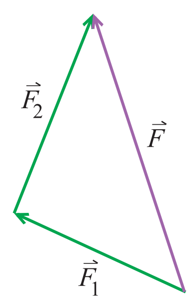
lelograma, ki poteka od skupnega prijemališča do nasprotnega oglišča.



$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$$

__Slika 3.11__ Paralelogramsko seštevanje dveh sil.

Na sliki 3.12 obe sili seštejemo na **trikotniški** način. Na konec prve sile narišemo drugo silo. Vsota sil povezuje prijemališče prve sile s koncem druge.

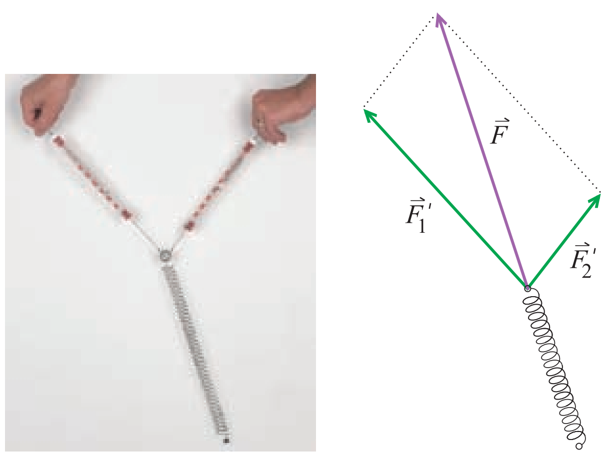


$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$$

__Slika 3.12__ Trikotniško seštevanje dveh sil.

Rezultat, ki ga dobimo, je pri obeh načinih, s paralelogramskim in trikotniškim seštevanjem sil, seveda enak. S slike razberemo, da je to ravno sila, s katero smo dosegli enak učinek kot s prvima dvema.

Slika 3.13 kaže podoben poskus, pri katerem smo spremenili smeri sil pri raztegovanju vzmeti. Enak raztezek vzmeti pomeni tudi enako rezultanto sil, kar potrjuje njuna vsota.



__Slika 3.13__ Izbrano silo nadomestimo z drugima dvema, ki imata poljubni smeri.

Usmerjenost sil in pravila za seštevanje sil kažejo, da lahko sile obravnavamo kot **vektorje**.

Poleg sil bomo pri fiziki spoznali še druge vektorske količine, npr. premik, hitrost, pospešek, jakost električnega polja, gostoto magnetnega polja. Poleg velikosti moramo za vse te količine poznati tudi smer.

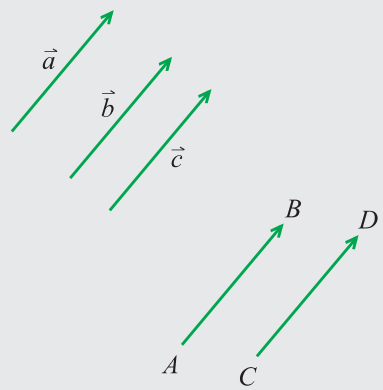
Lastnosti vektorjev natančno opredeljuje matematika. Ena od lastnosti, po kateri prepoznamo vektorje, so prav pravila za seštevanje, ki smo jih pravkar spoznali. Kratko predstavitev matematične obravnave vektorjev in operacij nad vektorji si oglejte v spodnjem vložku.

VEKTORJI

Vektorje predstavimo z usmerjenimi daljicami. Velikost vektorja razberemo iz dolžine daljice, smer pa iz usmerjenosti daljice, ki jo kaže puščica. Vektorje označujemo s simboli, nad katerimi je zapisana puščica, npr. $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$, ali pa kot $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}$, kjer prva točka A pomeni začetek usmerjene daljice, druga točka B pa konec usmerjene daljice, ki predstavlja vektor.

Oglejmo si nekaj osnovnih lastnosti in izrekov o vektorjih.

1. Isti vektor ima več predstavnikov, **saj vzporedne, enako dolge in enako usmerjene daljice predstavljajo isti vektor** (slika A.1)**.**



Slika A.1

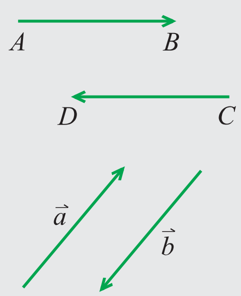
2. Usmerjena daljica, ki ima dolžino nič (krajišči v isti točki), predstavlja vektor $\vec{0}$ (ali 0).

3. Če sta vektorja enako dolga, vzporedna in nasprotno usmerjena, sta *nasprotna.* Na sliki A.2 sta nasprotna vektorja $\overrightarrow{AB}$ in $\overrightarrow{CD}$, prav tako tudi $\vec{a}$ in $\vec{b}$. Zapišemo lahko:

$$\overrightarrow{AB} = -\overrightarrow{CD}$$

oz.

$$\vec{b} = -\vec{a}\,.$$

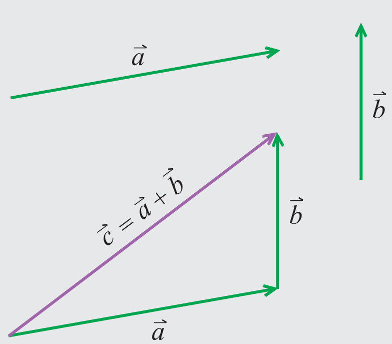


Slika A.2

4. Seštevanje vektorjev

Vektorjema $\vec{a}$ in $\vec{b}$ priredimo vektor $\vec{c}$, ki je *vsota* vektorjev $\vec{a}+\vec{b}$.

a) Da bi vektorja sešteli po **trikotniškem pravilu**, drugi vektor vzporedno premaknemo tako, da se njegov začetek ujema s koncem prvega. Vsota je vektor, ki ima začetek v začetku prvega vektorja, konec pa v koncu drugega (slika A.3).

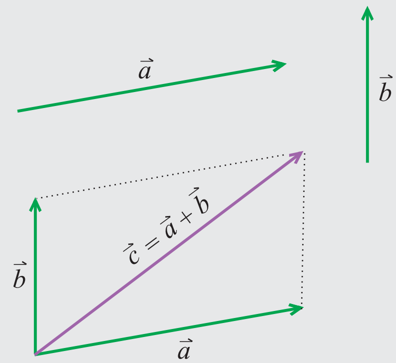


Slika A.3

b) Vektorja lahko seštejemo tudi po **paralelogramskem** pravilu. Vzporedno ju premaknemo tako, da imata skupen začetek, in sliko dopolnimo do paralelograma. Pravimo, da paralelogram napnemo na dana vektorja. Njuna vsota je vektor, ki gre iz skupnega začetka in kaže v nasprotno oglišče paralelograma (leži na diagonali). Tako dopolnimo trikotnik iz prejšnje metode v paralelogram, ki je napet na oba vektorja (slika A.4).

c) Seštejemo lahko tudi **več vektorjev**. To je **poligonsko** seštevanje. Začetek naslednjega vektorja vedno postavimo v konec prejšnjega. Njihova vsota je vektor, ki ima začetek v začetku prvega vektorja, konec pa v koncu zadnjega vektorja (slika A.5).

Vsota vektorjev je nič, če se začetek prvega vektorja ujema s koncem zadnjega. Vektorji sestavljajo sklenjen mnogokotnik (slika A.6).



Slika A.4

Lastnosti vsote vektorjev:

1. Vsota je **komutativna**; to pomeni, da vrstni red seštevanja ni pomemben:

$$\vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a}$$

2. Vsota je **asociativna**; to pomeni, da lahko člene združujemo med seboj:

$$(\vec{a} + \vec{b}) + \vec{c} = \vec{a} + (\vec{b} + \vec{c})$$

3. Vsota vektorja z vektorjem nič je vektor sam:

$$\vec{a} + \vec{0} = \vec{a}$$

4. Vsota vektorja z nasprotnim vektorjem je vektor nič:

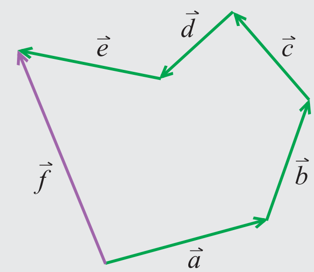
$$\vec{a} + (-\vec{a}) = \vec{0}$$

5. Odštevanje vektorjev

Vektor $\vec{b}$ odštejemo od vektorja $\vec{a}$ tako, da vektorju $\vec{a}$ prištejemo nasprotni vektor $-\vec{b}$:

$$\vec{a} - \vec{b} = \vec{a} + (-\vec{b})$$

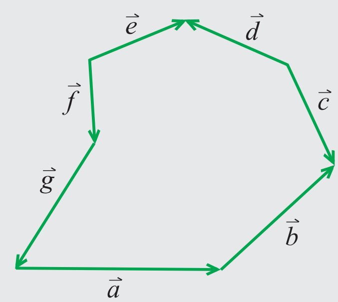
(slika A.7).



Slika A.5

6. Razstavljanje vektorjev

Vektorje lahko seštevamo in odštevamo ter pri tem iz komponent **sestavimo** rezultanto. Lahko pa vektorje tudi **razstavljamo** na komponente. Slika A.8 kaže, kako razstavimo vektor na komponenti v danih smereh. Vektor vzporedno premaknemo v presečišče nosilk in dopolnimo lik do paralelograma. Stranici paralelograma predstavljata komponenti vektorja v izbranih smereh.



Slika A.6

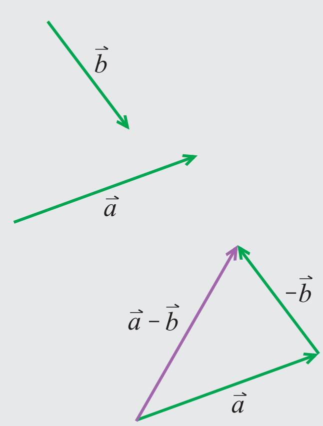
Iz računskih razlogov največkrat razstavljamo vektor na komponenti v pravokotnih smereh (slika A.9). Pravimo tudi, da vektor **predstavimo** s pravokotnima komponentama.

Zapišemo:

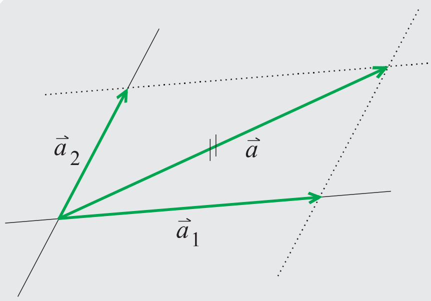
$$\vec{a} = \vec{a}_x + \vec{a}_y$$

ali

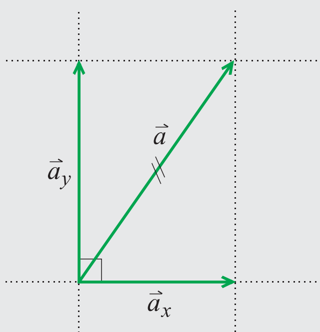
$$\vec{a} = (a_x, a_y)$$



Slika A.7



Slika A.8



Slika A.9

Velikost vektorja izračunamo po Pitagorovem izreku:

$$a = |\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2}$$

7. Produkt vektorja s številom

Seštejmo tri enake vektorje:

$$\vec{a} + \vec{a} + \vec{a} = 3\vec{a}$$

Vektor $3\vec{a}$ je vzporeden z vektorjem $\vec{a}$, njegova dolžina pa je trikrat tolikšna kot dolžina vektorja $\vec{a}$.

Produkt vektorja s številom *k* na splošno razumemo takole:

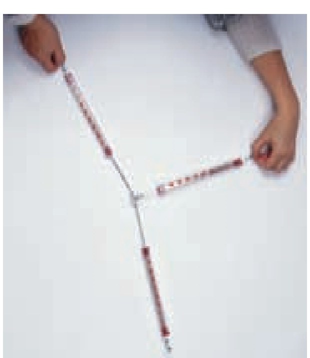
- vektor $k\vec{a}$ je vzporeden z vektorjem $\vec{a}$;
- vektor $k\vec{a}$ je k-krat daljši od vektorja $\vec{a}$;
- vektor $k\vec{a}$ ima isto smer kot vektor $\vec{a}$, če je k pozitiven, in nasprotno smer kot $\vec{a}$, če je k negativen.

Lastnosti produkta vektorja s številom:

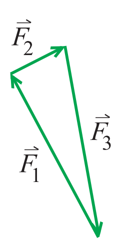
$n(k\vec{a}) = (nk)\vec{a}$, npr.: $2 \cdot (3\vec{a}) = 6\vec{a}$

$(n+k)\vec{a} = n\vec{a} + k\vec{a}$, npr.: $(2+3)\vec{a} = 2\vec{a} + 3\vec{a} = 5\vec{a}$

$k(\vec{a} + \vec{b}) = k\vec{a} + k\vec{b}$, npr.: $2(\vec{a} + \vec{b}) = 2\vec{a} + 2\vec{b}$



***Slika 3.14a** Obroček, ki ga vlečejo vsaksebi tri vzmetne tehtnice, je v ravnovesju.*



***Slika 3.14b** Trikotnik sil je sklenjen, rezultanta je nič.*

ZAKON O RAVNOVESJU

O **ravnovesju** govorimo, če telo miruje ali, če se giblje premo in enakomerno. Telo je v ravnovesju, kadar je ločeno od okolice in nanj ne delujejo nobene sile. V ravnovesju pa je lahko tudi, če je vsota sil iz okolice nič. V tem primeru pravimo, da so v ravnovesju tudi sile.

Zgledov za to je veliko. V ravnovesju je npr. vrv, ki jo vlečeta vsaksebi nasprotni moštvi, dokler eno ne poruši ravnovesja. V ravnovesju je tudi luč, ki visi s stropa. Nanjo delujeta nasprotno enaki sili, sila stropa in sila Zemlje oziroma teža. Podobno je v ravnovesju plug, ki ga v eni smeri vleče traktor, v drugi smeri pa zadržuje sila prsti.

V ravnovesju je tudi obroček, ki ga vlečejo vsaksebi tri vzmetne tehtnice (slika 3.14 a). Sile drugo za drugo vzporedno prenesemo tako, da na konec prejšnje postavimo začetek naslednje (slika 3.14 b). Vidimo, da je trikotnik sil sklenjen, kar kaže, da je rezultanta nič. Pri vsakem mirujočem telesu ali telesu, ki se giblje premo in enakomerno, bi prišli do enake ugotovitve, namreč, da je vsota sil, ki delujejo nanj, nič.

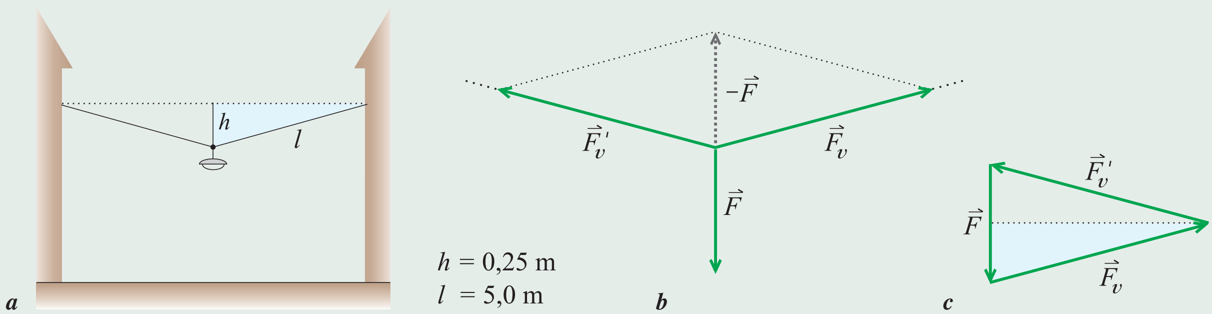
To spoznanje je podlaga za **zakon o ravnovesju**:

Če telo miruje ali se giblje premo in enakomerno, je vsota sil, ki nanj delujejo iz okolice, enaka nič ali pa sil iz okolice ni.

Zakon o ravnovesju nam pomaga pri določanju neznanih sil.

Zgledi

1. Za prvi zgled vzemimo ulično svetilko, ki visi na napeti vrvi, kakor kaže slika 3.15 a. Vemo, da je teža svetilke 50 N. Zanimata nas sili v vrvi.



Slika 3.15

Sili v vrveh morata uravnovesiti silo svetilke, ki je seveda enaka njeni teži. Vse tri sile delujejo v obesišču svetilke, ki mora biti v ravnovesju. Te sile so prikazane na sliki 3.15 b. Najprej sili vrvi nadomestimo z rezultanto, ki je nasprotno enaka sili svetilke, nato pa po paralelogramskem pravilu poiščemo sili v vrveh. Slika 3.15 c kaže, kako nato seštejemo sile po trikotniškem pravilu v sklenjen trikotnik. Trikotnik sil je enakokrak, polovica tega trikotnika je podobna trikotniku med vrvjo, vodoravnico in navpičnico na sliki 3.15 a. Tedaj mora biti

$$\frac{\frac{F}{2}}{h} = \frac{F_v}{l}$$

in

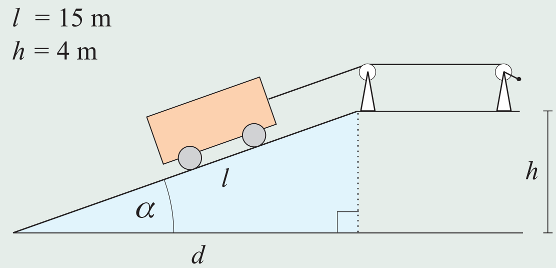
$$F_v = F\frac{l}{2h}.$$

Iz podatkov na sliki 3.14 a izračunamo, da je sila vrvi 500 N:

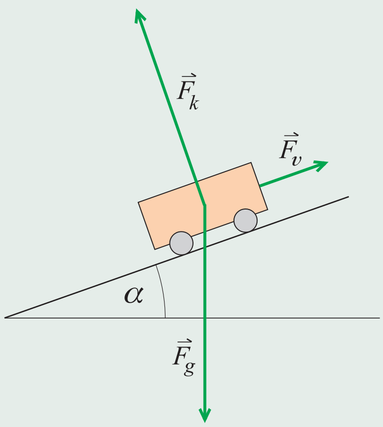
$$F_v = 50\ \mathrm{N}\ \frac{5{,}0\ \mathrm{m}}{2 \cdot 0{,}25\ \mathrm{m}} = 500\ \mathrm{N}.$$

Pri izbiri vrvi in pri izdelavi pritrdišč v zidovih sosednjih hiš je treba poskrbeti, da bodo vzdržali najmanj tolikšno silo.

2. Kot drugi zgled opazujmo lahko gibljiv voziček, ki ga potrebujemo za dvigovanje bremen po klancu. Voziček prek vrvi povežemo z vitlom, kakor kaže slika 3.16 a. Zanimata nas sila, s katero je treba vleči vrv, in sila, s katero klanec deluje na voziček. Teža vozička z bremenom je 1500 N, klanec je visok 4 m in dolg 15 m.



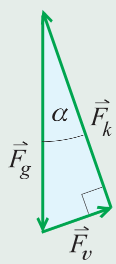
slika 3.16 a *Klanec z vozičkom.*



slika 3.16 b *Sile, ki delujejo na voziček.*

Slika 3.16 b prikazuje sile, ki delujejo na voziček. Sila vrvi deluje vzdolž vrvi in ima prijemališče v pritrdišču vrvi. Teža ima smer navpično navzdol, sila klanca pa je pravokotna na klanec, ker je voziček lahko gibljiv. Prijemališče teže telesa smo postavili v težišče. Klanec deluje na voziček na stikih s kolesi. Dogovorimo se, da zgled poenostavimo tako, da sile predstavimo z eno samo, ki jo narišemo iz težišča, kakor kaže slika 3.16 b. Vsoto sil dobimo po pravilih za vektorsko seštevanje. Ker je voziček v ravnovesju, mora biti vsota nič, torej je trikotnik sil sklenjen (slika 3.16 c). Vidimo, da je trikotnik sil podoben trikotniku klanca, torej mora veljati

$$\frac{F_g}{l} = \frac{F_v}{h} = \frac{F_k}{d} .$$



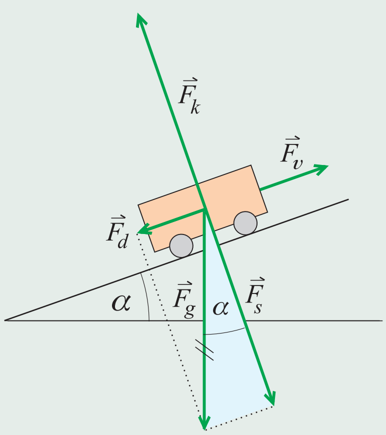
slika 3.16 c *Trikotnik sil na voziček je sklenjen.*

Iz tega izračunamo, da je sila vrvi

$$F_v = F_g \frac{h}{l} = 1500\ \mathrm{N}\ \frac{4{,}0\ \mathrm{m}}{15\ \mathrm{m}} = 400\ \mathrm{N} ,$$

sila klanca pa

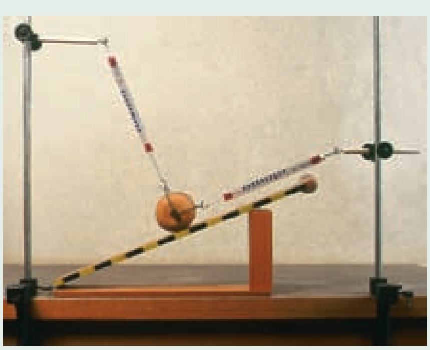
$$F_k = F_g \frac{d}{l} = F_g \frac{\sqrt{l^2 - h^2}}{l} = 1500\ \mathrm{N}\ \frac{14{,}5\ \mathrm{m}}{15\ \mathrm{m}} \approx 1450\ \mathrm{N} .$$



slika 3.16 č *Težo lahko razstavimo na dinamično in statično komponento.*

Naloge se lahko lotimo tudi drugače. Narišemo sile, težo pa razstavimo na pravokotni komponenti, od katerih je ena vzporedna s klancem, druga pa pravokotna nanj (slika 3.16 č). Komponento, ki je vzporedna s klancem, v ravnovesju uravnoveša sila vrvi, komponento, ki je pravokotna na klanec, pa sila klanca. Komponenti teže izračunamo iz podobnosti med označenim trikotnikom sil in klancem.

Komponento teže, ki je vzporedna s klancem, pogosto imenujemo **dinamična komponenta**, komponento teže, ki je pravokotna na klanec, pa **statična komponenta** teže.



slika 3.16 d *Poskus z vozičkom in klancem lahko izvedemo tudi v laboratoriju.*

Poskus z vozičkom in klancem lahko izvedemo tudi v laboratoriju. Naredimo primeren klanec in nanj privežemo voziček z znano težo. Izmerimo sili vrvi in klanca in ju primerjajmo s silama, ki smo ju izračunali (slika 3.16 d).

Pri matematiki boste izvedeli, da je razmerje med dolžino katet in hipotenuzo v pravokotnem trikotniku funkcija kota ob vrhu. Razmerje med dolžino nasprotne katete in hipotenuze imenujemo **sinus** (oznaka ***sin***), razmerje med dolžino priležne katete in hipotenuze pa **kosinus** (oznaka ***cos***). Obe funkciji najdemo na žepnih kalkulatorjih. S tema oznakama lahko naš rezultat zapišemo v obliki:

$$F_v = F_g \sin\alpha \quad ,$$

$$F_k = F_g \cos\alpha \quad .$$

Kot α meri 17,2°, vrednosti funkcij pa odčitamo s kalkulatorja: $\sin\alpha = 0{,}27$, $\cos\alpha = 0{,}96$.

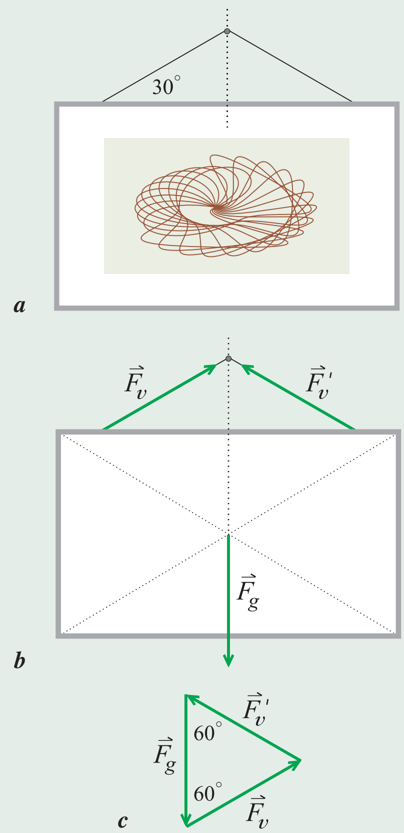
3.

Sliko s pravokotnim okvirom obesimo na steno, kakor kaže slika 3.17 a. S kolikšnima silama sta napeti vrvici, če je teža slike 20 N?

Slika 3.17 b kaže sile, ki delujejo na sliko. Sili vrvic delujeta vzdolž vrvic in imata prijemališči v obesiščih, teža deluje navpično navzdol in ima prijemališče v sredini slike v presečišču diagonal. Ker je slika v ravnovesju, mora biti vsota sil nič; to pomeni, da mora biti trikotnik sil sklenjen. To kaže slika 3.17 c. Ker sta vrvici enako dolgi in je slika obešena simetrično, sta sili v vrvicah enako veliki. V našem primeru je trikotnik sil celo enakostraničen. Tako sklepamo, da je sila v vsaki vrvici enaka teži slike, to je 20 N.

Nalogo bi lahko rešili tudi drugače. Vsako silo vrvice razstavimo na navpično in vodoravno komponento. Ker sta obe vrvici enako napeti, mora navpična komponenta ene od sil uravnovešati polovico teže slike. V našem primeru ugotovimo, da je sila vrvice enaka teži slike.

Premislite, kako se spreminja sila v vrvicah, če se spreminja kot med vrvicama in navpičnico.

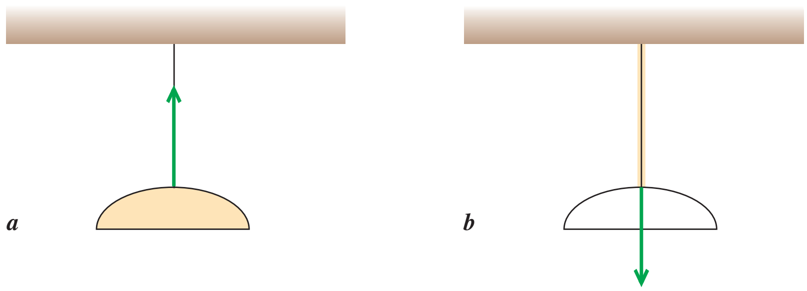


Slika 3.17 *Slika in sile, ki delujejo nanjo.*

ZAKON O VZAJEMNEM DELOVANJU

Iz izkušenj vemo, da je delovanje teles vzajemno. To pomeni, da telesa iz okolice delujejo na opazovano telo, hkrati pa opazovano telo deluje na telesa v okolici. Ko npr. s pestjo udarimo po mizi, tudi miza udari po pesti. Če ne kaj drugega, nas na to opomni bolečina.

Sliki 3.18 a in 3.18 b kažeta sili, s katerima delujeta druga na drugo viseča svetilka in vrvica. Narisali smo, da sta sili nasprotno enaki in da delujeta na isti premici. To tudi trdi zakon o medsebojnih silah med telesi, ali, kakor se še imenuje, **zakon o vzajemnem delovanju**. Pozneje bomo zakon utemeljili podrobneje.



Slika 3.18 a) *Sila vrvice na svetilko.* ***b)*** *Sila svetilke na vrvico.*

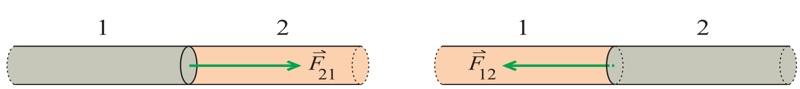
Zakon o ravnovesju in zakon o vzajemnem učinku je postavil **Isaac Newton**. Imenujeta se tudi I. in III. Newtonov zakon. Oba dopolnjuje II. zakon, ki govori o vplivu sil na gibanje teles.

Zakaj si karateist pri udarcu ne poškoduje roke?

Karateist lahko s posebno tehniko udarca prelomi betonsko opeko. Skoraj neverjetno se zdi, da si pri tem ne poškoduje roke. Meritve so namreč pokazale, da je sila, ki je potrebna za prelom betonske opeke, okoli 3000 N. Po zakonu o vzajemnem učinku je sila na karateistovo roko nasprotno enaka sili na opeko. Material iz katerega je kost, zdrži do 40-krat večje sile kot beton.

NOTRANJE SILE

Doslej so nas zanimale le t. i. zunanje sile, torej tiste, s katerimi telesa iz okolice delujejo na opazovano telo. Sile pa delujejo tudi med deli opazovanega telesa. Predstavljajmo si vrv, ki jo napenjata moštvi pri tekmi v vlečenju vrvi. V vsakem preseku, ki si ga zamislimo vzdolž vrvi, desni del vrvi vleče levega in obratno (slika 3.19).

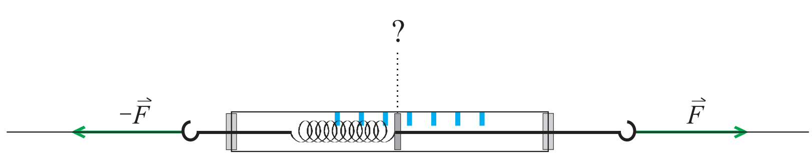


Slika 3.19 *Sila desnega dela vrvi na levega. Sila levega dela vrvi na desnega.*

Po zakonu o vzajemnem delovanju sta ti dve sili nasprotno enaki in je torej njuna vsota enaka nič. Te sile imenujemo **notranje**.

Slika 3.20 *Raketa se razprši zaradi notranjih sil.*

? Kolikšno silo pokaže silomer, ki ga privežemo med dva konca napete vrvi (slika 3.21)?



Slika 3.21 *Silomer med deloma napete vrvi.*

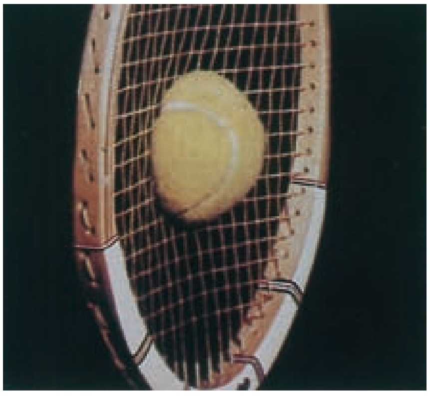
Velja, da je vsota notranjih sil vselej enaka nič. Notranje sile zato največkrat ne vplivajo na ravnovesje teles, je pa zaradi njih telo napeto ali stisnjeno.

Notranje sile omogočajo prenašanje sil po vrveh ali po palicah. Slika 3.22 kaže vlečenje avta z vrvjo. Sila, s katero vlečemo na prvem krajišču vrvi, se pri tem prek notranjih sil med deli vrvi prenaša na telo na drugem krajišču vrvi. Vlečeno telo deluje na vrv s silo, ki je tej nasprotno enaka. Enako kakor pri vzmeti govorimo, da **sili napenjata** vrv ali da je **vrv napeta s silo**.

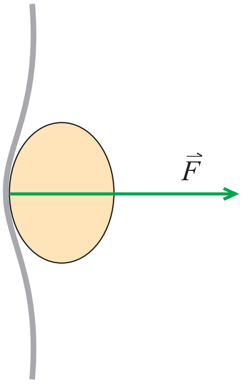
Slika 3.22 *Vlečenje avta z vrvjo.*

PLOSKOVNO IN PROSTORSKO PORAZDELJENE SILE

Sile na stiku dveh teles so porazdeljene po ploskvi, na kateri se telesi dotikata. Na vsakem delu stične ploskve deluje del sile. Že doslej smo se ravnali po dogovoru, da sile med telesoma predstavimo z rezultanto, ki ima prijemališče nekje sredi stične ploskve (slika 3.23).



Slika 3.23a *Sprememba oblike mreže in žoge kaže, da je sila med njima porazdeljena.*



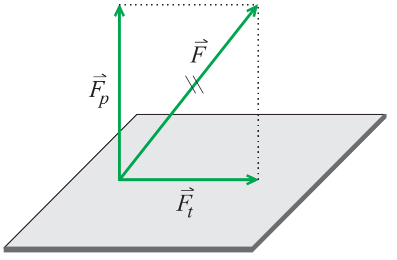
Slika 3.23b *Sile na žogo predstavimo z rezultanto sredi stične ploskve.*

Sile, ki so porazdeljene po ploskvi, pogosto predstavimo z dvema komponentama. Prva je pravokotna na ploskev, druga pa leži na njej (slika 3.24). Razmerje med velikostjo pravokotne komponente, F_p, in velikostjo ploskve, S, imenujemo **tlak**, p (*):

$$p = \frac{F_p}{S}.$$

Razmerje med komponento, ki leži na ploskvi, in velikostjo ploskve pa imenujemo **strižna napetost**.

Tako tlak kot strižno napetost izrazimo z enoto N/m^2. Enota se imenuje tudi **pascal** (oznaka *Pa*). Večja enota je **bar** = 10^5 Pa.



Slika 3.24 *Silo razstavimo na komponento, ki je pravokotna na ploskev, in na komponento, ki leži na ploskvi.*

* Če zunanja sila telo stiska, pravimo, da je tlak pozitiven, če ga nateza, pa rečemo, da je negativen.

Teža je sila, ki je porazdeljena po vsem telesu. Če je teža sorazmerna s prostornino telesa, pravimo, da je telo **homogeno**. Teža litra vode je okoli 10 N. Teža dveh litrov je tedaj 20 N, teža treh litrov je 30 N itn. Zapisano z enačbo bo torej

$$F_g = \sigma V .$$

F_g je teža, V prostornina, koeficient σ, ki pove, kolikšna je teža na prostorninsko enoto, pa se imenuje **specifična teža**. Specifično težo ponavadi izrazimo v enoti **N/m^3**. Pri vodi je okoli 10000 N/m^3 ali 10 N/dm^3. Pozneje bomo spoznali, da je specifična teža sorazmerna z **gostoto**, ki izraža **maso na prostorninsko enoto.** Gostota vode je 1000 kg/m^3 ali 1 kg/dm^3.

Dogovorimo se, da težo predstavljamo z rezultanto, ki ima prijemališče v **težišču** telesa. Poskušajte se spomniti, kako lahko določimo lego težišča. V poglavju o navoru bomo težišče natančneje opredelili.

TRENJE IN LEPENJE

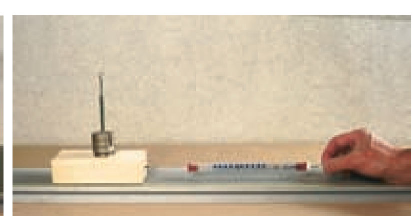
Trenje in lepenje že poznate. To sta dve najpomembnejši sili, ki ju srečujemo pri stiku teles. Prva je pomembna pri gibanju, druga pa pri mirovanju teles. Obe sta porazdeljeni po stični ploskvi.

Trenje zavira gibanje teles. **Če hočemo, da se telo giblje s stalno hitrostjo, ga moramo ves čas vleči s silo, ki uravnoveša silo trenja.** Tako zahteva zakon o ravnovesju.

V osnovni šoli ste raziskovali, od česa je odvisna sila trenja med telesom in podlago. Poskus, ki ga kaže slika 3.25 a, naredimo tako, da leseno klado položimo na vodoravno podlago in jo enakomerno vlečemo. S silomera preberemo, kolikšna je velikost vlečne sile. Po zakonu o ravnovesju je velikost sile trenja enaka velikosti vlečne sile.

Spoznamo, da je trenje večje na hrapavi in manjše na gladki podlagi.

Slika 3.25 a *Leseno klado enakomerno vlečemo po podlagi.*



Slika 3.25 b *Ko klado obtežimo, se vlečna sila poveča.*

Ko klado obtežimo, se sila trenja poveča (slika 3.25 b). Pokažemo lahko, da je sila trenja sorazmerna s silo, s katero telo pritiska na podlago v pravokotni smeri, oziroma s pravokotno komponento sile podlage, ki je prejšnji nasprotna. To še dodatno potrdijo poskusi na nagnjeni podlagi. V prvem približku sila trenja ni odvisna niti od velikosti stične ploskve med telesom in podlago niti od hitrosti telesa. Ugotovitve zapišemo z enačbo:

$$F_{tr} = k_{tr} F_p \,,$$

v kateri je k_{tr} koeficient trenja, ki je odvisen od telesa in podlage. V preglednici so koeficienti trenja za nekaj izbranih stičnih ploskev.

Slika 3.26 Trenje vrvi, ki je ovita okoli stebrička, je tolikšno, da zadržuje ladjo v pristanu.

Koeficienti trenja

Stični ploskvi	Koeficient trenja
jeklo – jeklo	0,16
les – les	0,25–0,5
jeklo – led	0,02
led – led	0,028
guma – asfalt	0,4–0,6

Dejavnost Na klancu je sila trenja manjša kot na vodoravni podlagi, saj je manjša tudi pravokotna komponenta sile podlage. To smo videli pri zgledu z vozičkom na klancu. Načrtujte in naredite poskus, s katerim se boste o tem prepričali.

Trenje je v tehniki zelo pomembno, saj je od njega odvisna obraba gibljivih delov strojev in drugih naprav. Običajno si predstavljamo, da nastane zaradi hrapavosti stičnih ploskev, ki se pri drsenju zatikata druga v drugo. Pri tesnejšem stiku med ploskvama pa so pomembne tudi neposredne sile med atomi na stiku teles.

O lepenju govorimo pri telesih, ki mirujejo na podlagi. Opazujemo ga pri podobnem poskusu kot trenje. Kvadrasto telo položimo na vodoravno podlago in ga previdno vlečemo prek pritrjenega silomera. Telo sprva miruje, ko pa sila, s katero vlečemo, preseže neko mejo, telo zdrsne. Poskus si razlagamo takole: dokler telo miruje, sila lepenja uravnovesi vlečno silo. Telo zdrsne, ko vlečna sila preseže **maksimalno silo lepenja**. Kar smo ugotovili pri trenju, velja tudi za lepenje: maksimalna sila lepenja je sorazmerna s pravokotno komponento sile podlage:

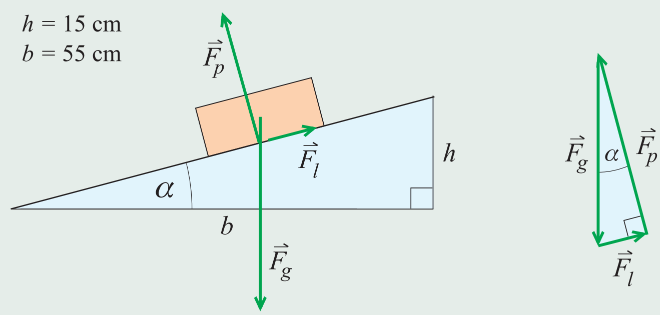
$$F_l = k_l F_p \,.$$

Slika 3.27 Lepenje omogoča, da lahko hodimo.

Koeficient k_l imenujemo **koeficient lepenja**. Odvisen je od vrste stičnih ploskev in je nekoliko večji od koeficienta trenja.

Zgled

Sila lepenja je prav tako kot sila trenja na klancu manjša kakor na vodoravni podlagi. Ko povečujemo nagib klanca, je klada nekaj časa v ravnovesju, nato pa zdrsne. Iz mejnega nagibnega kota lahko določimo koeficient lepenja.



***Slika 3.28** Sile na klado tik pred zdrsom.*

Pri poskusu, ki ga kaže slika 3.28, klada zdrsne, ko je višina klanca 15 cm, razdalja od dna klanca do podnožišča višine pa 55 cm. Vrisane so sile na klado tik pred zdrsom. Težo klade uravnovešata sila lepenja in pravokotna sila klanca, ki sta sorazmerni. Obe sili določimo iz sklenjenega trikotnika sil, ki je podoben trikotniku klanca. Iz podobnosti sledi enakost razmerij stranic:

$$\frac{F_l}{h} = \frac{F_p}{b}\,.$$

Koeficient lepenja je tedaj

$$k_l = \frac{F_l}{F_p} = \frac{h}{b} = \frac{15\ \text{cm}}{55\ \text{cm}} = 0{,}27\,.$$

Prepričajte se, da pri nekoliko manjšem nagibu klanca klada enakomerno drsi. Iz strmine klanca lahko v tem primeru izluščimo koeficient trenja.

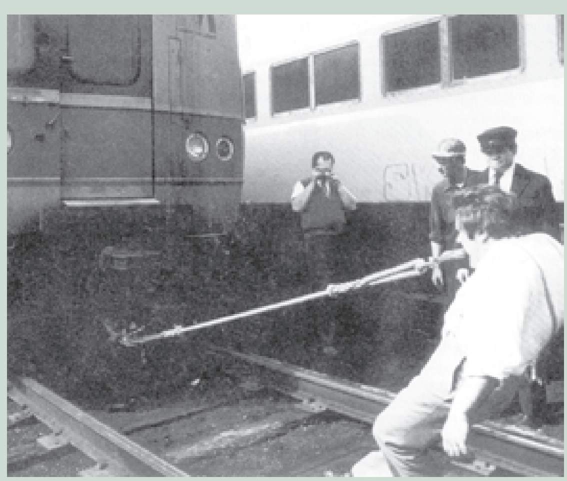
Pri matematiki boste izvedeli, da je kvocient med dolžinama katet v pravokotnem trikotniku funkcija kota pri vrhu. Kvocient med dolžino nasprotne in priležne katete imenujemo **tangens** (oznaka **tg** ali **tan**). Tudi to funkcijo najdemo na kalkulatorjih. Koeficient lepenja lahko torej napišemo kot tangens kota, pri katerem klada zdrsne:

$$k_l = \operatorname{tg}\alpha\,,$$

koeficient trenja pa kot tangens kota, pri katerem klada enakomerno drsi.

Je za premik vlaka potrebna nadnaravna sila?

Moški na sliki je z zobmi premaknil vlak z maso 80 ton. Ali je to sploh mogoče ali gre za trik? Sila, ki je potrebna za premik vlaka, v resnici sploh ni tako velika, kot se zdi na prvi pogled, saj je treba premagati le silo lepenja, to je pa le približno tisočino teže. Za premik torej zadostuje vlečna sila okoli 800 N.

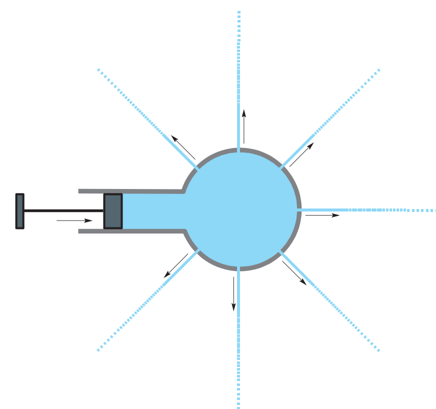


SILE V TEKOČINAH

Ena od osnovnih lastnosti tekočin, to je kapljevin in plinov, je, da **tečejo**. To lastnost si razlagamo kot posledico velike gibljivosti molekul v tekočinah.

Iz izkušenj vemo, da gibanje tekočin povzročijo poljubno majhne sile. Zato ne čutimo upora, ko počasi stopamo v vodo ali ko vodo počasi mešamo. O tekočnosti tekočin nas prepriča tudi tale poskus. Med stekleni šipi, ki ju ločujejo drobne kroglice, kanemo kapljo vode. Šipi lahko drsita druga po drugi pri poljubno majhni strižni sili, kar kaže, da voda ne ovira počasnega gibanja.

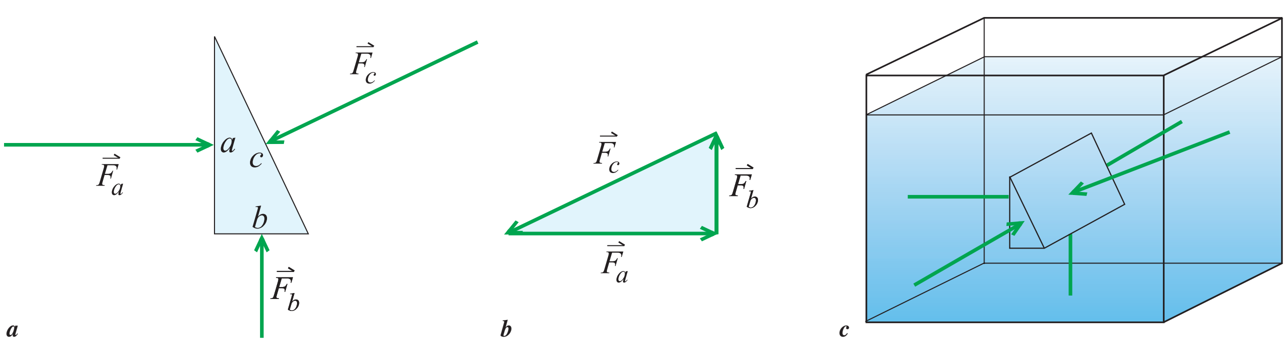
Drugače je, ko pritisnemo na tekočino pravokotno na površje, npr. z batom na vodo ali zrak v zaprti posodi (slika 3.29). Tekočina se tedaj rahlo stisne in pritisne v **pravokotni** smeri na vse stene posode, dokler ne uravnovesi zunanje sile na bat. O tem nas pouči tudi poskus. V vrečko za zmrzovanje živil nalijemo vodo, vanjo nasujemo nekaj žagovine in vrečko zapremo. Položimo jo v korito ali na pladenj in jo z iglo večkrat preluknjamo. Voda izteka iz luknjic v pravokotni smeri, kar pomeni, da imajo enako smer tudi sile, s katerimi voda pritiska na vrečko. Ko vrečko stisnemo, se hitrost iztekajoče vode povsod poveča, zato sklepamo, da se povsod poveča sila vode na stene. Ker žagovina pri poskusu miruje, sklepamo, da miruje tudi voda v vrečki.



Slika 3.29 *Voda izteka skozi luknjice v pravokotni smeri.*

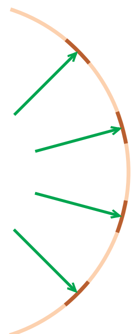
Iz povedanega sklepamo, da v mirujoči tekočini ni strižnih sil. Vse sile so pravokotne na ploskve.

Ravnovesje mirujoče tekočine si oglejmo podrobneje. Predstavljajmo si del tekočine v obliki prizme (slika 3.30), ki ima za osnovno ploskev trikotnik s stranicami a, b in c ter višino h. Prizma je tako majhna, da je njena teža v primerjavi s silami okoliške tekočine zanemarljiva.



Slika 3.30 *Sile na tristrano prizmo.*

Sili na osnovni ploskvi prizme sta nasprotno enaki in se zanju ne bomo posebej zanimali. Sile na stranske ploskve, ki jih kaže slika 3.30 a, seštejemo po trikotniškem pravilu. Po zakonu o ravnovesju mora biti njihova vsota nič (slika 3.30 b). Ker so sile pravokotne



Slika 3.31 *Sile, s katerimi deluje voda na označene dele posode.*

na stranske ploskve, pa tudi na robove osnovne ploskve, je trikotnik sil podoben osnovni ploskvi prizme in je tako

$$\frac{F_1}{a}=\frac{F_2}{b}=\frac{F_3}{c}.$$

Robovi osnovne ploskve a, b in c so sorazmerni s ploščinami stranskih ploskev $S_1 = ah$, $S_2 = bh$ in $S_3 = ch$. Ko to upoštevamo, dobimo enačbo

$$\frac{F_1}{S_1}=\frac{F_2}{S_2}=\frac{F_3}{S_3}=p,$$

ki pravi, da je **tlak** za vse tri ploskve enak. Trditev lahko posplošimo na vso tekočino, saj smo izbrali povsem poljubno prizmo.

V mirujoči tekočini je torej na izbranem mestu tlak neodvisen od lege ploskve. Sila, s katero tekočina pritiska na ravno ploskev, je sorazmerna z velikostjo ploskve in pravokotna nanjo.

Kako pa je, če so ploskve krive? Predstavljamo si, da so ploskve sestavljene iz majhnih ravnih delov. Tekočina deluje na vsak del v pravokotni smeri, in sicer s silo, ki je sorazmerna z velikostjo dela. Slika 3.31 kaže del preseka posode z vodo in sile, s katerimi deluje voda na označene dele posode.

Zgled

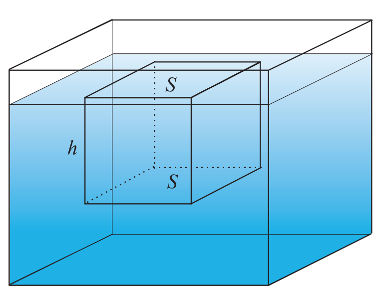
Na bat s presekom 100 cm², ki tesno zapira posodo z vodo, pritisnemo s silo 200 N. Za koliko se poveča tlak v posodi?

Silo, s katero tiščimo na bat, uravnovesi sila vode. Vemo, da je ta sorazmerna s prečnim presekom bata, sorazmernostni koeficient pa je povečani tlak Δp, torej mora biti

$$\Delta p=\frac{F}{S}=\frac{200\ \mathrm{N}}{0{,}01\ \mathrm{m}^2}=2\cdot 10^4\ \mathrm{N/m}^2=0{,}2\ \mathrm{bar}.$$

Tlak se poveča po vsej posodi za prav toliko, za kolikor se poveča pod batom.

Tlak v tekočini narašča z globino. To vemo iz izkušenj pri potapljanju – že v manjši globini občutimo povečanje tlaka v ušesih in prsnem košu.



Slika 3.32 *Na vodoravno ploskev v globini h pod gladino pritiska tekočina nad njo.*

V osnovni šoli smo se naučili, da se tlak poveča zaradi teže tekočine nad izbranim mestom. Na vodoravno ploskev s ploščino S v globini h pod gladino pritiska namreč tekočina, ki je v prizmi z višino h nad ploskvijo (slika 3.32). Teža te tekočine je $F = \sigma Sh$, tlak pod ploskvijo pa je zaradi nje za

$$\Delta p=\frac{F}{S}=\sigma h$$

večji kakor na gladini. Vidimo, da je tlačna razlika sorazmerna z globino. Tlak je na isti globini ali na istem vodoravnem nivoju povsod enak. Ni odvisen niti od oblike posode niti tega, koliko tekočine je v njej. To spoznanje se je ob odkritju zdelo tako presenetljivo, da so ga imenovali **paradoks**.

Zgled

Za hitro presojo o tem, kako se povečuje tlak v vodi, izračunajmo, v kolikšni globini se poveča za 1 bar. Iz zgornje enačbe dobimo

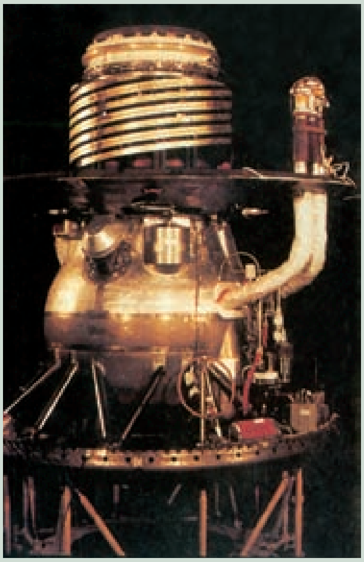
$$h = \frac{\Delta p}{\sigma} = \frac{10^5\ \mathrm{N/m^2}}{10^4\ \mathrm{N/m^3}} = 10\ \mathrm{m}\,.$$

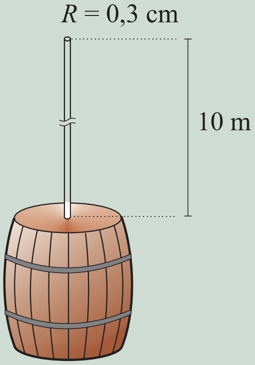
V vodi se torej tlak povečuje s stopnjo 1 bar/10 m. Potapljači to dobro vedo. Z enako stopnjo se mora povečevati tlak zraka, ki ga vdihavajo.

Zakaj so sonde za Venero podobne podmornicam?

Venerino ozračje je zelo gosto. Tlak na površju Venere je tolikšen kot na Zemlji 900 m pod morsko gladino. Tak tlak zdržijo le najboljše podmornice, zato so pri načrtovanju sond za Venero sodelovali podmorničarji.

Kljub temu so sonde na površju Venere delovale le približno eno uro, za kar pa ni bil kriv le tlak, temveč visoke temperature in korozivne snovi v atmosferi.





Ali bo sod razneslo?

Francoski naravoslovec in matematik **Blaise Pascal** je trditev, da tlak narašča z globino, utemeljil s presenetljivim poskusom. V 80 cm visok vinski sod, katerega dno je imelo polmer 20 cm, je vtaknil dolgo cev s polmerom 0,3 cm. Sod je napolnil z vodo, zatem pa začel vodo vlivati tudi v cev. Ko jo je napolnil do višine 12 m, je sod razneslo. Izračunamo lahko, da se je zaradi vode v cevi tlak v sodu povečal za 1,2 bar. Presenetljivo je bilo, da je sod, v katerem je bilo okoli 150 litrov vode, razneslo zaradi 0,34 litra vode v cevi.

MERJENJE TLAKA

Tlak oziroma tlačne razlike merimo z **manometri**. Na sliki 3.33 je **kapljevinski manometer**, v obliki črke **U** upognjena steklena cev, ki je deloma napolnjena s kapljevino. S slike razberemo tudi način merjenja.

En krak cevi priključimo na posodo, v kateri bomo določili tlak, drugi krak pa pustimo odprt. Če je tlak v obeh krakih enak, je gladina enako visoko – zveznica gladin je vodoravna. Če se tlak v enem kraku poveča, se gladina v njem zniža, v drugem pa poviša. Kapljevina obmiruje v legi, v kateri stolpec kapljevine nad nižjim nivojem uravnovesi razliko med tlakoma v krakih. Tedaj je

***Slika 3.33** Merjenje tlaka s kapljevinskim manometrom.*

$$p + \Delta p = p + \sigma h \,.$$

Razlika med tlakoma je

$$\Delta p = \sigma h \,.$$

Za merjenje majhnih tlačnih razlik uporabimo manometer, v katerem je voda ali kaka druga redka tekočina, za merjenje večjih tlačnih razlik pa ponavadi vzamemo manometer z živim srebrom. Občutljivost manometra lahko povečamo, če en krak nagnemo. Poskusite pojasniti, zakaj je tako.

Zlasti v tehniki poleg kapljevinskih uporabljajo tudi kovinske manometre ali **aneroide** (slika 3.34). Glavni sestavni del aneroida je prožna kovinska posodica, ki se ob tlačnih razlikah stiska ali napihuje. S posodico je prek vzvoda povezan kazalec, ki kaže tlačne razlike. Od kapljevinskega manometra se razlikuje tudi v tem, da ga je treba umeriti. V novejšem času deformacijo posodice zaznavajo na električni način. Hitre tlačne spremembe zasledujejo s piezoelektričnim manometrom.

***Slika 3.34** Aneroid.*

ZRAČNI TLAK

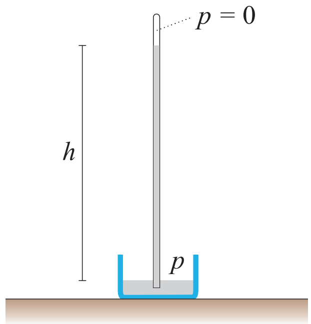
Na površje Zemlje, na dno zračnega morja, pritiska zrak s svojo težo. Tlak v zraku ob morski gladini je enak

$$p = 1{,}013 \text{ bar.}$$

To vrednost imenujemo **normalni zračni tlak**. Meteorologi zračni tlak navadno izražajo v milibarih (mbar). 1 mbar = 10^{-3} bar. Normalni zračni tlak je tedaj 1013 mbar. Z rastočo nadmorsko višino se tlak manjša.

Slika 3.35 kaže poskus, pri katerem lahko izmerimo zračni tlak. V posodo z živim srebrom vtaknemo stekleno cev, tako da stoji pokonci. Ko iz cevi izčrpamo zrak, se v njej dvigne živo srebro do višine 760 mm nad gladino v posodi. Podoben poskus je leta 1643 izvedel Torricelli.

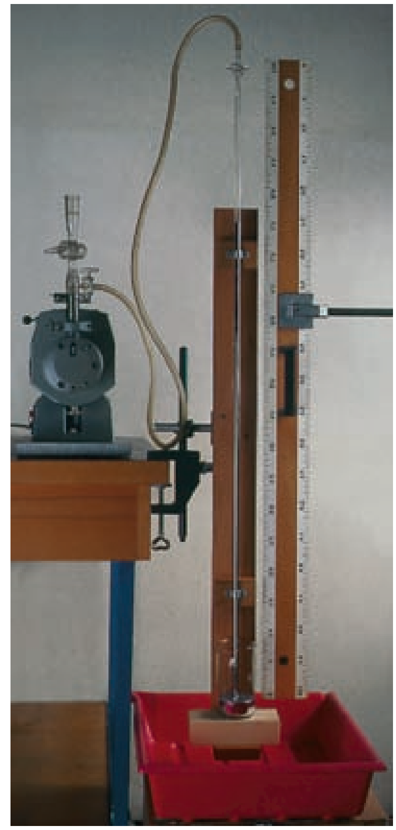
Kako pri poskusu določimo zračni tlak?



Predstavljamo si, da cev z živim srebrom in zrak nad gladino v posodi tvorita velik manometer v obliki črke U. Živo srebro je v ravnovesju, če je tlak na gladini v posodi v obeh krakih enak. Ker v delu cevi, ki je nad živim srebrom v posodi, ni zraka, je tam tlak nič, tlak stolpca živega srebra na nivoju gladine v posodi pa

$$p = \sigma h = 133{,}4 \cdot 10^3\ \mathrm{N/m^3} \cdot 0{,}760\ \mathrm{m} = 1{,}013\ \mathrm{bar}.$$

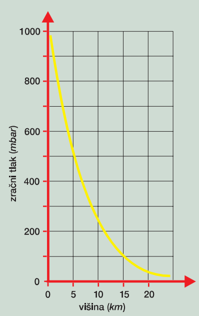
Izračunani tlak je hkrati zračni tlak ob gladini v posodi. V računu smo uporabili podatek, da je specifična teža živega srebra $133{,}4 \cdot 10^3\ \mathrm{N/m^3}$.



Slika 3.35 *Poskus, pri katerem izmerimo zračni tlak.*

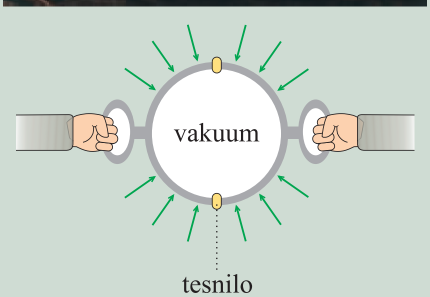
Do kod sega atmosfera?

Če bi bil zrak povsod enako gost (specifična teža zraka ob morski gladini je $12{,}6\ \mathrm{N/m^3}$), bi atmosfera segala 8 km visoko. Ker pa se zrak z višino redči, atmosfera sega v resnici veliko više. Kako se zračni tlak spreminja z višino, kaže slika.



Magdeburška krogla

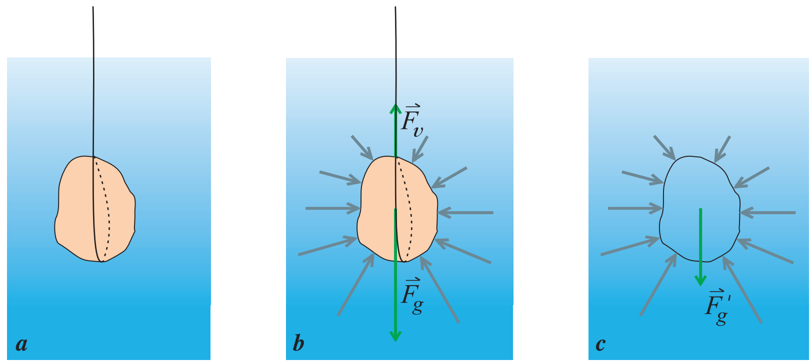
Otto von Guericke je leta 1654 v Magdeburgu pokazal znameniti poskus z polkroglama. Iz polkrogel s polmerom 25 cm je sestavil kroglo in iz nje izčrpal zrak. Zrak iz okolice je polkrogli tiščal tako močno skupaj, da ju ni moglo razkleniti ducat konj.



Izračunajmo silo, s katero je treba vleči polkrogli, da ju ločimo. S slike razberemo, da moramo uravnovesiti silo, s katero zrak tišči na posamezno polkroglo. Ker pritiska zrak enakomerno z vseh strani, moramo upoštevati le komponente, ki so pravokotne na ravnino stika. Ne da bi dokazovali, povejmo, da je rezultanta teh komponent enaka sili zraka na prečni presek krogle:

$$F = \pi r^2 p = 0{,}2\ \mathrm{m^2} \cdot 10^5\ \mathrm{N/m^2} = 2 \cdot 10^4\ \mathrm{N}.$$

O **vzgonu** smo se učili že v osnovni šoli. Je posledica sil, s katerimi na potopljeno telo deluje tekočina iz okolice. Usmerjen je navpično navzgor, njegova velikost pa je enaka teži izpodrinjene tekočine. Do utemeljitve za to trditev pridemo že s premislekom če si ogledamo spodnji prikaz.



Slika 3.36 *Sile na potopljeni kamen na vrvici in na enako tekočinsko telo.*

Na sliki 3.36 b vidimo sile na kamen, ki je privezan na vrvico in potopljen v tekočino, npr. v vodo. Poleg sile vrvice in teže nanj delujejo še sile tekočine, ki so pravokotne na površje telesa. Rezultanta teh sil, vzgon, ima smer navpično navzgor in skupaj s silo vrvice uravnoveša težo. Slika 3.36 c kaže ravnovesje enako oblikovanega tekočinskega telesa. Težo tekočinskega telesa v tem primeru v celoti uravnoveša vzgon, ki je enak kot vzgon v prvem primeru. Sklepamo, da je vzgon na potopljeno telo vselej enak teži tekočine, ki jo telo izpodrine, torej:

$$F_{vzg} = F_g = \sigma_{tek} V .$$

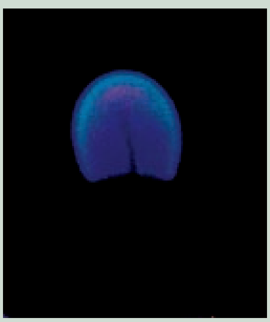
Sklep utemeljimo še s poskusom. Kamen obesimo na umerjeno vzmetno tehtnico in z nje odčitamo njegovo težo. Nato ga potopimo v vodo v menzuri in ponovno odčitamo silo vzmetne tehtnice. Dobimo težo, zmanjšano za vzgon, in vidimo, da je velikost vzgona v resnici enaka teži izpodrinjene vode. Prostornino izpodrinjene vode odberemo z menzure.

Vzgon je torej posledica sil, ki so porazdeljene po površju potopljenega telesa. Predstavljali ga bomo s silo, ki ima prijemališče v težišču izpodrinjene tekočine in je nasprotno enaka teži te tekočine.

Vzgon omogoča plavanje teles. Telo lahko plava, če vzgon uravnovesi težo, preden je telo povsem potopljeno.

Kako gori sveča v breztežnosti?

Marsikak vsakdanji pojav je v breztežnosti povsem drugačen ali pa sploh ni mogoč. Plini, ki nastanejo pri gorenju sveče, se na Zemlji zaradi vzgona dvigajo, na njihovo mesto pa od spodaj prihaja svež in s kisikom bogat zrak. Sveča zato lepo gori. V breztežnosti pa vzgona ni, zato se plini ne dvigajo in plamen je popolnoma okrogel. Ker ni dotoka svežega in s kisikom bogatega zraka, sveča za gorenje porablja le kisik, ki pride v bližino plamena z difuzijo. Plamen je zato komaj opazen.



? V kozarcu z vodo plava kos ledu. Kaj se zgodi z gladino vode v kozarcu, ko se led stali? Utemeljite svoj odgovor.

Zgled

Izračunajmo, za koliko se potopi lesen splav s površino 10 m^2 in debelino 20 cm. Specifična teža lesa je 5200 N/m^3.

Splav leži na osnovni ploskvi. V vodi je tolikšen del splava, da je vzgon na potopljeni del enak teži splava. Zapišimo to z enačbo z oznakami s slike 3.37:

$$\text{teža splava} = \text{vzgon}$$

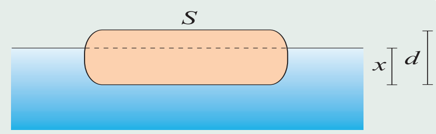
$$\sigma_l S d = \sigma_v S x\,,$$

če je σ_l specifična teža lesa in σ_v specifična teža vode. Iz enačbe izračunamo:

$$x = \frac{\sigma_l}{\sigma_v} d = 10\ \text{cm}\,.$$

Izračunajmo še, za koliko lahko obremenimo splav, da se bo pogreznil do zgornje ploskve. Vidimo, da sme biti teža bremena enaka vzgonu na del splava, ki se še lahko pogrezne:

$$F = \sigma_v S(d-x) = 9600\ \text{N}\,.$$



Slika 3.37 *Plavajoči splav.*

Ali je krona res zlata?

Arhimed je uporabil vzgon za določanje specifične teže oziroma gostote snovi. Ko je moral odkriti, ali je kraljeva krona res iz zlata, je stehtal krono v zraku in v vodi in primerjal izmerka z izmerkoma za predmet, za katerega je vedel, da je zlat!

Presodimo na podoben način, iz česa je na videz zlata zapestnica, ki ima na zraku 1,47 N, potopljena v vodo pa 1,31 N.

Prvi podatek je teža zapestnice, drugi pa teža, zmanjšana za vzgon. Razlika med njima, 0,16 N, predstavlja torej težo izpodrinjene vode. Iz tega izračunamo, da je prostornina te vode in hkrati prostornina zapestnice 16 cm^3.

Specifična teža zapestnice je tedaj:

$$\sigma = \frac{1{,}47\ \text{N}}{16\ \text{cm}^3} = 0{,}092\ \text{N/cm}^3 = 9{,}2 \cdot 10^4\ \text{N/m}^3.$$

Gostota je tedaj $9{,}2 \cdot 10^3$ kg/m^3. Iz tabele gostot v fizikalnem priročniku razberemo, da je to še najbližje gostoti bakra. Sklepamo, da je zapestnica le pozlačena, sicer pa je iz zlitine z veliko bakra.

Kako velika je ledena gora?

Plavajoče ledene gore so zelo nevarne. Ker je del ledu, ki je skrit pod vodo, veliko razsežnejši od tistega nad vodo, se jim morajo ladje na daleč izogniti. Ocenimo, kolikšen je delež podvodnega dela ledu. Specifična teža ledu je 9,2 N/dm^3, specifična teža morske vode pa 10,1 N/dm^3.

Težo plavajoče ledene gore uravnoveša vzgon na potopljeni del, torej mora biti

$$\sigma_l V_l = \sigma_v V_v\,.$$

Iz tega izračunamo, da je delež podvodnega dela ledene gore

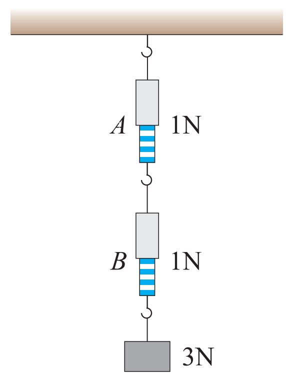
$$\frac{V_v}{V_l} = \frac{\sigma_l}{\sigma_v} = 0{,}91\,.$$

Vidimo, da je potopljeno okoli 91 % ledene gore, le okoli 9 % je nad gladino.

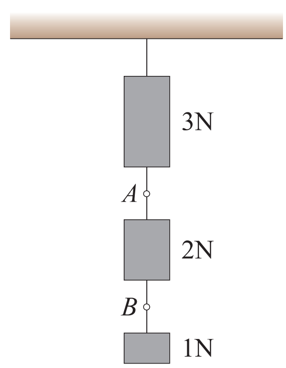
VPRAŠANJA

1. Narišite sile, ki delujejo na opisana telesa, in jih poimenujte:
a) sile na čoln, ki drsi po vodni gladini,
b) sile na zaboj, ki ga s stalno hitrostjo vlečemo po klancu navzgor,
c) sile na zaboj, ki ga s stalno hitrostjo spuščamo po klancu navzdol,
č) sile na jadro jadralne deske, s katero se Matej vozi po morju,
d) sile na telovadca Matjaža, ki ima pri vaji na krogih roki močno razmaknjeni,
e) sile na knjigo, ki jo Alenka pritiska pravokotno na steno,
f) sile na železno kroglo, ki leži na dnu plavalnega bazena,
g) sile na podmornico, ki je 50 m pod vodno gladino,

2. Na sliki sta dva silomera. Vsak od njiju tehta 1 N. Kolikšno silo kaže silomer A in kolikšno silomer B?



3. Oglejte si sliko. Kolikšna sila napenja vrvico v točki B in kolikšna vrvico v točki A?



4. Ali lahko silo 10 N sestavimo z dvema enakima silama po
a) 2,0 N,
b) 5,0 N,
c) 10 N.
Odgovore utemeljite s skico.

5. Konca vrvi pritrdimo na nosilca. Razdalja med njima naj bo manjša od dolžine vrvi. Na sredino vrvi obesimo utež.

Kako se spremeni sila v vrvi, če razdaljo med nosilcema nekoliko povečamo ali skrajšamo vrv?

6. Pojasnite, zakaj je zgodbica neresnična: »*Lažnivi Kljukec je padel v močvirje. Ker je bil zelo močan, se je prijel za lase in se izvlekel iz močvirja*.«

7. Star indijski pregovor pravi: »*Če kamen udari vrč ali če vrč udari kamen – vedno je vrč na slabšem*.« Ali je trditev v skladu s fiziko?

8. Oreha ne moremo streti, če ga stiskamo v pesti. Lahko pa ga stremo, če imamo dva oreha. Zakaj?

9. Ena od zračnic na tovornjaku je popustila. Šofer jo je napolnil z ročno tlačilko in tovornjak se je nekoliko dvignil. Kako je mogoče, da je šofer dvignil nekaj ton težak tovornjak?

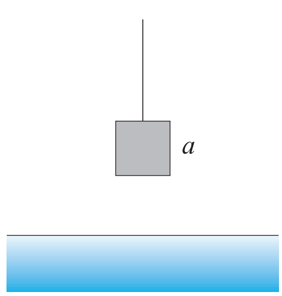
10. V kateri zračnici je večji tlak, v kolesarski ali avtomobilski? Zakaj?

11. Ali je tlak ob vznožju jezu odvisen od površine umetnega jezera za njim? Kaj pa sila na jez?

12. Nekdaj so potapljačem, ki so se potapljali v večje globine, zrak dovajali po cevi s posebno črpalko. Zakaj so jo potrebovali, saj bi lahko potapljači dihali skozi cev?

13. Kopalec stoji v bazenu in voda mu sega do vratu. Povprečna gostota kopalca je približno enaka gostoti vode. S kolikšno silo pritiska na dno? Poiščite pravilno trditev med spodnjimi in jo utemeljite. Kopalec pritiska na dno:
a) s svojo težo, okoli 600 N,
b) s težo potopljenega dela telesa, okoli 560 N,
c) s težo glave, okoli 40 N,
č) s svojo težo in težo stebra vode nad dnom, okoli 1160 N.

14. Betonski blok, ki ima obliko kocke, katere rob meri 1 m, z žerjavom počasi spuščamo v vodo. Specifična teža betona je 23000 N/m^3. Na grafu skicirajte, kako se med potapljanjem kocke spreminja sila, s katero je napeta vrv žerjava!



15. Kocka ledu plava v kozarcu z vodo. Iz vode moli samo desetina kocke. Kolikšen del kocke bi molel iz vode, če bi ta poskus naredili na Luni, kjer je teža telesa šestkrat manjša kot na Zemlji?

16. Na tehtnico postavimo posodo, do vrha napolnjeno z vodo. Ko damo v posodo lesen kvader, se del vode izlije čez rob posode na tla. Koliko na koncu pokaže tehtnica? Več, enako ali manj kakor na začetku?

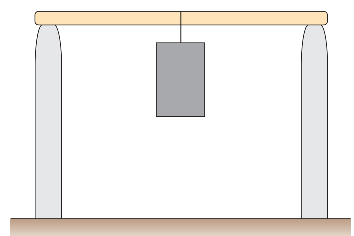
17. Zračni tlak merimo z živosrebrnim barometrom. Kako dolga bi morala biti cev, če bi namesto živega srebra uporabili vodo?

18. Na vodi v majhnem bazenu plava zračna blazina, na kateri je vreča peska. Kaj se zgodi, če vreča pade z blazine na dno bazena: se gladina vode zviša, zniža ali ostane nespremenjena? Pojasnite odgovor.

NALOGE

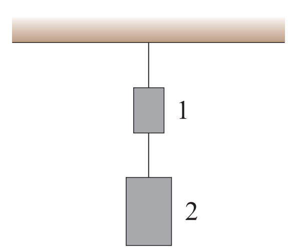
1. Na sliki je betonski blok, obešen na sredini trama, ki ga podpirata dva stebra. Teža stebrov je po 300 N, teža trama 200 N in teža bloka 1000 N. Težo vrvi zanemarimo.
a) S kolikšno silo pritiska tram na levi steber?
b) S kolikšno silo pritiska levi steber na tla?

Odgovor: 600 N
900 N



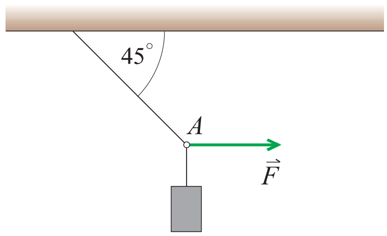
2. Na sliki sta dve uteži, ki sta obešeni na vrvicah in visita s stropa. Zgornja utež ima maso 1 kg, spodnja pa 2 kg.
a) Narišite sile na zgornjo utež.
b) Narišite sile na spodnjo utež.
c) Kolikšna sila napenja spodnjo vrvico in kolikšna zgornjo?

Odgovor: c) 20 N
30 N



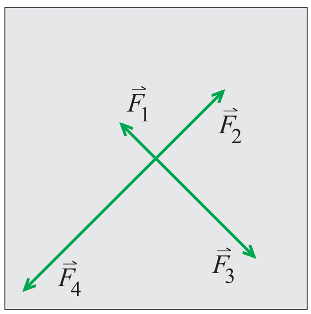
3. Vrv pritrdimo na strop in nanjo obesimo utež za 300 N. V točki A vlečemo z roko v vodoravni smeri, tako da je med vrvjo in stropom kot $\alpha = 45°$.
a) Narišite vse sile, ki delujejo v točki A.
b) Grafično in računsko določite silo roke in silo vrvi.

Odgovor: b) Sila roke 300 N
sila vrvi 420 N



4. V središču kvadratne ploščice delujejo v ravnini sile $F_1 = 2{,}0$ N, $F_2 = 4{,}0$ N, $F_3 = 6{,}0$ N, $F_4 = 8{,}0$ N v smeri proti ogliščem. Določite smer in velikost rezultante ter jo narišite.

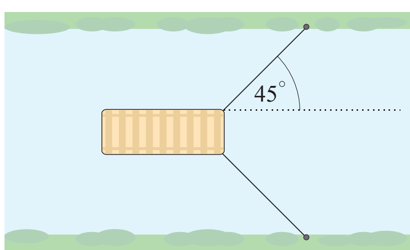
Odgovor: 5,7 N



5. Na sliki je splav, ki ga dve vrvi zadržujeta, da ga reka ne bi odnesla. Splav tehta 2000 N, vsaka vrv pa je napeta s silo 500 N.

a) Grafično in računsko določite rezultanto sil obeh vrvi.
b) Kolikšna je sila reke na splav v vodoravni smeri?
c) Reka deluje na splav tudi v navpični smeri. Kolikšna je celotna sila reke na splav?

Odgovor: a) in b) 710 N
c) 2100 N



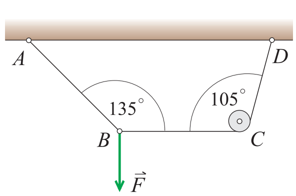
6. Čoln je privezan k rečnemu bregu z vrvjo, dolgo 5,0 m. Pravokotno na breg piha veter in čoln potiska s silo 120 N proč od brega. Reka potiska čoln s silo 160 N vzdolž rečnega toka.

a) S kolikšno silo je napeta vrv?
b) Kako daleč od brega je čoln?

Odgovor: a) 200 N
b) 3 m

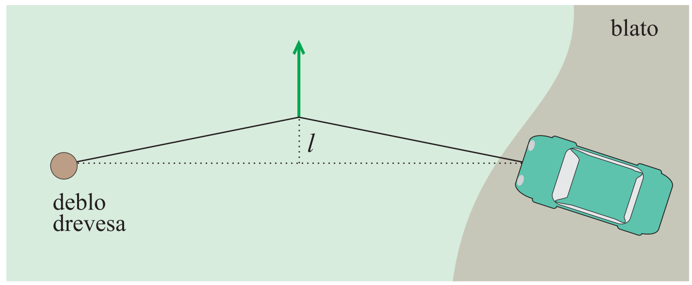
7. Vrv je pritrjena v točkah A in D in teče prek kolesa C. V točki B (glej sliko) je obešeno telo s težo 36 N. Kolikšni sili delujeta v pritrdiščih vrvi v A in D? Rešite grafično in računsko.

Odgovor: 51 N
36 N



8. Voznik lahko avto, ki je obtičal v blatu, z vrvjo izvleče brez pomoči. Vrv čvrsto napne med avtom in bližnjim drevesom, nato pa na sredini vrvi povleče v smeri, ki je pravokotna na vrv. S kolikšno silo deluje vrv na avto, če voznik vleče 10 m dolgo vrv s silo 500 N in pri tem odmakne sredino vrvi za $l = 45$ cm iz prvotne lege?

Odgovor: 2800 N



9. Otrok enakomerno vleče 100 N težke sani s silo 5 N v vodoravni smeri.
Kolikšen je koeficient trenja med sanmi in podlago?

Odgovor: 0,05

10. Telo s težo 50 N zdrsne po klancu pri naklonskem kotu 15 °.
Kolikšen je koeficient lepenja in kolikšna je sila lepenja?

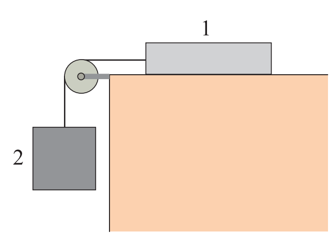
Odgovor: 0,27, 13 N

11. Avto vozi enakomerno v klanec z nagibom 12 %.
Kolikšen mora biti najmanj koeficient lepenja, da kolesa ne spodrsavajo?

Odgovor: 0,12

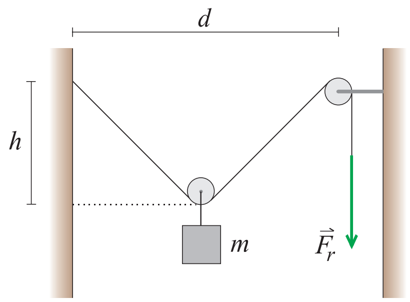
12. Na sliki sta dve kladi, ki sta prek škripca povezani z vrvjo. Teža prve je 50 N, druge pa 20 N. Obe mirujeta.
a) S kolikšno silo je napeta vrv, ki povezuje obe kladi?
b) Najmanj kolikšen mora biti koeficient lepenja med prvo klado in podlago?
c) S kolikšno silo moramo povleči prvo klado stran od roba, da se kladi premakneta?

Odgovor: a) 20 N
b) 0,4
c) 40 N



13. Na sliki je zaboj, ki ga dvigujemo z vrvjo, katere en konec smo pritrdili na steno, drugega pa napeljali prek dveh škripcev. Skupna teža zaboja in gibljivega škripca je 100 N. Razdalja d je 200 cm.
a) Kako je sila roke odvisna od višine h?
b) Ali lahko sila roke dvigne zaboj tako visoko, da je vrv vodoravna?

c) Izračunajte silo roke za vrednosti h v preglednici in narišite graf, ki kaže silo roke v odvisnosti od višine h.



h [cm]	**F [N]**
2	
4	
6	
8	
10	

14. Lesena omara s težo 1000 N stoji na štirih nogah. Kolikšen je tlak pod nogami, če je stična površina posamezne noge 4 cm^2?

Odgovor: $6{,}25 \cdot 10^5$ Pa

15. Maja, ki tehta 480 N, je obuta v čevlje z okroglimi petami s polmerom 4,5 mm. Postavi se na peto enega čevlja. Kolikšen je tlak pod peto?

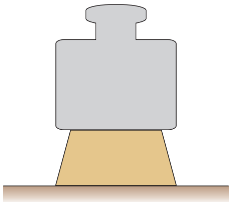
Odgovor: 75 bar

16. Bat varnostnega ventila na parnem kotlu ima presek 1 mm^2. S kolikšno silo je treba pritiskati na bat, če je dovoljeni tlak v kotlu 20 barov?

Odgovor: 2 N

17. Na sliki je lesen čep v obliki pokončnega prisekanega stožca. Njegova teža je zanemarljiva, premera osnovnih ploskev pa sta 40 mm in 30 mm. Na njem stoji utež za 10 N. Kolikšen je tlak pod čepom in kolikšen pod utežjo?

Odgovor: 8 kPa
14 kPa

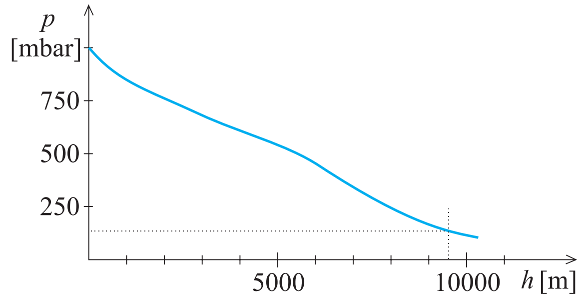


18. Podmornica je v globini 100 m. Njeno okno meri 2 dm^2. Zračni tlak nad vodno gladino je 1 bar. S kolikšno silo deluje voda na okno podmornice?

Odgovor: $2{,}2 \cdot 10^4$ N

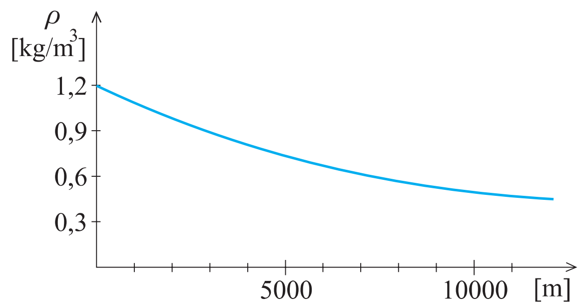
19. Letalo leti na višini 9500 m. S kolikšno tlačno razliko mora delovati zračna črpalka, da je v letalu ves čas normalni zračni tlak? Graf kaže odvisnost zračnega tlaka od nadmorske višine.

Odgovor: 880 mbar



20. Balon s težo 1800 N in s stalno prostornino 200 m^3 spustijo v zrak. Kako visoko se dvigne balon? Graf kaže odvisnost gostote zraka od nadmorske višine.

Odgovor: 2700 m



21. Balon napolnimo z vročim zrakom s specifično težo 11 N/m^3. Zrak v okolici balona ima specifično težo 12 N/m^3. Teža tkanine in vrvi balona je 300 N. Kolikšna je prostornina balona, če z njim dvignemo tovor 2000 N?

Odgovor: 2300 m^3

22. Z vzmetno tehtnico izmerimo, da je teža kosa kovine 0,1 N.

a) Ko kos potopimo v vodo, pokaže tehtnica 0,08 N. Izračunaj prostornino in specifično težo kovine.
b) Ko isti kos potopimo še v olje, pokaže tehtnica 0,085 N. Kolikšna je specifična teža olja?

Odgovor: 2 cm^3
50 N/dm^3
7,5 N/dm^3

23. Lesena kocka s prostornino 8,0 dm^3 je z vrvico privezana na dno bazena z vodo. Kocka je potopljena v celoti.

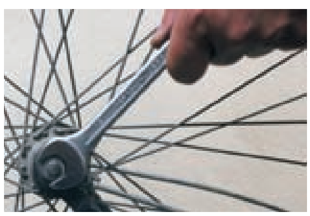
a) Kolikšen je vzgon na kocko?
b) Kolikšna je sila vrvice na dno, če tehta kocka 60 N?
c) Vrvico prerežemo in kocka splava na površje. Kolikšen del kocke ostane potopljen?

Odgovor: a) 80 N
b) 20 N
c) 15 cm

4. NAVOR

O navoru govorimo pri dejavnostih, kot so npr privijanje in odvijanje vijakov, uporaba vzvoda in podobnih orodij (slika 4.1). Za privijanje in odvijanje vijakov uporabljamo izvijač. Roka deluje z navorom na ročaj izvijača, izvijač pa prenaša ta navor na vijak. Za večje vijake in močnejše privijanje moramo uporabiti močnejši izvijač z večjim ročajem. S takim izvijačem na vijak delujemo z večjim navorom. Enake izkušnje imamo z uporabo ključev za vijake s šestkotno glavo. Večji ko je vijak, daljša mora biti ročica ključa, da zagotovi zadosten navor pri privijanju ali odvijanju. Podobno je pri delu z vzvodom. Če hočemo dvigniti težje breme, moramo uporabiti daljšo ročico.

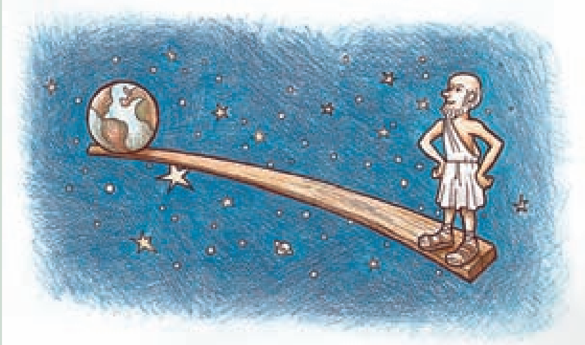
Naštete izkušnje kažejo, da o navoru odločajo sile ter razdalje med njihovimi prijemališči in osjo, okoli katere se telo vrti.



Slika 4.1 *Pri delu z orodji uporabljamo navore.*

Arhimed »dviga« Zemljo

Morda ste že slišali za Arhimedov navdušen vzklik: »Dajte mi točko in dvignil bom Zemljo!« V mislih je imel točko, na katero bi oprl svoj vzvod. Ali se vam tako navdušenje zdi upravičeno?

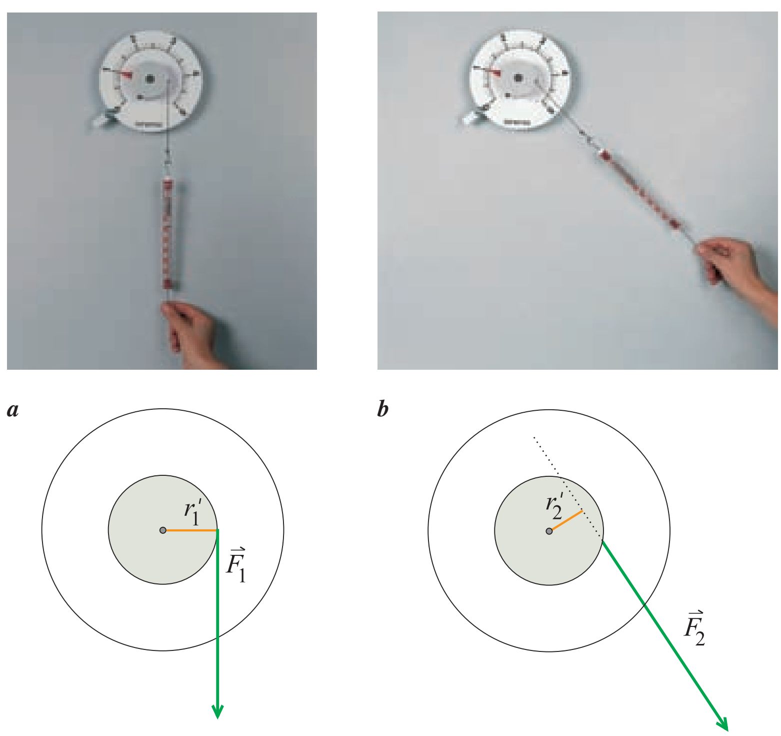


LASTNOSTI NAVORA

Lastnosti navora bomo najlažje spoznali ob poskusih s pripravo, ki jo kaže slika 4.2. Okrogla plošča, ki je vrtljiva okoli osi skozi središče, je pritrjena na podlago prek prožnega peresa. Ko ploščo zasučemo, se pero sučno deformira, pri tem pa deluje na ploščo z navorom, ki je sorazmeren z zasukom. V ravnovesju zato zasuk plošče kaže, kolikšen navor deluje nanjo.

Isti navor dosežemo na različne načine tako, da delujemo na ploščo v različnih razdaljah od osi in jo vlečemo v različnih smereh. Naredimo naslednji poskus. Na ploščo v izbrani razdalji od osi pripnimo silomer in vlecimo ploščo prek njega v tangentni smeri, to je pravokotno na radij v prijemališču (slika 4.2 a). Nato spremenimo smer sile in hkrati njeno velikost, tako da ostane zasuk plošče in s tem navor nespremenjen (slika 4.2 b).

Pri spremembi smeri sile se spremeni tudi pravokotna razdalja med premico sile in osjo ali, kakor jo imenujemo, **ročica**.



Slika 4.2 *Produkt med silo in ročico je pri enakem navoru enak.*

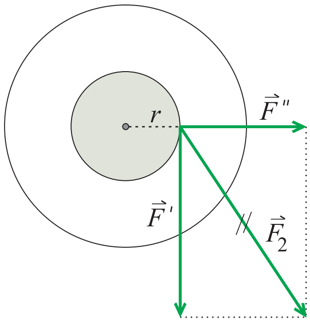
Tabela, ki kaže rezultate nekega poskusa z navorno ploščo, pa nas prepriča, da ostane produkt med silo in ročico $r'F$ nespremenjen.

r´ **[cm]**	***F*** **[N]**	***r´F*** **[Ncm]**
3,0	1,0	3,0
1,9	1,6	3,0
0,7	4,4	3,1
2,6	1,2	3,1

Ta produkt določa **velikost navora**. Enota za navor je iz tega produkt enote za razdaljo in enote za silo, to je **Nm**. Domenimo se, da navor označujemo s simbolom $\boldsymbol{M}$: $M = r'F$.

Na navor pa lahko gledamo še drugače. Prejšnji poskus kaže, da je pri izbranem navoru sila najmanjša tedaj, ko je tangentna, to je pravokotna na zveznico med prijemališčem in osjo. To nas napelje na misel, da je za navor vselej odločilna le tangentna komponenta sile.

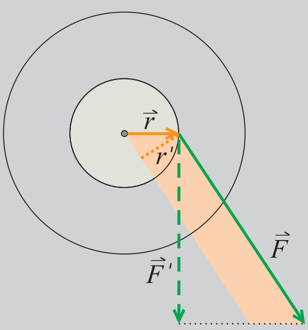
Silo, ki deluje poševno proti zveznici med prijemališčem in osjo (slika 4.2 b), zato razstavimo na tangentno komponento, ki je pravokotna na zveznico, in radialno komponento, ki je vzporedna z njo (slika 4.3). S slike lahko razberemo, da je tangentna komponenta sile F_2, F' po velikosti enaka sili F_1 pri prvem poskusu (slika 4.2 a), kar potrjuje našo domnevo. Radialna komponenta k navoru ne more prispevati, saj gre njena premica skozi os.



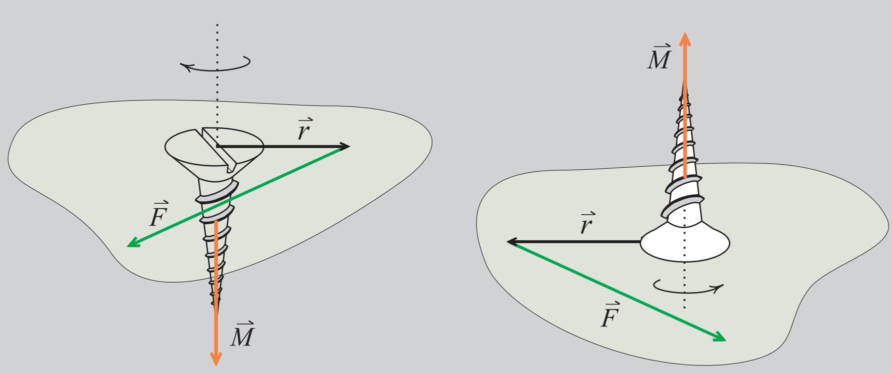
Slika 4.3 *Silo F_2 razstavimo na tangentno in radialno komponento.*

Na podlagi tega lahko posplošimo predpis za določanje navora. Navor torej izračunamo kot produkt med silo in ročico, to je pravokotno razdaljo med osjo in premico sile, ali pa kot produkt med dolžino zveznice med osjo in prijemališčem sile in tangentno komponento sile, ki je pravokotna na zveznico.

Lego prijemališča sile glede na os pogosto opredelimo s **krajevnim vektorjem r**, ki sega od osi do prijemališča. Razdalja med osjo in prijemališčem sile je tedaj enaka dolžini krajevnega vektorja. Krajevni vektor in vektor sile geometrijsko ponazarjata dve sosednji stranici paralelograma, ki je napet na njima. Spomnimo se, da ploščino paralelograma izračunamo tako, da dolžino stranice zmnožimo z ustrezno višino. V tem primeru pomeni, da zmnožimo silo z višino na silo, to je ročico, ali pa krajevni vektor z višino na krajevni vektor, to je s pravokotno komponento sile. Velikost navora je torej enaka ploščini tega paralelograma, merjeni v enoti Nm.

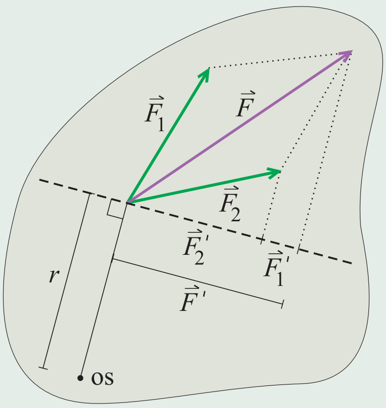


Navor suče telo v smeri gibanja urinega kazalca ali pa v nasprotni smeri. Po dogovoru navore, ki sučejo v smeri gibanja urnega kazalca, štejemo za pozitivne, navore, ki sučejo v nasprotni smeri, pa za negativne. Dogovorjeno je tudi, da navor predstavimo kot vektor, pravokoten na ravnino paralelograma, ki ga napnemo na krajevni vektor do prijemališča in silo. Navor ima smer, v katero bi se premikal desni vijak, če bi ga zavijali tako, kakor kaže sila.



Zgleda

Poglejmo si še navor sil v nekaj posebnih primerih. Omejili se bomo le na take primere, v katerih so vse sile v isti ravnini, os pa je na to ravnino pravokotna.



Slika 4.4 *Navor rezultante je enak vsoti navorov komponent.*

1. Slika 4.4 kaže primer, v katerem delujeta na telo dve sili z istim prijemališčem. Njun navor lahko glede na izbrano os določimo na dva načina:

Sili lahko sestavimo v rezultanto in izračunamo njen navor:

$$M = rF' ,$$

r je razdalja od osi do prijemališča, F' pa projekcija rezultante na premico, ki je pravokotna na to razdaljo.

Izračunamo navor vsake sile zase in ju seštejemo:

$$M = M_1 + M_2 = rF_1' + rF_2' = r(F_1' + F_2') .$$

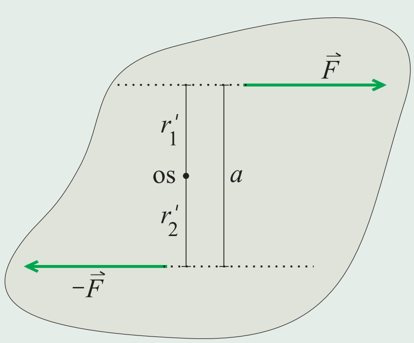
S slike razberemo, da je projekcija rezultante enaka vsoti projekcij komponent

$$F' = F_1' + F_2' ,$$

iz česar sledi, da dobimo na oba načina za navor enak rezultat.

Vidimo, da je navor sil s skupnim prijemališčem enak navoru rezultante, ali obratno, da je navor rezultante sil s skupnim prijemališčem enak vsoti navorov komponent.

Pri računanju moramo biti pozorni na smer, v katero navori sučejo telo. V našem primeru, ko sučeta obe sili telo v istem smislu, navora seštejemo.



Slika 4.5 *Dvojica sil.*

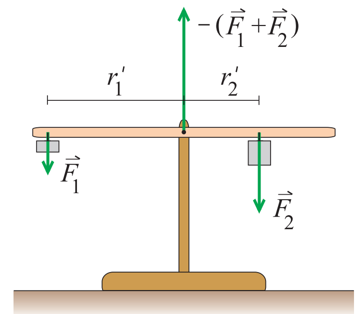
2. Pri sukanju krmila v avtu ali ročajev pri ventilih delujemo na kolesa z **dvojico sil**, katerih smeri sta nasprotni, velikosti pa enaki. Njuna rezultanta je nič, njun navor pa učinkovito zasuče telo (slika 4.5). Obe sili sučeta v istem smislu, zato je skupni navor kar vsota obeh:

$$M = r_1'F + r_2'F = (r_1' + r_2')F = aF .$$

Z $a = r_1' + r_2'$ označimo pravokotno razdaljo med premicama sil. Ta je neodvisna od lege osi, zato je tudi navor dvojice sil za vse osi enak.

RAVNOVESJE NAVOROV

Vzemimo vodoravno palico, ki je vrtljiva okoli osi skozi središče (slika 4.6), in na vsako stran obesimo po eno utež tako, da ne porušimo ravnovesja. Vidimo, da moramo obesiti enaki uteži v enakih razdaljah od osi. Če sta uteži različni, moramo težjo utež obesiti bližje osi, lažjo pa dalj od osi.



Slika 4.6 *Palica je v ravnovesju.*

Izmerimo razdalje med osjo, okoli katere se vrti palica, in utežmi. Če smo smiselno izbirali uteži, lahko vidimo, da je v ravnovesju produkt med težo uteži in razdaljo do osi na desni enak enakemu produktu na levi, ali

$$r_1'F_1 = r_2'F_2 \,.$$

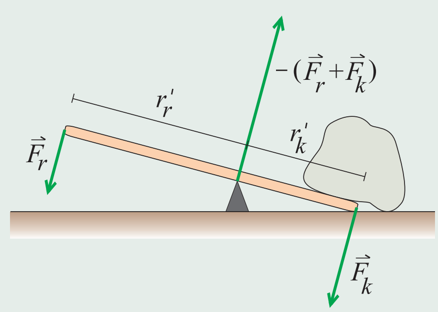
To kaže, da se pri palici v ravnovesju navora obešenih uteži okoli osi natančno izravnata. Sili obeh uteži pri tem uravnoveša nasprotna sila v podporišču palice.

Ravnovesje poiščimo še v primeru, ko na vsako stran v različnih razdaljah obesimo po več uteži. Ugotovimo, da je v ravnovesju vsota produktov med silami in razdaljami na desni enaka vsoti produktov med silami in razdaljami na levi. Sila v podporišču palice uravnoveša skupno silo uteži.

Palica, podprta na sredi, je poseben primer **vzvoda**, s katerim si velikokrat pomagamo pri dvigovanju bremen. Če palico podpremo tako, da je podporišče blizu bremena, prijemališče roke pa daleč stran, lahko tudi težko breme dvignemo z majhno silo.

Zgleda

1. Palico z dolžino 1,5 m podpremo v razdalji 20 cm od krajišča, ki sega pod kamen, ki tišči na palico s silo 500 N (4.7). S kolikšno silo moramo pritisniti na drugo krajišče palice, da bomo dvignili kamen? Kolikšna je sila v podporišču palice?



Slika 4.7 *Dviganje kamna z vzvodom.*

Vzemimo, da tiščita roka in kamen na palico v pravokotni smeri. V ravnovesju je navor roke enak navoru kamna:

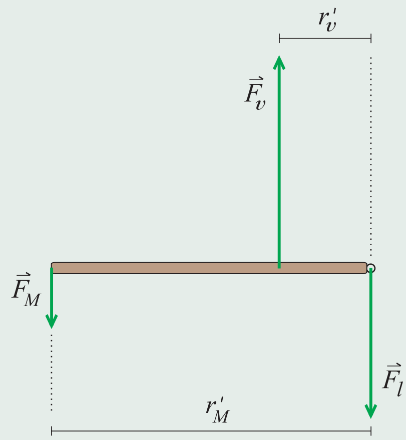
$$r_r'F_r = r_k'F_k \,.$$

Iz tega izračunamo, da je sila roke $F_r = \dfrac{r_k'}{r_r'}F_k = 77$ N.

Sila v podporišču uravnoveša obe sili, torej je 577 N in ima nasprotno smer.

Slika 4.8 Fanta pritiskata na vrata v nasprotnih smereh.

2. Fanta tiščita na nihajna vrata v pravokotnih smereh z nasprotnih strani (slika 4.8). Večji fant v modri majici tišči s silo 300 N v razdalji 30 cm od navpične osi skozi ležaje vrat, manjši fant pa ga zadržuje pri kljuki v razdalji 80 cm. S kolikšno silo lahko manjši fant zadržuje vrata? Kolikšna je sila v ležajih vrat?



Slika 4.9 Ravnovesje sil in navorov.

Sili na vrata kaže slika 4.9. V ravnovesju je

$$r_M' F_M = r_V' F_V .$$

Sila manjšega fanta je torej $F_M = \dfrac{r_V'}{r_M'} F_V = 110\ \mathrm{N}$.

Ležaji morajo uravnovesiti razliko obeh sil. Sila ležajev je 190 N in ima isto smer kot sila manjšega fanta.

TEŽIŠČE

Težišče si navadno predstavljamo kot točko, v kateri je treba podpreti telo, da je v vsaki legi v ravnovesju. O ravnovesju pa, kakor smo videli, odločajo sile in navori. Pri telesu, ki ga podpremo v težišču, sila v podporišču uravnovesi težo, navori teže delov telesa glede na podporišče pa se morajo natanko izravnati. Po zakonu o ravnovesju sil sklepamo, da lahko težišče obravnavamo kot **prijemališče teže telesa**.

Slika 4.10 Določanje težišča s poskušanjem.

Spomnimo se, kako določamo težišče teles. Za zgled vzemimo trikotno ploščo, ki jo obesimo na vrvico v enem od oglišč (slika 4.11). Na prosto viseči plošči zarišimo podaljšek vrvice. Črta, ki jo dobimo, **težiščnica**, deli trikotnik na dva dela, ki delujeta na obesišče z enakima, a nasprotnima navoroma. To pomeni, da je treba težišče iskati na podaljšku vrvice.

Obesimo ploščo še na drugo oglišče in ponovimo postopek. Presečišče dobljenih podaljškov vrvic tako določa težišče trikotne plošče. Nato jo obesimo še na kljukico, ki smo jo privili na dobljeno mesto. Plošča je vodoravna, kar kaže, da so navori teže delov plošče v vseh smereh skozi težišče natanko izravnani.

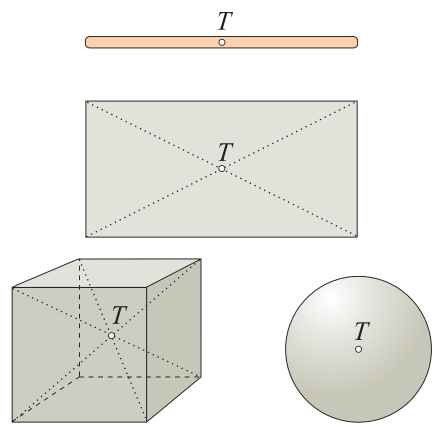
Težišče telesa lahko vedno določimo kot presečišče težiščnic, ki jih poiščemo z obešanjem v različnih točkah.

Slika 4.11 *Določanje težišča s pomočjo težiščnic.*

Dejavnost Iz kartona izrežite različne like in poiščite njihova težišča.

Težišča **homogenih teles** so v njihovih **geometrijskih središčih**. Tako je pri homogeni palici težišče v sredini, pri krogli v središču, pri pravokotni in kvadratni plošči v presečišču diagonal, pri trikotni plošči v presečišču težiščnic in pri kvadru v presečišču telesnih diagonal (slika 4.12).

Dejavnost Težišče palice ali ravnila poiščemo tako, da palico položimo na stegnjena kazalca in ju začnemo počasi približevati. Prsta se ne premikata enakomerno, ampak izmenično zdrsavata pod palico. Združita se pod težiščem palice. Razložite poskus. Poskusite na tak način poiskati še težišče metle.



Slika 4.12 *Težišča homogenih teles.*

Lego težišča lahko tudi izračunamo. Iščemo jo kot tisto točko, v katero je treba postaviti rezultanto teže, da je njen navor okoli izbrane osi enak vsoti navorov teže delov telesa.

Za zgled vzemimo kroglice s težami F_1, F_2 in F_3, ki so nameščene v ogliščih lahkega trikotnega ogrodja. Lege oglišč določimo v pravokotnem koordinatnem sistemu, kakor kaže slika.

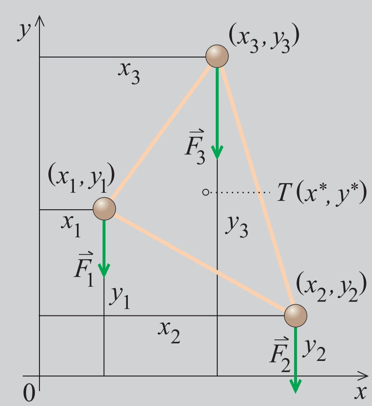
Koordinati prvega oglišča sta x_1 in y_1, koordinati drugega x_2 in y_2, koordinati tretjega pa x_3 in y_3. Koordinati težišča sta x^* in y^*.

Vzemimo, da ima teža smer osi y. Navor kroglic okoli osi skozi koordinatno izhodišče, ki je pravokotna na ravnino xy,

$$x_1F_1 + x_2F_2 + x_3F_3 \,,$$

naj bo enak navoru skupne teže, ki ima prijemališče v težišču

$$x^*(F_1 + F_2 + F_3) \,.$$



Iz tega izračunamo, da je koordinata težišča

$$x^* = \frac{x_1 F_1 + x_2 F_2 + x_3 F_3}{F_1 + F_2 + F_3}.$$

Sedaj si zamislimo, da ogrodje skupaj s koordinatnim sistemom zasučemo za 90°. Teža tedaj deluje v smeri osi x. Njen navor glede na koordinatno izhodišče da še koordinato y^*:

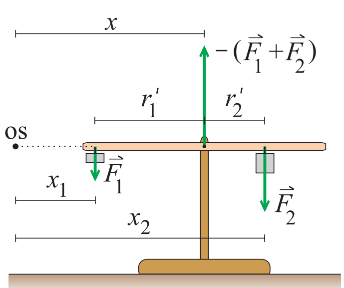
$$y^* = \frac{y_1 F_1 + y_2 F_2 + y_3 F_3}{F_1 + F_2 + F_3}.$$

Vemo že, da je teža telesa sorazmerna z njegovo **maso**. Koordinati težišča se prav nič ne spremenita, če namesto teže teles v enačbah pišemo mase teles:

$$x^* = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2 + m_3 x_3}{m_1 + m_2 + m_3}, \; y^* = \frac{m_1 y_1 + m_2 y_2 + m_3 y_3}{m_1 + m_2 + m}.$$

Težišče imenujemo tudi **masno središče**. Kako pomembna je ta točka, bomo spoznali pozneje.

ZGLEDI ZA RAVNOVESJE RAZSEŽNIH TELES



Slika 4.13 *Ravnovesje navorov pri palici.*

Poskusi z vzvodom nas učijo, da je razsežno telo v ravnovesju, če so v ravnovesju sile in če so v ravnovesju navori glede na os, okoli katere se vrti telo. V resnici pa os v ravnovesju sploh ni pomembna. Oglejmo si ravnovesje palice s slike 4.6 glede na drugo os izven palice v razdalji x od prve (slika 4.13).

V ravnovesju vrtita navora uteži okoli nove osi palico v istem smislu, sila v podporišču pa v nasprotnem smislu. Skupni navor je torej

$$M = x_1 F_1 + x_2 F_2 - x(F_1 + F_2).$$

Če izrazimo ročici prijemališč glede na novo os, kakor kaže slika

$$x_1 = x - r_1', \; x_2 = x + r_2',$$

kjer sta r_1' in r_2' ročici sil okoli prejšnje osi, dobimo za navor enačbo

$$M = r_2' F_2 - r_1' F_1 = 0,$$

ki kaže, da je prečka v ravnovesju tudi okoli nove osi.

Zgleda

Ugotovitve o ravnovesju teles lahko uporabimo pri določanju neznanih sil. Oglejmo si nekaj zgledov.

1. Človeško podlaht lahko obravnavamo kot vzvod, ki je vrtljiv okoli sklepa v komolcu in pripet na dvoglavo mišico, ki deluje nanj v pravokotni smeri (slika 4.14). S kolikšno silo vleče mišica in kolikšna je sila v komolcu, če držimo v roki 10 kilogramsko utež?

V ravnovesju mišica uravnoveša silo uteži in silo komolca. Hkrati morajo biti v ravnovesju tudi navori okoli poljubne osi. Izberimo si os v komolcu. Tedaj je

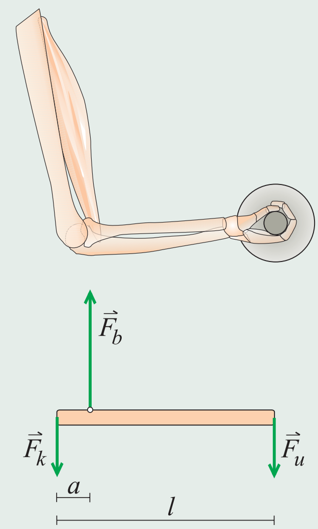
$$aF_b = lF_u .$$

Po podatkih iz naloge in slike vidimo, da je sila mišice

$$F_b = \frac{l}{a} F_u = 700\ \mathrm{N} .$$

Sila v komolcu je tedaj

$$F_k = F_b - F_u = 600\ \mathrm{N} .$$



Slika 4.14 *Podlaht deluje kot vzvod.*

2. Teža lopute, ki jo kaže slika 4.15 a, je 200 N, dolžina pa 60 cm. Odpremo jo za 30° in jo držimo v tej legi z vrvjo, ki je pravokotna na loputo. Kolikšna je v ravnovesju sila vrvi?

Na sliki so narisane sile, ki v ravnovesju delujejo na loputo. Poleg teže, ki smo jo postavili v težišče v središču lopute, in sile vrvi je še sila ležajev, ki je tolikšna, da uravnovesi vsoto teže in sile vrvi. Sila vrvi pa od nje ni odvisna. To vidimo, če si izberemo os vrtenja v osi ležajev. Navor sile vrvi mora uravnovesiti navor teže, navor sile ležaja pa je nič. Tedaj je

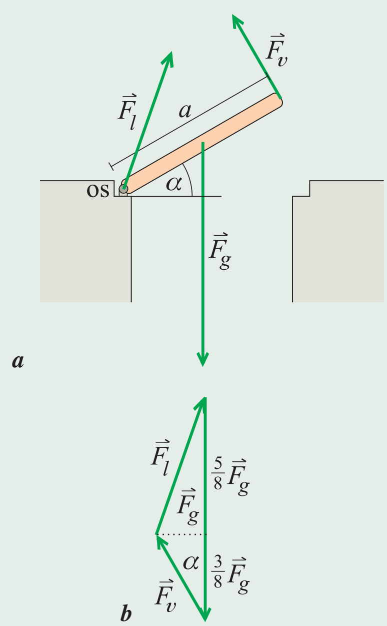
$$aF_v = \frac{a\sqrt{3}}{4} F_g$$

in

$$F_v = \frac{\sqrt{3}}{4} F_g = 87\ \mathrm{N} .$$

Iz sklenjenega trikotnika sil na sliki 4.15 b razberemo še, da je sila ležajev

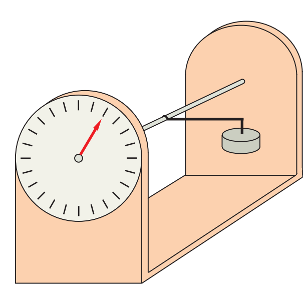
$$F_l = \frac{\sqrt{7}}{4} F_g = 130\ \mathrm{N} .$$



Slika 4.15 *Loputa v ravnovesju.*

MERJENJE NAVORA

Priprava, ki smo jo uporabili pri spoznavanju navorov, je poseben primer **torzijske tehtnice**. Kot merilo za velikost navora nam je rabil njen zasuk. Za torzijsko tehtnico uporabimo spiralno vzmet, pritrjeno na podlago, ali pa napeto prožno nit oz. žico (slika 4.16). Tehtnico je treba umeriti z znanimi navori.



Slika 4.16 *Torzijska tehtnica.*

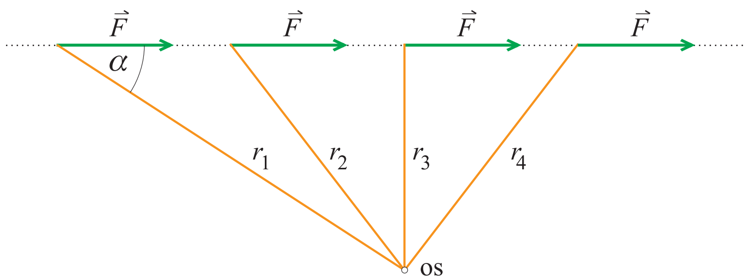
Dejavnost Naredite si torzijsko tehtnico in jo umerite z utežmi. Tehtnico lahko uporabite tudi za merjenje sil.

Dejavnost Izmerite navor verige na zadnje kolo kolesa.

VPRAŠANJA

1. Opišite nekaj primerov uporabe navora v svoji okolici.

2. Primerjajte velikosti navorov sil na spodnji sliki.



3. Kaj je narobe z vrati, ki se sama od sebe odprejo na stežaj, ne glede na to, v kateri legi jih pustimo?

4. Avtomobilu se predre guma, voznik pa nima dvigalke, da bi avto dvignil in predrto gumo zamenjal z rezervno. Opišite, kako ga lahko dvigne z drogom.

5. V silnem vetru je jadrnica močno nagnjena, pa se vendar ne prevrne. Zakaj ne?

6. Če prevrnemo igračko v obliki možica, se kar sama postavi pokonci. Opišite, kako je narejena.

7. Predlagajte, kako bi izmerili navor, s katerim deluje veriga na zadnje kolo kolesa.

NALOGE

1. Da vijak dobro prime, ga moramo priviti z navorom 100 Nm. Kolikšna mora biti najmanjša dolžina ključa, če zmoremo silo 400 N?

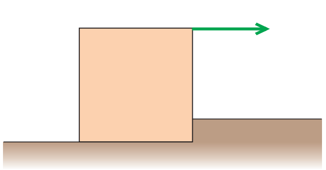
Odgovor: 25 cm

2. Primož drži v iztegnjeni roki dvokilogramsko utež. Sprva mu roka visi navpično navzdol, nato pa z iztegnjeno roko odmakne utež za 30 cm od telesa. Izračunajte navor, ki zaradi uteži deluje na ramenski sklep. Primoževa roka je od ramenskega sklepa do dlani dolga 60 cm.

Odgovor: 6 Nm

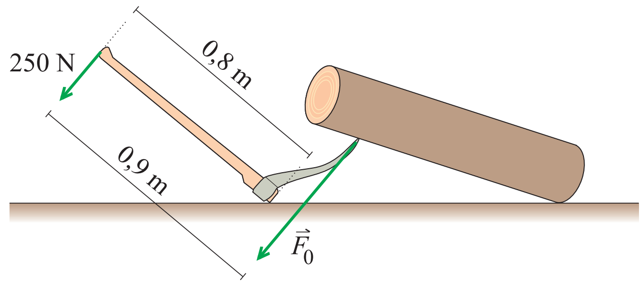
3. Kocka s težo 20 N miruje na vodoravni podlagi tik majhne stopnička. Na zgornji rob kocke je pritrjena vrvica. S kolikšno silo moramo potegniti vrvico v vodoravni smeri, da se kocka prevrne?

Odgovor: 10 N



4. Drvar premika hlod s cepinom, ki ga kaže slika. S kolikšno silo se »upira« hlod, če drvar pritiska na konec cepina s silo 250 N? S kolikšno silo cepin pritiska na tla?

Odgovor: 2000 N
2250 N



5. Deska ima težo 20 N. Na en konec deske privežemo vrvico in jo vlečemo navpično navzgor. Drugi konec deske je na tleh. Kolikšna je sila v vrvici, če je deska v ravnovesju, ko je kot med desko in podlago 30°, 60°, 90°?

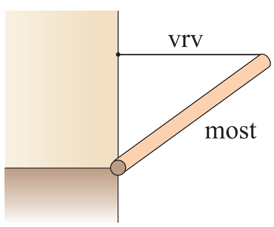
Odgovor: 10 N
10 N
od 0 N do 20 N

6. Na dveh stebrih, ki sta 6 m narazen, sloni lahek in homogen drog. Na razdalji 2 m od levega stebra je obešeno breme 300 N. Poiščite sili, ki delujeta na stebra.

Odgovor: 100 N
200 N

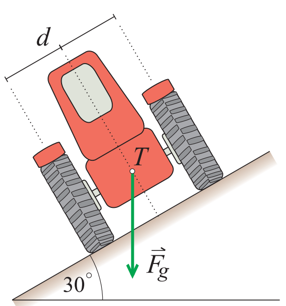
7. Dvižni most je z vrvjo privezan na steno. Dolžina mostu je 4,0 m, dolžina vrvi pa 3,0 m. Kolikšna je teža mostu, če je sila vrvi 5000 N?

Odgovor: $8{,}8 \cdot 10^3$ N



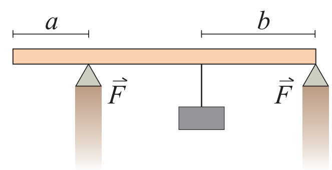
8. Traktor vozi prečno po klancu z nagibom 30°. Kako visoko sme biti njegovo težišče, da se ne prevrne? Razdalja med zadnjima kolesoma je 120 cm.

Odgovor: 1 m nad tlemi



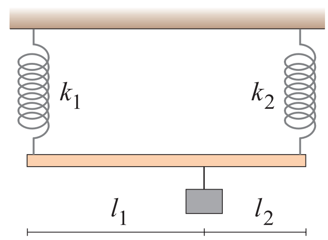
9. 50-kilogramski tram podpremo na dveh mestih in nanj obesimo zaboj, kot kaže slika. Tram je dolg 4,0 m, razdalja *a* je 1,0 m, razdalja *b* je 1,5 m. Zaboj ima 100 kg. Izračunajte silo levega in desnega podporišča.

Odgovor: $8{,}3 \cdot 10^2$ N
$6{,}7 \cdot 10^2$ N



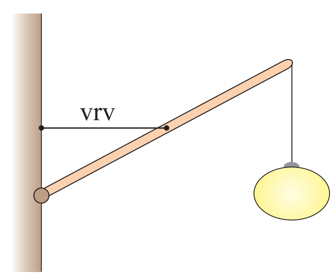
10. Lahka metrska palica visi v vodoravni legi. Obešena je na dveh vzmeteh s koeficientoma 5 N/cm in 8 N/cm. Kam moramo obesiti breme, da ostane palica vodoravna?

Odgovor: 0,62 m od leve vzmeti



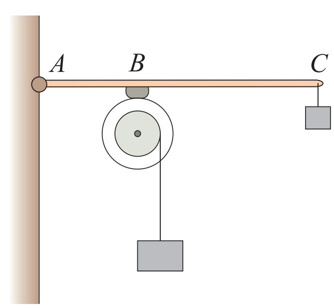
11. Lahek drog s pomočjo tečaja in vrvi pritrdimo na steno. Na konec droga obesimo svetilko. Dolžina droga je 3,0 m, dolžina vrvi pa 1,3 m. Vrv je pritrjena na sredini droga. Kolikšna je lahko največja teža svetilke, če vrv prenese največ 90 N?

Odgovor: 26 N



12. Tovor s težo 1000 N s pomočjo vitla spuščamo, tako da se giblje s stalno hitrostjo. Vrv je navita na boben s premerom 20 cm, zavorni kolut ima premer 30 cm, koeficient trenja je 0,60. Zavorni drog je v točki A gibljivo vpet v steno, zavorna utež pa je postavljena v točko C. Razdalja AB je 40 cm, razdalja BC pa 100 cm. Koliko tehta zavorna utež?

Odgovor: 32 kg



13. Mišice prijemljejo kakih 2,5 cm stran od čeljustnega sklepa. Kočniki, podočniki in sekalci so zaporedoma 2,5 cm, 4,0 cm in 4,5 cm od sklepa. Presek čeljustnih mišic ocenimo na 8,0 cm^2, največji tlak v njih pa na 78 N/cm^2. Poiščite sliko v anatomskem atlasu.

a) Kolikšna je največja sila, s katero lahko mišice stisnejo čeljusti?
b) Kolikšen je največji navor?
c) S kolikšno silo lahko deluje sekalec?

Odgovor: a) 620 N
b) 16 Nm
c) 350 N

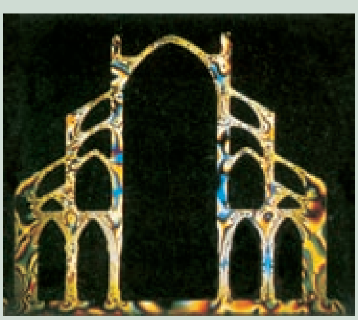
5. MEHANIČNE LASTNOSTI SNOVI

Ko govorimo o mehaničnih lastnostih snovi, mislimo na obnašanje različnih snovi pod vplivom zunanjih sil. Poznavanje mehaničnih lastnosti snovi je pomembno v tehniki, saj od njih zavisijo različne uporabne možnosti (slika 5.1). Po drugi strani pa lahko iz teh lastnosti razberemo mnoge značilnosti zgradbe snovi. V tem poglavju bomo najprej obravnavali nekaj značilnih lastnosti trdnih snovi, kapljevin in plinov, na koncu pa si bomo ogledali mikroskopično razlago teh pojavov.

Slika 5.1 *Palica, ki jo uporabljajo atleti pri skoku s palico, mora biti lahka, žilava in ravno prav prožna.*

Preučevanje napetosti na modelu

Slika kaže model preseka katedrale Notre Dame v Parizu, s katerim so preučevali obremenitve zgradbe s fotoelastično metodo. Različno obarvana mesta na modelu kažejo različne obremenitve.



Kakšne zahteve postavljajo glede prožnosti in trdnosti za materiale v gradbeništvu ali v strojništvu?

TRDNE SNOVI

Trdna telesa lahko stiskamo, natezamo, zvijamo. Govorimo o **tlačnih, nateznih** ali **strižnih** obremenitvah. Telesa se pri obremenitvi nekoliko podajo; pravimo, da se **deformirajo**. Če so sile majhne, se telesom povrne prejšnja oblika, čim prenehajo delovati. Pravimo, da je deformacija **prožna** oziroma da so **telesa prožna**. Prožna je npr. deformacija jeklene vzmeti, ki jo uporabljamo za merjenje sil. Če sile presežejo **mejo prožnosti**, ostane deformacija stalna. Če sile presežejo **mejo trdnosti**, se telo zruši.

Pojav si lahko razlagamo takole. Telo, na katero delujejo zunanje sile, se deformira do te mere, da notranje sile, ki se pri tem pojavijo, uravnovesijo zunanje. Znotraj prožnega območja notranje sile po prenehanju zunanjih spet vrnejo telesu prvotno obliko, izven prožnega območja pa to ni več mogoče.

Doslej smo spoznali raztezanje vijačne vzmeti. Raztezek vzmeti v prožnem območju je sorazmeren s silo, ki jo napenja. To zakonitost imenujemo **Hookov zakon**. Z enačbo ga zapišemo v obliki

$$F = kx\,,$$

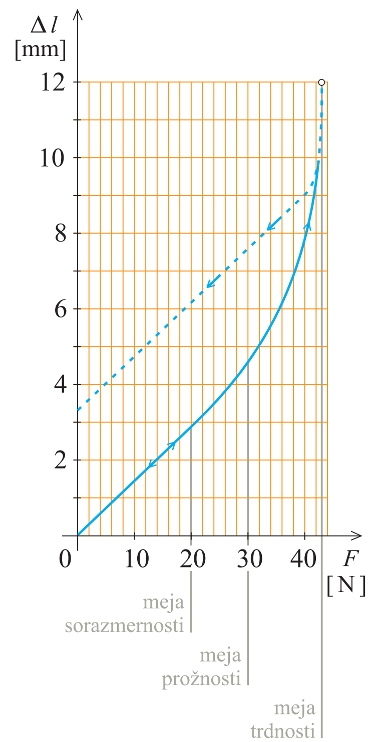
kjer je x raztezek, k pa koeficient vzmeti. Koeficient vzmeti je odvisen od žice, iz katere je vzmet, in od tega, kako je žica zvita.

Dejavnost Izdelajte si vzmet iz bakrene ali aluminijaste žice. Na različno debele valjaste palice žico navijte tako, da bodo vzmeti enako dolge. Določite koeficient vzmeti in maksimalno silo, do katere je vzmet še prožna.

Tudi za telesa drugačnih oblik velja, da je deformacija sorazmerna s silo, dokler je ta majhna. Za zgled poglejmo, kaj se dogaja z ravno kovinsko žico, na katero obešamo uteži.

Na en do dva metra dolgo bakreno ali aluminijasto žico s premerom 0,2–0,3 mm obešamo stogramske uteži in merimo raztezek. Uteži od časa do časa snamemo in opazujemo, ali se žica skrči na prvotno dolžino.

Slika 5.2 kaže raztezek aluminijaste žice v odvisnosti od natezne sile. S slike razberemo nekaj značilnih območij. V začetku je raztezek žice sorazmeren s silo – pravimo, da smo v območju **sorazmernosti**. Žica je v tem območju prožna – po prenehanju delovanja sile se skrči na prvotno dolžino. Tudi v naslednjem območju – med **mejo sorazmernosti** in **mejo prožnosti** – je žica prožna, čeprav raztezek ni več sorazmeren s silo. Ko se sila poveča prek meje prožnosti, se žica ne skrči več na prvotno dolžino, ampak ostane po razbremenitvi podaljšana. To območje, značilno za kovine, imenujemo območje **plastičnosti**. Če obremenitev še povečujemo, se žica podaljšuje vse bolj in se na koncu strga. Pravimo, da smo dosegli mejo **natezne trdnosti**.

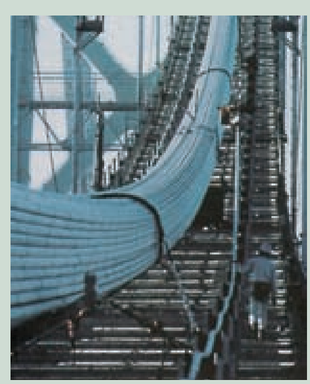


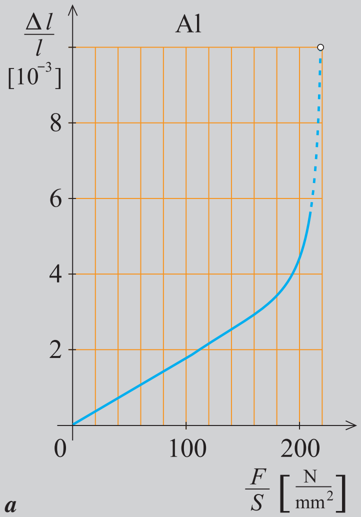
***Slika 5.2** Raztezanje aluminijaste žice.*

Nosilne vrvi visečih mostov

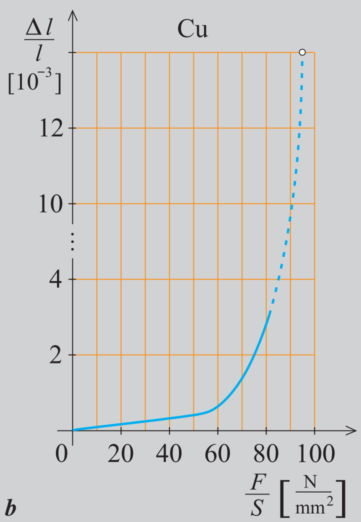
Med najprivlačnejšimi dosežki tehnike so več kilometrov dolgi viseči mostovi prek morskih ožin. Kako sta narejeni nosilni vrvi, na katerih visi most, da se ne pretrgata?

Nosilni vrvi mostu Akhashi Kaiko na Japonskem sta debeli več kot en meter in sestavljeni iz 37000 jeklenic iz posebnega silicijevega jekla, od katerih vsaka zdrži 5 ton. S temi jeklenicami bi lahko več kot osemkrat ovili Zemljo po ekvatorju ali pa jih razpeli skoraj do Lune.





a



b

Slika 5.3 *Zveza med relativnim raztezkom in nateznim tlakom za aluminijasto (a) in bakreno žico (b).*

? Kolikšne so meja sorazmernosti, meja prožnosti in meja trdnosti za aluminijasto in kolikšne za bakreno žico? Odgovore poiščite na grafu in jih izrazite z natezno napetostjo.

Raztezek žice in meje območij, ki smo jih opazovali pri poskusu, so seveda odvisne od dolžine in od preseka žice. O tem se lahko prepričamo s sklepanjem. Primerjajmo najprej raztezek enako napetih, vendar različno dolgih žic z enakim presekom. Dolgo žico si lahko predstavljamo kot zaporedje več enako dolgih krajših žic, ki so vse enako napete. Skupni raztezek je tedaj večkratnik raztezka enega dela. Za vse dele in za celo žico pa je enak **relativni raztezek**:

$$\frac{\Delta l}{l}.$$

Primerjava med žicami z različnim presekom pokaže, da je za relativni raztezek odločilna **natezna napetost** v žici:

$$p = \frac{F}{S}.$$

Iz grafa, ki kaže raztezek žice v odvisnosti od obremenitve, dobimo z vpeljavo novih količin graf, ki kaže **relativni raztezek** v odvisnosti od **natezne napetosti**. Graf ni več odvisen od tega, kako dolga je žica ali kolikšen je njen presek, temveč je značilen za izbrani material (slika 5.3 a). Slika 5.3 b kaže podoben graf še za bakreno žico.

Pri majhnih nateznih napetostih sta relativni raztezek in natezna napetost sorazmerna. Z enačbo to zapišemo takole:

$$\frac{F}{S} = E\frac{\Delta l}{l}.$$

Sorazmernostni koeficient E je značilen za posamezno snov. Imenujemo ga **prožnostni modul**. Z grafa na sliki 5.2 a razberemo prožnostni modul za aluminij:

$$E = 6{,}4 \cdot 10^4\ \mathrm{N/mm^2} = 6{,}4 \cdot 10^{10}\ \mathrm{N/m^2},$$

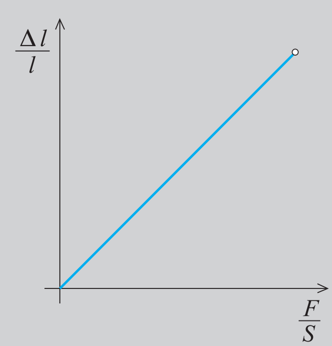
z grafa na sliki 5.2 b pa prožnostni modul za baker:

$$E = 11{,}6 \cdot 10^4\ \mathrm{N/mm^2} = 11{,}6 \cdot 10^{10}\ \mathrm{N/m^2}.$$

Grafa na slikah 5.3 a in b sta značilna za kovine. Graf na sliki 5.4 pa kaže relativni raztezek steklene niti. Vidimo, da je v tem primeru relativni raztezek sorazmeren z natezno napetostjo vse do meje trdnosti. Graf je značilen za krhke materiale.

Tabela prožnostnih modulov

Material	Prožnostni modul [N/m²]
jeklo	$212 \cdot 10^9$
baker	$116 \cdot 10^9$
aluminij	$64 \cdot 10^9$
kremenovo steklo	$76 \cdot 10^9$



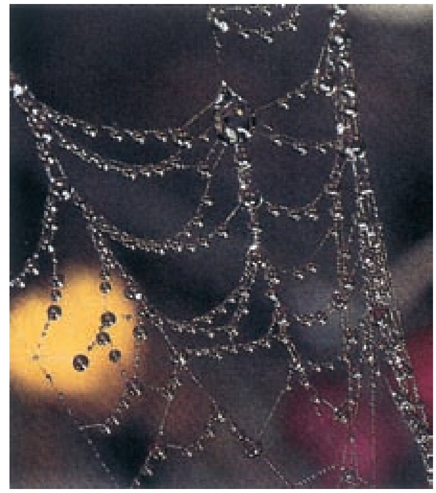
Slika 5.4 *Raztezanje steklene niti.*

KAPLJEVINE

Videli smo, da se poveča tlak, ko pritisnemo na bat, ki zapira posodo z vodo. Pozorno opazovanje pokaže, da se voda pri tem stisne. Predstavljamo si lahko, da se voda stisne za toliko, da lahko notranje sile, ki se pri tem pojavijo, uravnovesijo zunanjo. Z merjenjem so ugotovili, da je sprememba prostornine vode sorazmerna s prostornino in s spremembo tlaka. Z enačbo to ugotovitev zapišemo takole:

$$\Delta V = -\chi V \Delta p \,.$$

Znak minus pove, da se prostornina zmanjša, ko se poveča tlak. Z znakom χ označujemo sorazmernostni koeficient – **stisljivost**. V tabelah najdemo, da je stisljivost vode $46 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{bar}^{-1}$. To pomeni, da se prostornina vode zmanjša za 46 milijonin, če se tlak poveča za 1 bar. To je zelo malo, zato lahko vodo pogosto obravnavamo kot nestisljivo. Podobno je tudi pri drugih kapljevinah.



Slika 5.5 Vodne kaplje.

Značilnost kapljevin – po tem jih tudi imenujemo – je, da tvorijo kaplje (slika 5.5). Najbolj znane so vodne kaplje. V kapljah dežuje, kapljá iz slabo zaprte pipe, v kaplje ali majhne lužice se oblikuje voda, ki jo polijemo po povoščenem papirju. V kapljah ostane razlito živo srebro.

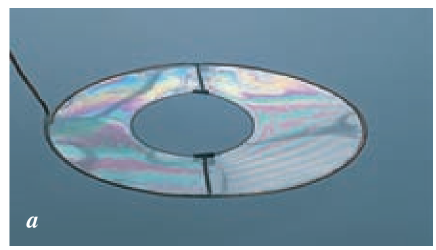
V odprti posodi ima kapljevina gladino. Nekatere kapljevine lahko napnemo na okvir kot tanke membrane, npr. milnico in tekoče detergente.

Naredimo nekaj poskusov, ki bodo pokazali zanimive lastnosti gladine kapljevin ali membran.

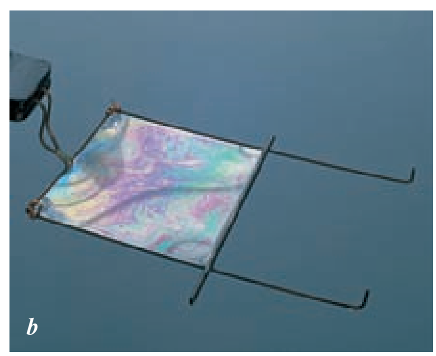
Najprej si pripravimo »milnico«. Najprikladneje je, da v nizki posodi zmešamo merico tekočega detergenta z dvema mericama vodovodne vode. Pripravimo si še nekaj žičnih okvirov in slamic. Poskusimo naslednje:

- Na žični okvir navežimo nitno zanko in na vse skupaj napnimo milnično opno. Ko opno znotraj zanke prebodemo, se zanka napne v krog (slika 5.6 a).
- Žični okvir, ki ima premično prečko, previdno dvignimo iz milnice v vodoravni legi. Milnica potegne prečko k nasprotnemu robu. Ko okvir nagnemo, da se lahko prečka po njem zakotali, se opna ponovno napne (slika 5.6 b).
- S cevko napihnimo mehurček. Ko ga odmaknemo od ust, se začne manjšati. S plamenom sveče se prepričamo, da mehurček iztiska ujeti zrak (slika 5.6 c).

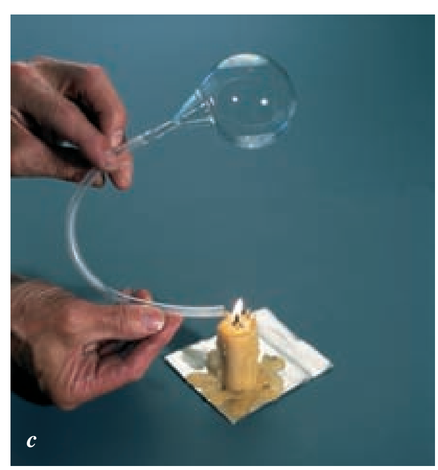
Poskusi kažejo, da delujejo po površju kapljevin tangentne sile, ki so povsod pravokotne na robove in tudi na meje, ki si jih predstavljamo na površju. Iz drugega poskusa lahko tudi razberemo, kolikšne so te sile.



a



b



c

Slika 5.6 Površinski pojavi pri milnični opni.

Slika 5.7 *Površinske sile milnične opne na prečko.*

Ko držimo okvir rahlo nagnjen, je prečka v ravnovesju v vsaki legi. Dinamično komponento teže tedaj uravnovešajo površinske sile. Te delujejo le v tanki plasti, ki meri vsega nekaj medmolekulskih razdalj. Pri našem poskusu moramo torej upoštevati, da ima milnična opna dve površji in da je zato sila na prečko vsota sil obeh površinskih plasti (slika 5.7). Ker vlečejo površinske sile po vsem robu enakomerno, sklepamo, da je sila na prečko sorazmerna z dolžino l. Izrazimo jo takole:

$$F = 2\gamma l\,.$$

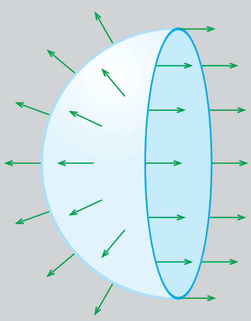
Slika 5.8 *Merjenje površinske napetosti vode.*

Koeficient γ imenujemo **koeficient površinske napetosti** ali samo **površinska napetost**. Izražamo ga v enoti N/m. Pri našem poskusu z milnico je bila sila na prečko, dolgo 10 cm, enaka 0,004 N. Po zgornji enačbi izračunamo, da je površinska napetost milnice 0,02 N/m.

Določimo še površinsko napetost čiste vodovodne vode. Ker voda ne oblikuje obstojne opne, zgornje priprave ne moremo uporabiti. Naredimo si kovinski obroček in ga prek tehtnice previdno dvigujmo iz vode. Izmerimo silo, s katero je treba vleči obroček, tik preden se odtrga od površja (slika 5.8). Izračunamo, da je površinska napetost čiste vodovodne vode 0,07 N/m.

Podatke o površinski napetosti drugih kapljevin najdemo v tabelah. Z veliko površinsko napetostjo se odlikujejo tekoče kovine, npr. živo srebro, katerega površinska napetost je okoli 0,46 N/m.

Poskus z milnim mehurčkom pokaže, da je v mehurčku tlak večji kakor zunaj. Površinske sile vlečejo milnično opno skupaj in s tem stiskajo zrak. Do ravnovesja pride, ko povečani tlak uravnovesi površinske sile. Če pozorno opazujemo milni mehurček, lahko vidimo, da zrak iz mehurčka uhaja hitreje, ko je radij manjši. To kaže, da je tedaj tlak v mehurčku večji. O tem se lahko prepričamo še tako, da velik in majhen mehurček povežemo. Večji tedaj raste, manjši pa se še manjša.

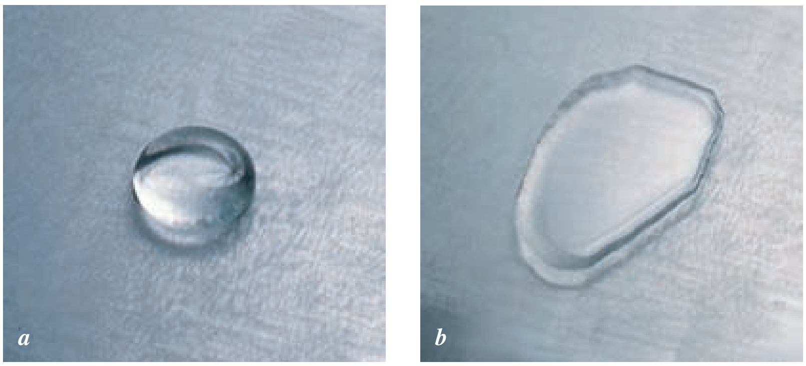


Tlak v mehurčku lahko tudi izračunamo. Predstavljajmo si, da je mehurček prerezan z ravnino, ki gre skozi njegovo središče. Opazujmo eno od polovic. Površinske sile druge polovice jo vlečejo k sebi po obeh robovih, kar dá skupno silo $F = 2 \cdot 2\pi r \cdot \gamma$. To silo uravnoveša tlak, ki potiska opno stran. Tlačne sile delujejo povsod pravokotno na steno mehurčka, zato se deloma uravnovesijo. Rezultanta je enaka produktu tlaka in ploščine preseka mehurčka $F = \pi r^2 \Delta p$. Ko izenačimo obe sili, izračunamo, da je tlak v mehurčku za

$$\Delta p = \frac{4\gamma}{r}$$

večji kakor zunaj. Vidimo, da je razlika obratno sorazmerna z radijem mehurčka.

Pojavov, povezanih s površinsko napetostjo, je še veliko. Zanimivi so zlasti pojavi na stiku kapljevin in trdnih površij (slika 5.9). Znano je npr., da voda čisto steklo omoči, zamaščenega pa ne. Če hočemo steklo očistiti, moramo vodi dodati detergent. Ta zmanjša površinsko napetost vode in omogoči močenje. Enako vlogo imajo detergenti za pranje perila, mila, šamponi …

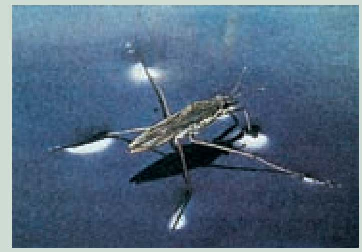


Slika 5.9 Kaplja čiste vode (a) in vode z dodatkom detergenta na povoščeni plošči (b).

Dejavnost Na zamaščeno ali povoščeno steklo kanite kapljo vode. Nato ji dodajte še kapljico detergenta. Opazujte, kaj se zgodi.

Vodni drsalci

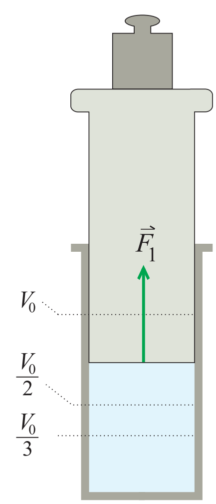
Zaradi površinske napetosti se površje vode pod nogami vodnih drsalcev le nekoliko upogne. Nekateri vodni drsalci lahko tekajo celo po vodni gladini hitro tekočih voda.



PLINI

Iz izkušenj vemo, da so plini stisljivi. Potem ko zrak, katerega zunanji tlak je 1 bar, s tlačilko stlačimo v zračnico kolesa, ima tlak 3 do 4 bare. Prostornina zraka se je močno zmanjšala, saj smo v zračnico pri vsakem potisku natlačili toliko zraka, kolikor prostornine ima tlačilka. Iz grobih podatkov o prostornini tlačilke, prostornini zračnice in tlaku zraka v zračnici ter v okolju bi težko izluščili kako zakonitost. Lotiti se moramo poskusa.

Bat injekcijske brizge do konca izvlečemo in brizgo neprodušno zapremo (slika 5.10). Tako ostane v brizgi zaprt zrak s prostornino V_0 pri tlaku okoliškega zraka $p_0 = 1$ bar. Bat je v ravnovesju, saj nanj od znotraj in od zunaj pritiska zrak z enakim tlakom.



Slika 5.10 Injekcijska brizga, na katero položimo utež.

Nato na bat položimo utež, katere teža je enaka sili zraka na bat. Pri našem poskusu smo imeli brizgo z batom, ki ima presek $S = 3\ \mathrm{cm}^2$, zato smo izbrali utež s težo

$$F = p_0 S = 30\ \mathrm{N}.$$

Zunanji zrak in utež pritiskata sedaj na bat od zunaj s skupno silo $F_1 = 2F = 60\ \mathrm{N}$. Vidimo, da se zrak pod batom pri tem stisne na polovico svoje začetne prostornine, to je na prostornino $V_1 = \frac{V_0}{2}$, nakar je bat spet v ravnovesju. Očitno je sila stisnjenega zraka na bat tedaj nasprotno enaka zunanji sili F_1. Iz enačbe

$$F_1 = p_1 S$$

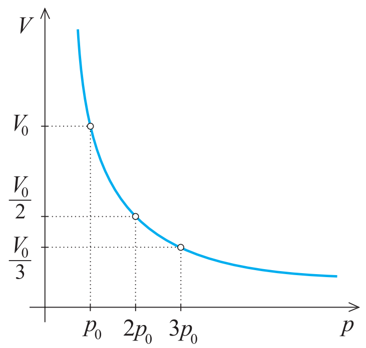
izračunamo, da je tlak v brizgi sedaj $p_1 = 2p_0 = 2$ bara. Poskus ponovimo še z utežjo za 90 N. Zrak v brizgi se stisne na tretjino prvotne prostornine, $V_2 = \frac{V_0}{3}$, in uravnovesi zunanjo silo s tlakom $p_2 = 3p_0 = 3$ bare. Iz tega lahko sklepamo, da je v vseh treh stanjih produkt tlaka in prostornine enak:

$$p_2 V_2 = p_1 V_1 = p_0 V_0 .$$

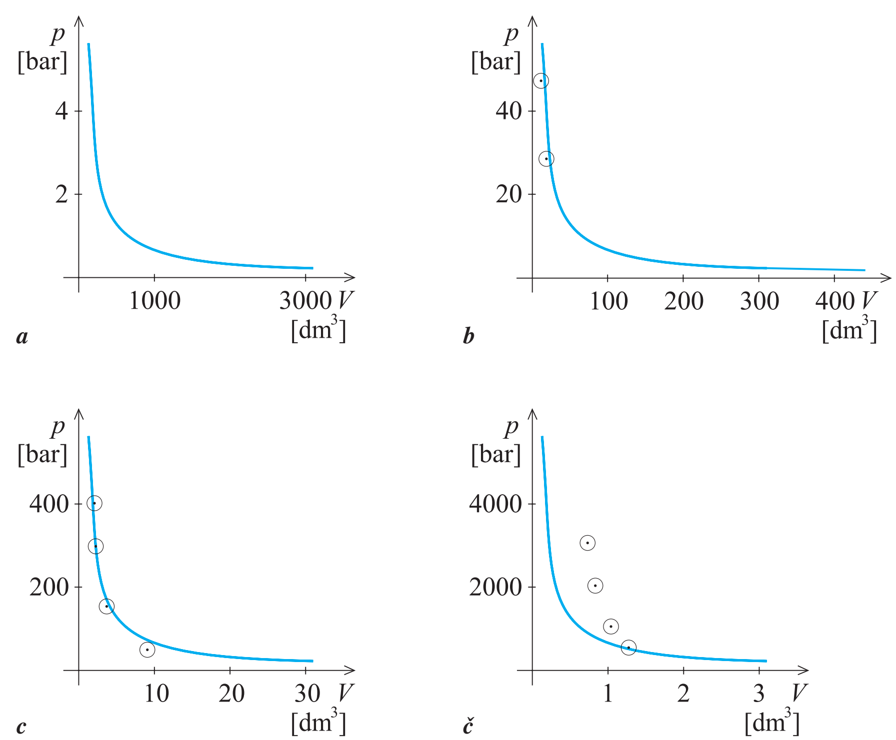
Tudi drugi, mnogo skrbnejši poskusi kažejo, da je pri spremembah v plinu produkt tlaka in prostornine konstanten:

$$pV = konst\,,$$

ali, drugače povedano: tlak in prostornina plina sta obratno sorazmerna. Odvisnost med tlakom in prostornino kaže slika 5.11.



Slika 5.11 *Odvisnost med tlakom in prostornino zraka v brizgi.*



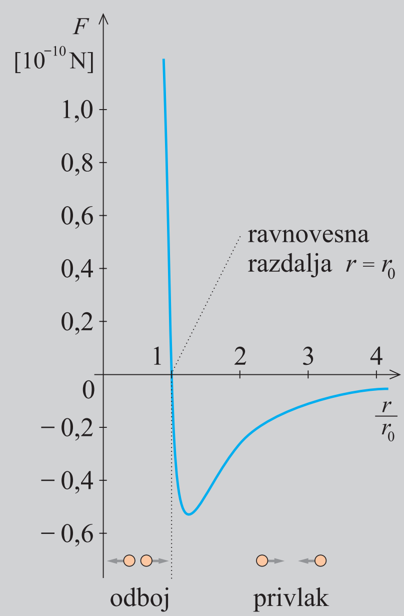
Slika 5.12 *Odvisnost med tlakom in prostornino pri tlaku nekaj barov (a), pri tlaku nekaj deset barov (b), pri tlaku nekaj sto barov (c) in pri tlaku nekaj tisoč barov (č).*

To zakonitost imenujemo **Boylov zakon**.Takoj pa mu moramo postaviti omejitve. Velja le, če je konstantna **temperatura** plina. Pa tudi v tem primeru ne velja brez omejitev. Če smo zadovoljni z natančnostjo nekaj odstotkov, lahko zakon uporabljamo do tlaka kakih 200 barov. Pri nadaljnjem povečevanju tlaka so razlike med napovedmi Boylovega zakona in razmerami v plinih vse večje. Pri tlaku blizu 1000 barov pa postane plin skoraj nestisljiv in Boylov zakon ni več uporaben. Omejitve veljavnosti zakonov niso nič novega, saj smo že pri Hookovem zakonu videli, da velja le v omejenem obsegu.

Zvezo med tlakom in prostornino plinov v primerjavi z napovedmi Boylovega zakona razberemo z grafov na sliki 5.12. Pri tlaku nekaj deset barov je prostornina plina nekaj manjša od tiste, ki bi jo pričakovali po Boylovem zakonu, pri tlaku, večjem od nekaj sto barov, pa vse večja. Pravimo, da ima plin v območju, kjer velja Boylov zakon, lastnosti **idealnega plina**.

Mikroskopična razlaga lastnosti snovi

Pojavi v snoveh pod vplivom sil so posledica različne zgradbe snovi. V nadaljevanju se bomo omejili na snovi, o katerih si lahko predstavljamo, da so sestavljene iz preprostih molekul oz. neposredno iz atomov.



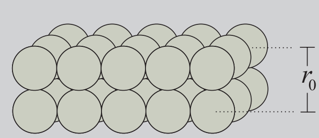
Lastnosti snovi kažejo, da se atomi oz. molekule privlačijo, če so daleč narazen, in da se odbijajo, če so tesno skupaj. Potek sile med dvema atomoma podrobneje kaže graf na sliki.

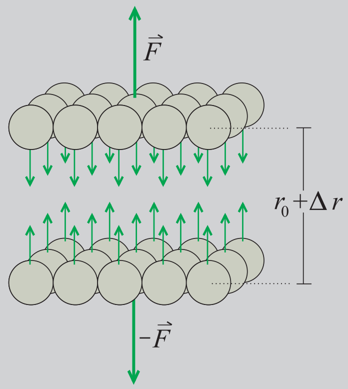
Sila med atomoma je nič, ko je razdalja med njunima središčema približno enaka premeru atoma. To je **ravnovesna razdalja**, v kateri so atomi v trdnih snoveh ali kapljevinah. Če se razdalja zaradi nihanja atomov ali zaradi zunanjih vzrokov zmanjša, se med atomoma pojavi odbojna sila, če pa se razdalja poveča, se pojavi privlačna sila. Na grafu so odbojne sile pozitivne, privlačne pa negativne. S tem hočemo poudariti, da silijo atome v ravnovesno stanje. V okolici ravnovesnega stanja je sila po velikosti sorazmerna z odmikom – velja **Hookov zakon**:

$$F = k\Delta r\,.$$

Pri zmanjševanju razdalje postaja odbojna sila vse večja in vse hitreje narašča. Pri povečevanju razdalje pa privlačna sila narašča vse počasneje do maksimalne vrednosti pri razdalji, ki je kakih 10 % večja od ravnovesne, nakar začne padati in postane v razdalji nekaj premerov atoma zanemarljiva.

V trdnih snoveh in kapljevinah so atomi oziroma molekule v povprečju v ravnovesnih razdaljah. Sila med njimi je tedaj v povprečju enaka nič. Zaradi zunanjih sil pa se razdalja med atomi oziroma molekulami spremeni. Pojavijo se notranje sile, ki uravnovesijo zunanje. Poglejmo si podrobneje, kaj se dogaja v žici, ki jo napenja zunanja sila. Predstavljajmo si, da je žica sestavljena iz atomskih plasti, ki so pravokotne na os. Slika kaže dve taki plasti v ravnovesnem stanju. Ko žico napnemo, vlečeta sosednja dela žice opazovani plasti





narazen. V enakem razmerju, kot se podaljša žica, se zato poveča medsebojna razdalja med ravninama atomov. Med njima se pojavijo privlačne sile, ki uravnovesijo zunanjo silo. To ponazarja slika.

S potekom sile med atomoma lahko pojasnimo obnašanje žice le do meje prožnosti. Za nadaljnje obnašanje žice pa ni več pomembno, kolikšne so sile med gradniki. Pomembnejše so nepravilnosti v zgradbi žice, npr. nepravilnosti v kristalni zgradbi kovinske žice ali drobne razpoke na površju steklene nitke.

Pojasnimo si še lastnosti plinov.

V območju tlakov, kjer velja Boylov zakon, so molekule toliko narazen, da ne čutijo medsebojnih sil. Sile v plinu, npr. sile na stene posode, si predstavljamo kot posledico trkov molekul. Ko se pri stiskanju plina zmanjšuje povprečna razdalja med molekulami, do izraza najprej pridejo privlačne sile. Pri tlaku nekaj deset barov je zato prostornina plina nekaj manjša, kakor bi pričakovali (slika 5.12 b). Pri nadaljnjem stiskanju pride do izraza odbojnost med molekulami, zato je plin vse manj stisljiv (slika 5.12 c in č).

Privlačne sile med molekulami so tudi vzrok za površinsko napetost. V tanki plasti na gladini so molekule v povprečju bolj narazen kakor v notranjosti kapljevine. Med njimi zato prevladujejo privlačne sile, ki napenjajo površje.

? Kako bi pojasnili majhno stisljivost kapljevin?

Za konec še nekaj misli, ki jih je o naši sliki snovi v svojem učbeniku Fizika za razmišljujoče (Physics for the Inquiring Mind) zapisal Eric M. Rogers:

V splošnem ne smemo verjeti, da slika, ki si jo ustvarimo o svetu, ustreza realnosti. Mnogi znanstveniki pravijo, da je to preprosto le model, ki deluje. Lahko je videti, da je slika atomske strukture le model: nevidne atome obravnava v jeziku velikih teles in velikih sil, ki jih lahko čutimo, kakor sta npr. teža ali privlak med magneti. Pravzaprav ne vemo, kakšen je atom v resnici, lahko le govorimo, da se vede kot … Lahko pričakujemo, da bomo po nizu odkritij od mikroskopa prek elektronskega in ionskega mikroskopa na koncu le videli atom, ne njegovega modela. Vendar je vsako videnje v mikrosvetu, kakorkoli že je prepričljivo, zelo posredno: slike pojasnjujemo v okviru modelov, ki nas vodijo pri uporabi naprav. V pogovornem jeziku veselo rečemo: »Sedaj vemo, kakšni so atomi, kako so zloženi skupaj in kako se gibljejo«, v resnem strokovnem pogovoru pa večina znanstvenikov pravi: »Pokazali smo, da naš model dobro deluje, z merjenji smo potrdili nekaj napovedi.« Na neki način uporabljamo modele pri skoraj vsakem razmišljanju: atomi, molekule, polja, idealne vzmeti … so sami modeli.

VPRAŠANJA

1. Kako deluje stenj?

2. Katere sile delujejo na aluminijasto folijo, ki plava na površju vode?

NALOGE

1. Pri natezanju bakrene žice s presekom 4,0 mm^2 je deformacija plastična, ko uporabimo silo, večjo od 320 N. Kolikšna je meja prožnosti za baker?

Odgovor: $8{,}0 \cdot 10^7\ N/m^2$

2. Sila 100 N povzroči, da se žica, dolga 5,0 m in s presekom 2,5 mm^2, podaljša za 1,0 mm. Kolikšna je natezna napetost v žici? Izračunajte prožnostni modul žice.

Odgovor: $4{,}0 \cdot 10^7\ N/m^2$
$2{,}0 \cdot 10^{11}\ N/m^2$

3. Meja prožnosti za kaljeno jeklo je $57{,}2 \cdot 10^7\ N/m^2$. Ali je deformacija prožna, če žico, dolgo 3,00 m in s presekom 1,20 mm^2, obremenimo tako, da se raztegne za 8,0 mm? Kolikšna sila lahko povzroči ta raztezek? Prožnostni modul je $19{,}6 \cdot 10^{10}\ N/m^2$.

Odgovor: $6{,}3 \cdot 10^2$ N

4. Žica s polmerom 1,0 mm se pretrga, če nanjo obesimo utež za 2,7 kg. Največ koliko lahko tehta utež, ki jo obesimo na žico s polmerom 2,2 mm iz iste snovi, a se žica ne pretrga?

Odgovor: 13 kg

5. Kolikšen mora biti tlak, da se gostota vode pri 4° C poveča od 1,0000 g/cm^3 na 1,0010 g/cm^3? Stisljivost vode je $5 \cdot 10^{-10}\ m^2/N$.

Odgovor: 20 bar

6. V navpičnem valju z osnovno ploskvijo 40 cm^2 je bat, ki zapira 60 cm visok stolpec zraka. Tlak zraka v okolici in v valju je enak normalnemu tlaku. Za koliko se premakne bat, če nanj postavimo utež z maso 1 kg? Teža bata je zanemarljiva, temperatura zraka se ne spreminja.

Odgovor: 14 mm

7. V valjasti posodi s polmerom 3,5 cm, ki jo zapira premični bat, je 60 cm dolg stolpec zraka pri normalnem zračnem tlaku. S kolikšno silo moramo zadrževati bat v cevi, če ga potisnemo 38 cm globoko v cev in počakamo, da je temperatura spet taka kot na začetku?

Odgovor: 670 N

8. V vodi je zračni mehurček. Ko je v globini 3 m, je njegova prostornina 5,0 mm^3. Kolikšna je prostornina mehurčka, ko se dvigne na površje vode? Zračni tlak je normalen, temperatura je stalna.

Odgovor: 6,5 mm^3

9. Posodo, v kateri je 12,0 litrov plina pri tlaku 4,0 bar, povežemo s prazno posodo s prostornino 3,0 l. Kolikšen je končni tlak v obeh posodah? Temperatura je stalna.

Odgovor: 3,2 bar

10. Potapljaški zvon (to je valjasta posoda, ki je na spodnji strani odprta) s premerom 2 m in z višino 3 m potopimo v globino 30 m.

a) Kako visoko prodre voda v zvon, če predpostavljamo, da je temperatura na vseh globinah enaka?

b) Kolikšen mora biti tlak stisnjenega zraka, ki ga po cevi dovajamo v zvon, da vanj ne prodre tudi voda?

Odgovor: a) 2,25 m
b) 4 bar

11. V posodo s prostornino 3,0 litra tlačimo zrak s črpalko. Prostornina valja v črpalki je 0,50 litra. Kolikšen je tlak zraka v posodi po dvajsetih delovnih gibih bata v valju, če je bil na začetku 1 bar? Temperatura je stalna.

Odgovor: 4,3 bar

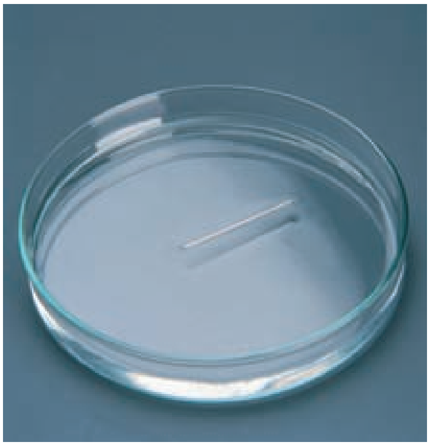
12. Iz posode s prostornino 3,0 litra izčrpavamo zrak. Prostornina valja črpalke je 0,50 litra. Kolikšen je tlak v posodi po petih delovnih gibih bata črpalke, če je bil na začetku zrak v posodi pri normalnem tlaku, temperatura pa je stalna?

Odgovor: $4{,}6 \cdot 10^4$ N/m^2

13. Pri merjenju površinske napetosti milnice pri 15° C obesimo na občutljivo vzmetno tehtnico krožno zanko s polmerom 12 cm in težo 0,20 N. Tik preden se zanka odtrga od površja milnice, pokaže vzmetna tehtnica silo 0,23 N. Kolikšna je površinska napetost milnice?

Odgovor: 0,02 N/m

14. Šivanka tehta 0,1 g in je dolga 3,5 cm. Ocenite, ali lahko plava na vodi. Površinska napetost vode je 0,07 N m^{-1}.



Odgovor: Navpična sila površinske napetosti je največ okoli 5mN, kar pomeni, da šivanka lahko plava.

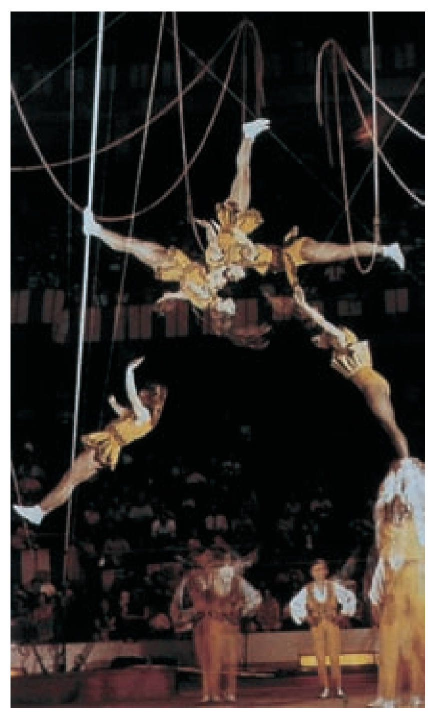
6. PREMO GIBANJE

Telesa se gibljejo, kadar spreminjajo svojo lego v prostoru. Gibanje je lahko zelo zapleteno – zamislimo si gibanje lista, ki odpade z drevesa in se počasi vrtinči proti tlom. Gibanje telesa podrobno poznamo tedaj, ko poznamo gibanje vsakega njegovega dela posebej.

Najprej se bomo zanimali za preprosta gibanja, npr. za gibanje gredi prednjega kolesa na biciklu ali za gibanje kakega dela njegovega ogrodja ipd. Če opazujemo na razdaljah, ki so velike v primerjavi z razsežnostjo teles, nam taki podatki povsem zadoščajo. Telo lahko tedaj predstavimo kot **točko** (slika 6.1).

Slika 6.1 *Slovenska smer v južni steni Lhotseja.*

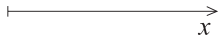
Od točk v telesu se najpreprosteje giblje težišče. O tem se lahko prepričamo, ko opazujemo gibanje lepenkastega trikotnika ali pravokotnika, ki ga vržemo v zrak. Kasneje bomo spoznali, da za gibanje težišča veljajo enaki zakoni kakor za gibanje točkastih teles. Ko telesa predstavimo s točkami, imamo pogosto v mislih prav njihovo težišče (slika 6.2).



Slika 6.2 *Težišče akrobata se giblje po paraboli, medtem ko je gibanje posameznih delov telesa lahko zelo zapleteno.*

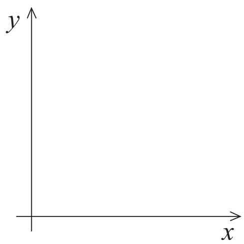
LEGA IN ČAS

Lego avta na cesti opredelimo, ko povemo, v kolikšni razdalji in v kateri smeri od izbranega kraja se nahaja. Z izbranim krajem in z izbiro smeri opredelimo **opazovalni sistem**.



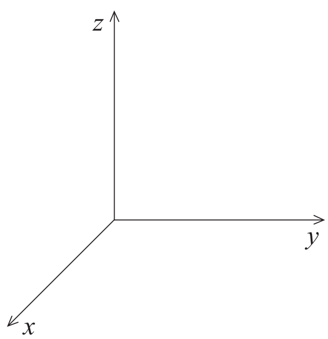
Slika 6.3 *Opazovalni sistem na premici.*

Najprej izberemo **ničelno točko, izhodišče,** in se odločimo za pozitivno smer (slika 6.3). Razdalje od izhodišča oziroma koordinate za točke v tej smeri so pozitivne, na drugi strani pa negativne. Opazovalni sistem na premici nas spominja na številsko premico relativnih števil.



Slika 6.4 *Opazovalni sistem v ravnini.*

Lego telesa v ravnini običajno opredelimo v pravokotnem koordinatnem sistemu (slika 6.4) – za to potrebujemo dva podatka: razdaljo od osi x in razdaljo od osi y.



Slika 6.5 *Opazovalni sistem v prostoru.*

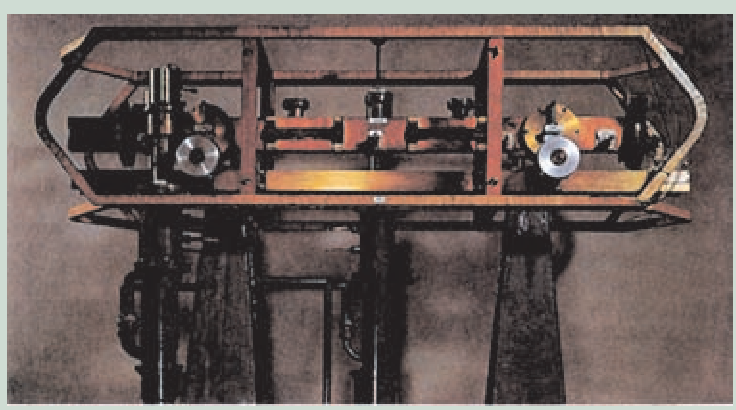
Lego telesa v prostoru opredelimo v pravokotnem koordinatnem sistemu v prostoru, za kar potrebujemo tri podatke: razdaljo od ravnine xy, razdaljo od ravnine xz in razdaljo od ravnine yz (slika 6.5).

Dejavnost Na mizo postavite nekaj predmetov in opredelite njihovo lego v koordinatnem sistemu, ki ima izhodišče v vogalu mize in osi vzdolž robov. Opredelite lego svetilke, ki visi s stropa v sobi. Izhodišče koordinatnega sistema postavite v oglišče sobe in usmerite osi vzdolž robov.

Ko se telo giblje, se njegova lega spreminja. Če jo hočemo spremljati, si moramo priskrbeti še **uro**, najbolje **štoparico**, ki omogoči, da lego telesa opredelimo v **času**. Domenimo se, da štejemo čas od trenutka, ko sprožimo uro; tedaj je za naše opazovanje čas nič.

Čas je nova fizikalna količina. Na tek časa nas opozarja bitje srca, menjavanje dnevov in noči, menjavanje letnih časov, rast in staranje. Pretečeni čas nam merijo **ure**. V njih se ponavljajo periodični

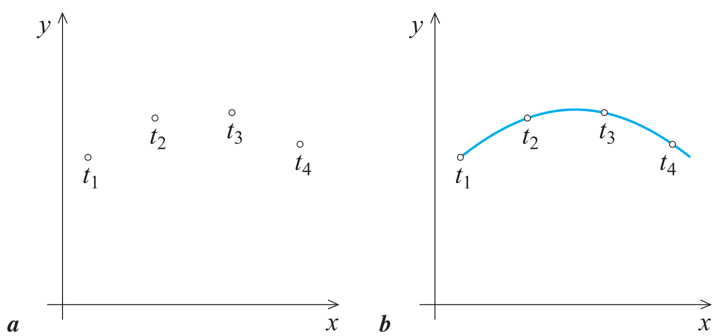
Prva cezijeva atomska ura je bila izdelana v Angliji. Bila je točna do sekunde v sto letih. Sodobne ure so še točnejše.



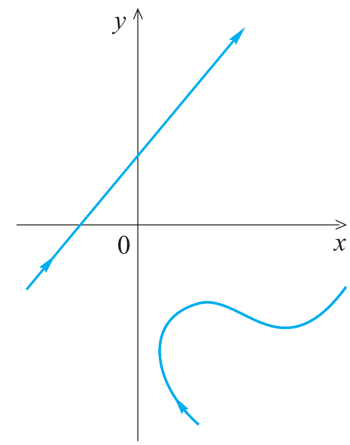
pojavi z znanim trajanjem. V mehaničnih urah nihajo nihala, v elektronskih pa drobni kristali kremena ali podobnih snovi. Mehanizmi v mehaničnih urah in elektronska vezja v elektronskih štejejo nihaje in kažejo ure, minute in sekunde. Štoparice kažejo čas, ki preteče od trenutka, ko uro sprožimo, do trenutka, ko jo ustavimo. Osnovna enota za čas je **sekunda**. To je tudi ena od osnovnih enot mednarodnega merskega sistema. Prvotno je bila izbrana kot 86400-ti del povprečnega sončnega dneva, to je povprečnega časa med dvema zaporednima poldnevoma ali polnočema v izbranem letu. Ko so spoznali, da se povprečni sončni dan počasi daljša, so iskali bolj periodične pojave in nazadnje izrazili sekundo kot večkratnik nihajnega časa **atomske ure**, ki jo uravnavajo atomi cezija 134.

? Kako so nastajale ure? Kako so merili čas v antiki in kako v srednjem veku?

Slika 6.6 a kaže zaporedne lege telesa pri gibanju po ravnini. Pri vsaki legi je naveden podatek o času v tistem trenutku. Označene lege lahko povežemo med seboj v gladko **pot**, saj sklepamo, da je telo v času med dvema opazovanjema nekje med sosednjima legama (slika 6.6 b).



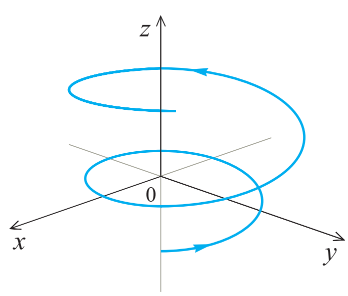
***Slika 6.6** Lege telesa ob časih 0 < $t_1 < t_2 < t_3 <$ … (a) povežemo v sklenjeno pot (b).*



***Slika 6.7** Pot telesa pri premem oziroma pri krivem gibanju po ravnini.*

Glede na pot ločimo gibanja v **prema** in **kriva**. Slika 6.7 kaže pot telesa pri premem oziroma pri krivem gibanju po ravnini, slika 6.8 pa pot telesa pri krivem gibanju v prostoru.

? Katera prema in katera kriva gibanja poznate?

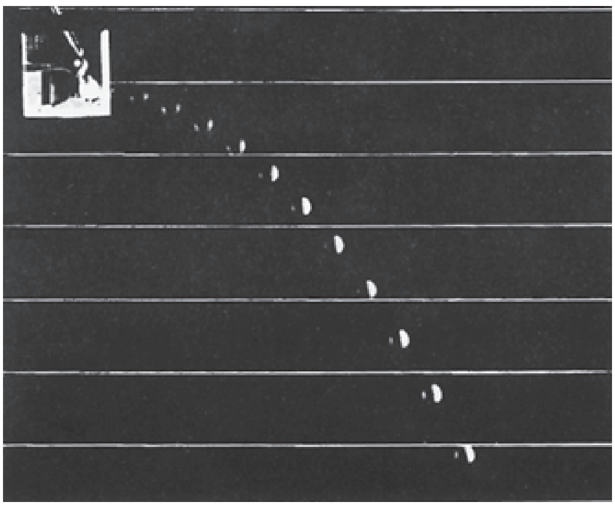


***Slika 6.8** Pot telesa pri krivem gibanju po prostoru.*

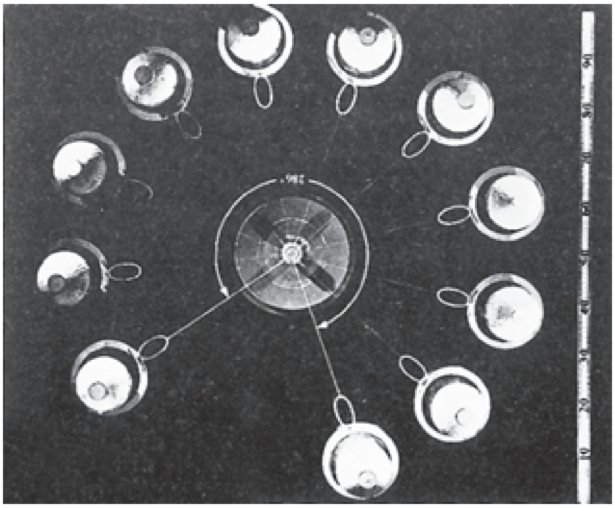
V učbenikih pogosto najdemo fotografije, ki kažejo zaporedne posnetke gibajočih se teles. Nekaj takih fotografij je na slikah 6.9–6.12. Nekatere so dobili tako, da so v temi osvetljevali telo s kratkimi svetlobnimi bliski in ga fotografirali pri odprtem zaklopu fotoaparata. Druge so posneli s filmsko kamero na mirujoč film.

Namesto da bi telo osvetljevali, ga lahko opremimo z lučjo. Na fotografiji, ki je bila posneta pri odprtem zaklopu fotoaparata, je svetla sled, ki kaže pot označenega dela telesa (slika 6.13). Za opazovanje zelo hitrih gibanj uporabljajo filmske kamere, ki zmorejo do nekaj tisoč posnetkov v sekundi.

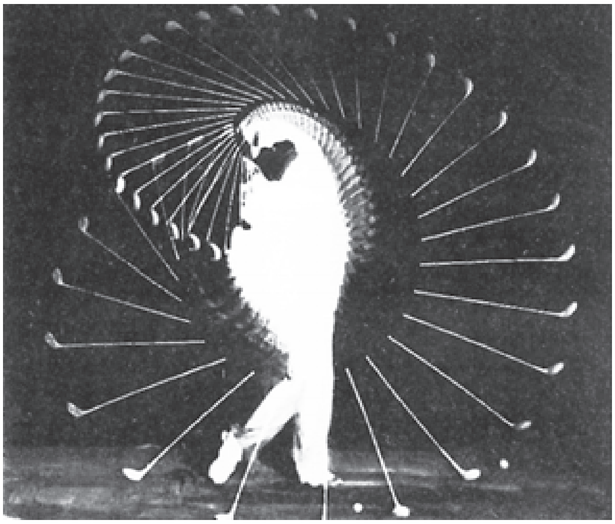
Dejavnost Na podlagi fotografije, ki kaže gibanje francoskega ključa, skicirajte poti luknjice za obešanje, glave ključa in težišča, ki je označeno s črno piko. Kaj opazite?



Slika 6.9 *Fotografija kroglice, ki so jo vrgli v vodoravni smeri.*

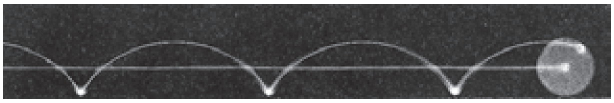


Slika 6.10 *Fotografija krožeče plošče. Med posnetki je preteklo po 0,42 s.*



Slika 6.11 *Potek udarca pri golfu je bil posnet s kamero s 100 posnetki na sekundo.*

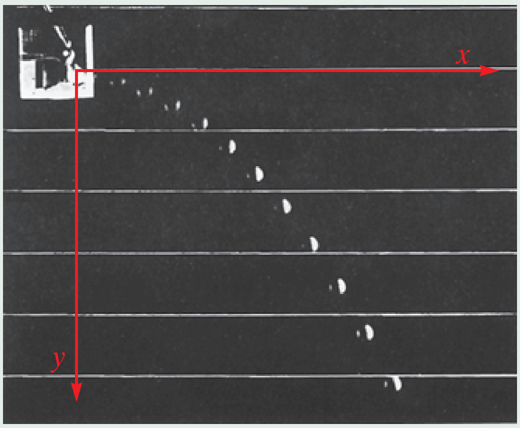
Slika 6.12 *Fotografija francoskega ključa, ki drsi po gladki mizi. Opravljeno je bilo 30 posnetkov v sekundi.*



Slika 6.13 *Pot gredi in točke na obodu kolesa, ki se kotali.*

Zgled

Posnetke analiziramo in pokažemo, kako se koordinate teles spreminjajo s časom. Za zgled vzemimo posnetek kroglice, ki so jo vrgli v vodoravni smeri.



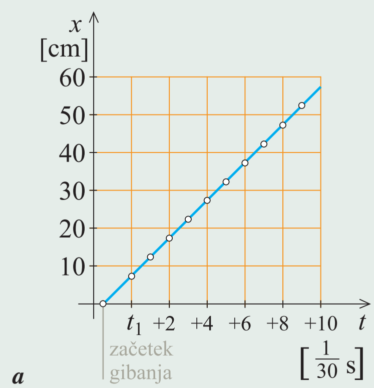
Slika 6.14 *Posnetki kroglice, ki so jo vrgli v vodoravni smeri, s koordinatnim sistemom.*

Kroglico je osvetljevalo 30 bliskov na sekundo. Merilo razberemo iz razmika vodoravnih črt, ki so bile 15 cm narazen.

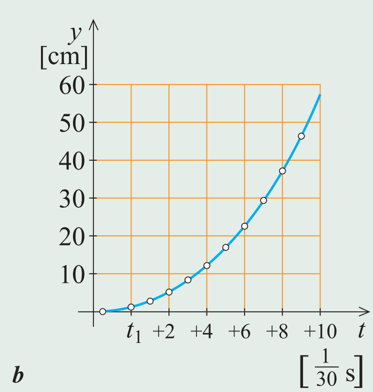
Najprej si izberimo koordinatni sistem. Izhodišče postavimo v sredo mirujoče kroglice v izstrelišču. Os x usmerimo v vodoravni smeri, os y pa navpično navzdol (slika 6.14). Merilo si izberemo po merilu na sliki, kjer so vodoravne črte 15 cm oddaljene druga od druge. S slike odberemo koordinate središča kroglice in jih po vrsti vnesemo v tabelo. Glede časa smo v dvomih, saj ne vemo natančno, v katerem trenutku so izstrelili kroglico. Vemo le, da si posnetki od drugega naprej sledijo v časovnih intervalih po $^1/_{30}$ s. Vzemimo, da je v začetku kroglica v izhodišču in da je drugi posnetek nastal ob neznanem času t_1, ki ga bomo določili kasneje.

Tabela z izmerki

Čas	Koordinata x [cm]	Koordinata y [cm]
0	0	0
t_1	7,3	1,2
$t_1 + {}^1/_{30}$ s	12,2	2,8
t_1 + 2($^1/_{30}$ s)	17,4	5,3
t_1 + 3($^1/_{30}$ s)	22,3	8,5
t_1 + 4($^1/_{30}$ s)	27,2	13,0
t_1 + 5($^1/_{30}$ s)	32,0	17,8
t_1 + 6($^1/_{30}$ s)	37,3	23,5
t_1 + 7($^1/_{30}$ s)	43,0	30,4
t_1 + 8($^1/_{30}$ s)	47,4	37,7
t_1 + 9($^1/_{30}$ s)	52,7	46,1



a



b

Slika 6.15 *Koordinata x v odvisnosti od časa (a), koordinata y v odvisnosti od časa (b).*

Izmerke prikažemo v grafih. Graf na sliki 6.15 a kaže koordinato x v odvisnosti od časa, graf na sliki 6.15 b pa koordinato y v odvisnosti od časa. S prvega grafa lahko razberemo, da je bila kroglica izstreljena $^{1,5}/_{30}$ s pred prvim prepoznavnim posnetkom gibajoče se kroglice. Od tega trenutka naprej je koordinata x sorazmerna s časom. Koordinata y takoj po izstrelitvi narašča počasi, nato pa vse hitreje. S krivulje težko prepoznamo pravo časovno odvisnost. Kasneje bomo spoznali, da je odvisnost kvadratična.

Dejavnost Organizirajte tek na 100 ali 200 m. Določite lego tekača v odvisnosti od časa. Najbolje je, da v razmikih po 10 ali 20 m postavite opazovalce – merilce časa. Vsi opazovalci hkrati sprožijo ure, vsak pa svojo uro ustavi v trenutku, ko steče tekač mimo njega. Lego v odvisnosti od časa prikažite v grafih za več tekačev.

Brnač

Priprava, ki jo za določevanje lege teles pri premem gibanju uporabljamo pri šolskih poskusih, je brnač. Na voziček ali kako drugo telo nalepimo papirnat trak, ki ga vleče telo za seboj, in ga napeljemo pod pero brnača. Pero udari po traku 50-krat na sekundo in ob vsakem udarcu pusti na traku sled, ki kaže, kje je bilo telo v tistem trenutku. Opazujte gibanje vozička po klancu ali gibanje viseče uteži s pomočjo brnača ter prikažite svoja merjenja v tabelah in grafih.

PREMIK IN HITROST PRI PREMEM GIBANJU

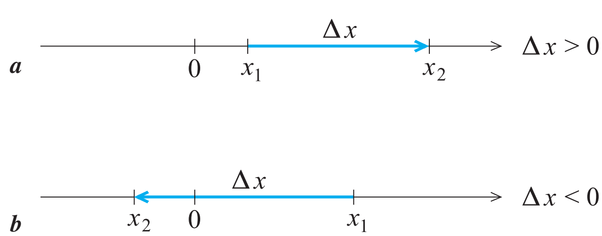
Potem ko smo spoznali nekaj možnosti za opazovanje gibanj in za pridobivanje merskih podatkov o njih, se lahko lotimo **premih** gibanj. O njih smo se učili že v osnovni šoli – spoznali smo osnovne količine, ki jih uporabljamo pri njihovi obravnavi.

Pri ponavljanju že znane snovi bomo pozorni zlasti na določanje lege telesa v opazovalnem sistemu na premici.

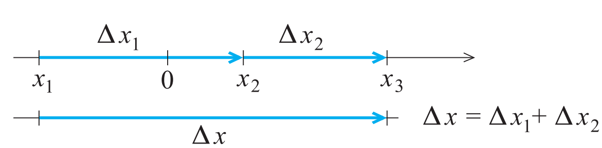
Opazujemo avto na ravni cesti ali voziček v laboratoriju. Vzemimo, da je v nekem trenutku, ob času t_1, vozilo v razdalji x_1, v trenutku pozneje, ob času t_2, pa v razdalji x_2 od izhodišča opazovalnega sistema. Med obema trenutkoma se vozilo **premakne** za

$$\Delta x = x_2 - x_1 \,.$$

Premik Δx je pozitiven, če se telo premakne v pozitivni smeri, in negativen, če se premakne v negativni smeri. Predstavimo ga z usmerjeno daljico, ki sega od začetne do končne lege (slika 6.16).



Slika 6.16 *Pozitivni (a) in negativni (b) premik.*



Slika 6.17 *Seštevanje premikov.*

Gibanje lahko predstavimo kot zaporedje premikov. Kar hitro vidimo, da lahko zaporedne premike seštevamo, saj lahko več zaporednih premikov nadomestimo z enim samim, ki sega od začetne do končne lege telesa (slika 6.17).

Velikost posameznega premika in skupno dolžino premikov, to je vsoto njihovih velikosti od začetka do konca opazovanja, pogosto imenujemo *pot, s*:

$$s = |\Delta x| .$$

Zgled

Avtomobilist se odpravi iz Ljubljane najprej v Celje in nato naprej v Maribor, nato pa se vrne po isti poti naravnost v Ljubljano. Kolikšni so njegovi premiki in kolikšna je opravljena pot? Razdalja med Ljubljano in Celjem je 63 km, med Celjem in Mariborom pa 50 km.

Čeprav je cesta med Ljubljano in Mariborom ovinkasta, si jo mislimo izravnano in obravnavamo gibanje avta kot premo. Izhodišče opazovalnega sistema postavimo v Ljubljano in usmerimo premico proti Mariboru. Celje je pri koordinati 63 km, Maribor pa pri koordinati 113 km. Na poti iz Ljubljane se avto premakne najprej za 63 km, nato pa še za 50 km. Skupni premik v eno smer je torej 113 km. Na poti iz Maribora v Ljubljano je premik avta –113 km. Skupni premik avtomobilista je vsota vseh treh premikov, to je nič. Avtomobilist opravi pri tem 226 km dolgo pot.

Seštevanje premikov spominja na seštevanje vektorjev na isti nosilki. Res imamo lahko premike za vektorje in uporabimo pri računanju z njimi enaka pravila, kakršna poznamo pri vektorjih. Sedaj te splošnosti še ne potrebujemo.

Čas, ki preteče med premikom telesa, $\Delta t = t_2 - t_1$, pove, kako hitro se telo premika. Krajši ko je čas, hitreje se telo giblje. Pravimo, da je večja hitrost telesa. Hitrost izračunamo tako, da delimo premik s pretečenim časom:

$$\text{hitrost} = \frac{\text{premik}}{\text{čas}}$$

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} .$$

Kakor premik je glede na izbrani koordinatni sistem tudi hitrost relativna količina: pozitivna je pri premikanju v pozitivni smeri, negativna pa pri premikanju v negativni smeri.

Zgled

Povrnimo se k prejšnjemu zgledu. Vzemimo, da traja vožnja iz Ljubljane v Celje 1,5 ure, iz Celja v Maribor 45 min, iz Maribora v Ljubljano na poti nazaj pa 2 uri. Hitrosti so take: na poti iz Ljubljane v Celje 42 km/h, na poti iz Celja v Maribor 67 km/h in na poti iz Maribora v Ljubljano –57 km/h.

? Hitrost lahko merimo tudi neposredno. Kako deluje merilnik hitrosti v avtomobilu? Kako pa deluje merilnik hitrosti, ki ga uporablja policija?

Vidimo, da je enota za hitrost kvocient med enotama za dolžino in za čas. Pri prejšnjem zgledu smo izrazili hitrosti v enoti **km/h – kilometer na uro**. V fiziki največ uporabljamo enoto **m/s – meter na sekundo**, ki je kvocient med osnovnima enotama za dolžino in čas.

Smer in s tem znak hitrosti sta pomembna, kadar ju izražamo v izbranem koordinatnem sistemu. V vsakdanji rabi hitrosti ne pripišemo znaka. Govorimo, da hodi človek s hitrostjo 4 km/h, kolesar vozi s hitrostjo 12 km/h, avto zmore hitrost 140 km/h. Rekli bomo, da je avtomobilist pot od Ljubljane do Celja prevozil s hitrostjo 42 km/h, pot od Celja do Maribora s hitrostjo 67 km/h, pot iz Maribora do Ljubljane pa s hitrostjo 57 km/h.

ENAKOMERNO PREMO GIBANJE

Gibanje je **enakomerno**, če je premik telesa sorazmeren s časom gibanja. Tedaj je hitrost

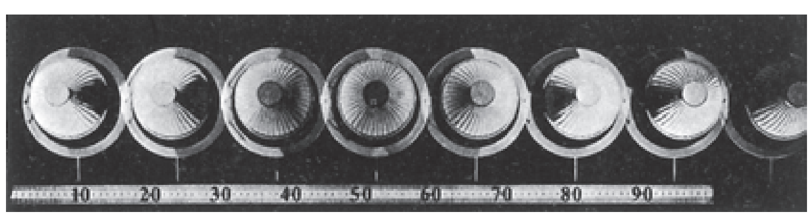
$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

konstantna.

Gibanja so le redkokdaj enakomerna. Vendar lahko gibanje obravnavamo kot enakomerno, če je bilo táko v času opazovanja.

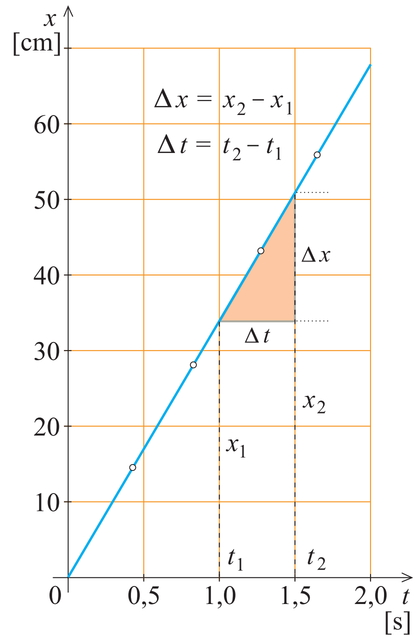
Slika 6.18 kaže zaporedne lege okrogle plošče, ki enakomerno drsi po vodoravni gladki podlagi. Lego plošče so posneli vsakih 0,42 s. Izmerimo lego središča plošče v opazovalnem sistemu, ki ima izhodišče v začetni legi plošče. Izmerke zberemo v tabeli.

t [s]	*x* [cm]
0	0
0,42	14
0,84	28
1,26	42
1,68	57
2,10	71



***Slika 6.18** Lege drseče plošče v razmikih po 0,42 s. Razsežnosti lahko presodimo po posnetku metrske palice.*

Slika 6.19 kaže še grafično predstavitev izmerkov. Izmerki, lege telesa v izbranih trenutkih, so nanizani vzdolž premice, ki poteka skozi izhodišče opazovalnega sistema. Z grafa lahko razberemo tudi lego telesa v trenutkih med zaporednimi merjenji, za katere nimamo neposrednih podatkov. Z grafa lahko razberemo premike v poljubnih časovnih intervalih in izračunamo ustrezne hitrosti.



Slika 6.19 Graf gibanja drseče plošče.

Zgled

Poglejmo, kje je telo 1 s in kje 1,5 s po tistem, ko smo ga začeli opazovati. Iz slike 6.19 preberemo, da je po 1 s oddaljeno od izhodišča za 33 cm, po 1,5 s pa za 50 cm. V 0,5 s se je torej premaknilo za 17 cm. Hitrost, ki jo ima pri premiku, je 34 cm/s.

Graf na sliki 6.19 je značilen za enakomerno gibanje, ki ga začnemo opazovati v trenutku, ko je telo v izhodišču opazovalnega sistema. Strmina grafa pove, kolikšna je hitrost telesa. Kvocient med premikom Δx in ustreznim časom Δt, ki določa hitrost, predstavlja namreč na grafu strmino premice oziroma njen smerni koeficient. Vidimo, da strmina ni odvisna od tega, kako velike premike in njim ustrezne čase vzamemo v račun.

Zapišimo še enačbo, ki povezuje lego središča plošče s časom. Po prejšnjem je to sorazmernost, v kateri je neodvisna spremenljivka čas, hitrost pa koeficient

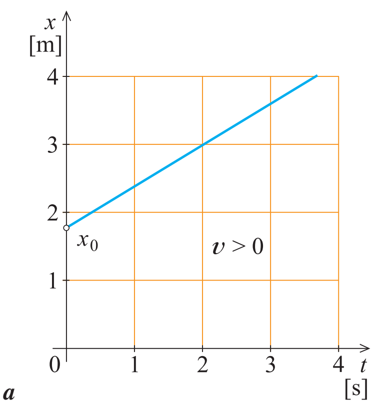
$$x = vt\,.$$

Tudi sliki 6.20 a in b kažeta grafa enakomernih gibanj, le da telo ob začetku opazovanja, ko sprožimo uro, ni v izhodišču opazovalnega sistema. V prvem primeru se telo giblje v pozitivni, v drugem pa v negativni smeri. Enačba je v obeh primerih **linearna**:

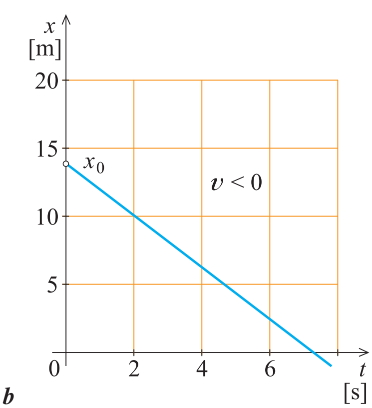
$$x = x_0 + vt\,;$$

x_0 je lega telesa ob začetku opazovanja, ob času $t_0 = 0$. Enačba pove, da dobimo lego telesa ob času t, če legi ob času $t_0 = 0$ prištejemo premik

$$\Delta x = v\Delta t = v(t - t_0) = vt\,.$$



a



b

***Slika 6.20** Graf enakomernega gibanja telesa, ki se giblje v pozitivni (a) oziroma v negativni smeri (b).*

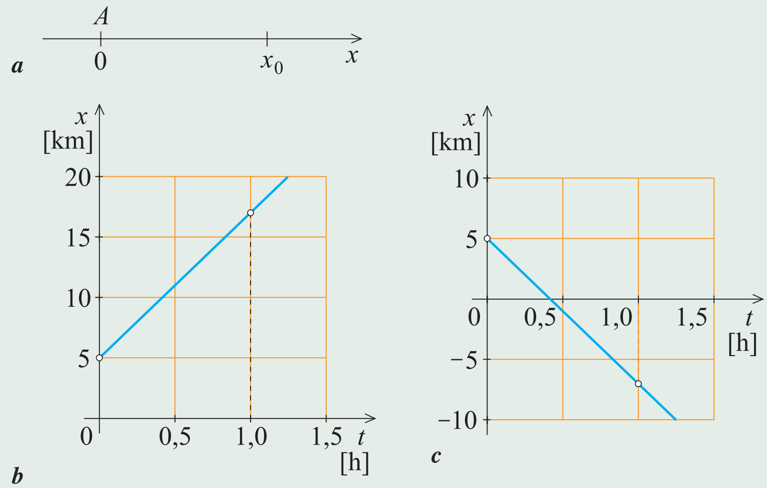
Zgledi

1. Kolesar je v trenutku, ko ga začnemo opazovati, od kraja A oddaljen 5 km. Ugotovimo, kje bo čez eno uro, če vozi s hitrostjo 12 km/h:

a) stran od kraja A,

b) proti kraju A.

Lego kolesarja obravnavamo v opazovalnem sistemu, ki ima izhodišče v kraju A in ga usmerimo proti trenutni legi kolesarja (slika 6.21 a).

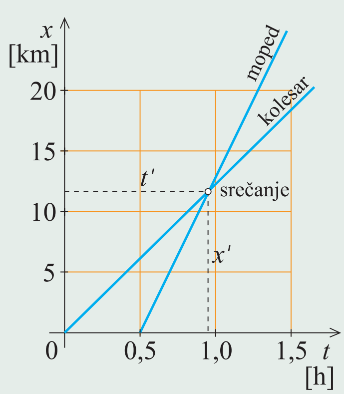


***Slika 6.21** Opazovalni sistem (a) in grafa gibanja kolesarja (b in c)*

Narišimo graf gibanja kolesarja za oba primera (sliki 6.21 b in c). Z grafa odberemo, da bo v primeru a kolesar pri koordinati 17 km, v primeru b pa pri koordinati –7 km. Rezultata dobimo tudi iz enačbe za lego, v katero postavimo za x_0 podatek 5 km, za hitrost pa 12 km/h oziroma –12 km/h.

2. Kolesar odpelje od doma s hitrostjo 12 km/h. Pol ure za njim pa v isto smer odpelje mopedist s hitrostjo 25 km/h. Kdaj in kje mopedist dohiti kolesarja?

Nalogo rešimo najprej grafično. Grafa gibanja kolesarja in mopedista kaže slika 6.22. Razdalje merimo od začetnega kraja, čas pa od trenutka, ko odpelje kolesar. Voznika se srečata, ko se njuna grafa sekata, to pomeni, da sta tedaj hkrati na istem kraju. S slike razberemo, da je to 58 min po odhodu kolesarja, in sicer 11,5 km od izhodišča.



***Slika 6.22** Grafa gibanja kolesarja in mopedista.*

Zapišimo še enačbi za lego teles. Enačba za kolesarja je

$$x = v_1 t\,,$$

za mopedista pa

$$x = v_2(t - t_2)\,,$$

če je t_2 čas, ob katerem odpelje mopedist. Vozili se srečata ob času t' na kraju x'. Tedaj mora biti

$$v_1 t' = v_2(t' - t_2)\,.$$

Iz tega izračunamo, da je

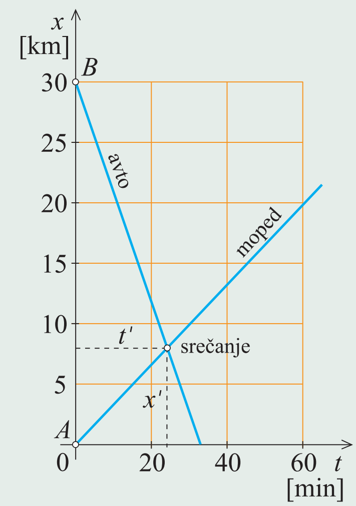
$$t' = \frac{v_2}{v_2 - v_1} t_2 = 58 \text{ min.}$$

To pomeni, da mopedist dohiti kolesarja 58 min po tistem, ko je kolesar speljal. V tem času je kolesar prikolesaril do razdalje

$$x' = v_1 t' = 11{,}5\ \text{km}$$

od izhodišča.

3. Mopedist in avtomobilist speljeta hkrati drug proti drugemu iz dveh krajev, ki sta drug od drugega oddaljena 30 km. Prvi vozi s hitrostjo 20 km/h, drugi pa s hitrostjo 55 km/h. Spet nas zanima, kdaj in kje se srečata.



Slika 6.23 *Grafa gibanja mopedista in avtomobilista.*

Dogodek bomo obravnavali v opazovalnem sistemu, ki ima izhodišče v kraju A, iz katerega odpelje mopedist. Kraj B je pri koordinati $x_B = 30$ km v pozitivni smeri od kraja A. V tem koordinatnem sistemu je hitrost mopedista, $v_1 = 20$ km/h, pozitivna, hitrost avtomobilista, $v_2 = 55$ km/h, pa negativna. Grafa gibanja vozil kaže slika 6.23. Z nje razberemo, da se voznika srečata 24 min po odhodu, in sicer 8 km od kraja A.

Enačba za lego mopedista je:

$$x = v_1 t$$

za lego avtomobilista pa

$$x = x_B - v_2 t\,.$$

Ob srečanju, ob času t', je

$$v_1 t' = x_B - v_2 t'\,.$$

Izračunamo, da je čas srečanja

$$t' = \frac{x_B}{v_1 + v_2} = 0{,}4\ \text{h} = 24\ \text{min}$$

po odhodu vozil. Kraj srečanja je pri

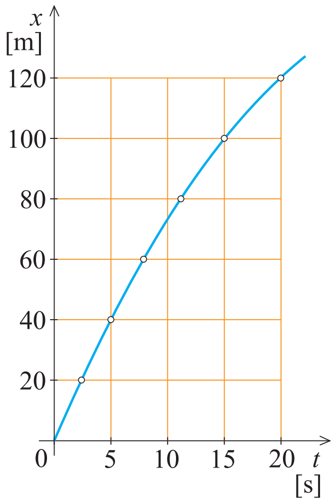
$$x' = v_1 t' = 8\ \text{km}\,.$$

Nalogo rešimo lahko tudi na manj formalen način. Sklepamo takole. Vsota poti, ki ju voznika naredita do srečanja, je enaka razdalji med krajema A in B. Od tod enačba

$$v_1 t' + v_2 t' = x_B\,,$$

iz katere takoj dobimo čas, ki je pretekel do srečanja.

SREDNJA IN TRENUTNA HITROST



Slika 6.24 *Graf gibanja tekača.*

Graf gibanja tekača na 120 m (slika 6.24) kaže lego tekača v odvisnosti od časa. Vidimo, da je graf v začetku strmejši kakor na koncu. Gibanje očitno ni enakomerno.

Poglejmo, kaj lahko povemo o tem gibanju in kaj lahko razberemo z izmerjenega grafa.

Nekaj pove o gibanju **srednja hitrost** v_s, ki jo izračunamo kot kvocient med pretečeno razdaljo Δx in porabljenim časom Δt:

$$v_s = \frac{\Delta x}{\Delta t}.$$

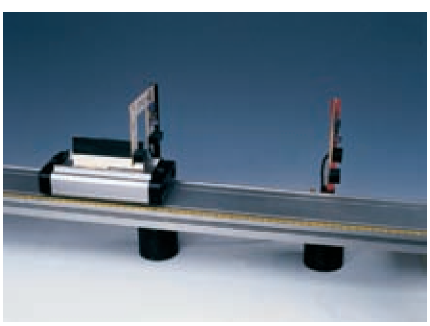
V našem primeru je srednja hitrost 6 m/s, saj porabi tekač za pot 120 m čas 20 s. Grafično pomeni srednja hitrost strmino daljice, ki povezuje začetno in končno točko na grafu.

Podobno kakor srednjo hitrost za ves tek lahko izračunamo hitrost za posamezne dele, npr. za začetni, za srednji ali za končni del.

Dejavnost Določite srednjo hitrost tekača na razdalji prvih 40 m, na razdalji med 40 m in 80 m in na razdalji zadnjih 40 m.

Tek lahko delimo še na manjše odseke in na vsakem določimo srednjo hitrost. Ali lahko povemo, kolikšna je hitrost tekača v izbranem trenutku?

Pot do odgovora ne bo težka. Izmeriti moramo le dovolj majhen premik in ga deliti s časom, ki preteče med tem premikom.



Slika 6.25 *Voziček na klancu s svetlobnimi vrati.*

Namesto tekača opazujemo voziček, ki ga spuščamo po klancu. Izberimo si točko, v kateri želimo določiti hitrost. V izbranih razdaljah od točke postavimo svetlobna vrata, ki vključijo oziroma izključijo uro v trenutku, ko jih preide zaslonka na vozičku (slika 6.25). Izmerimo razdaljo med vrati in čas, ki je potreben, da jo voziček prevozi. Pri naslednjih meritvah ožimo razdaljo med vrati, tako da ostane izbrana točka čim bolj na sredi. Pazimo le, da voziček spuščamo vedno z istega mesta. Vsakič izračunamo srednjo hitrost vozička. Nekaj meritev kaže spodnja tabela.

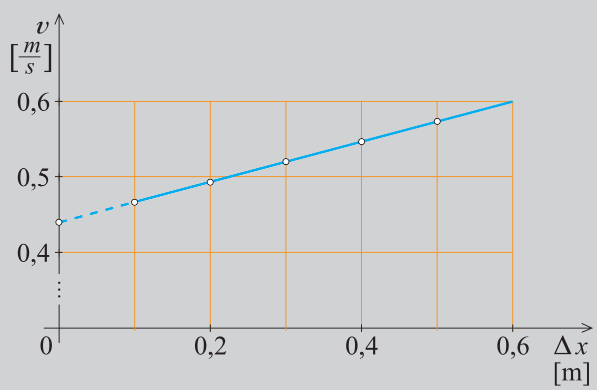
Širina odseka [m]	Čas [s]	Hitrost [m/s]
0,40	0,96	0,41
0,20	0,46	0,43
0,10	0,23	0,44
0,06	0,135	0,44

Vidimo, da potem, ko je razdalja med vrati dovolj majhna, zavzame srednja hitrost konstantno vrednost. Sklepamo, da bi tudi pri nadaljnjem oženju intervala ta vrednost ostala v okviru natančnosti nespremenjena. Dobljeno hitrost zato imenujemo **trenutno hitrost** in jo pripišemo telesu v točki sredi med vrati.

a) Postavimo sedaj ena svetlobna vrata v izbrano točko, druga pa nižje od prvih. Pri zaporednih meritvah druga vrata pomikamo proti prvim. Dobimo naslednje zaporedje izmerkov in izračunanih srednjih hitrosti:

Širina odseka [m]	**Čas [s]**	**Hitrost [m/s]**
0,50	0,88	0,57
0,40	0,73	0,54
0,30	0,57	0,52
0,20	0,41	0,49
0,10	0,21	0,47
0,06	0,13	0,47

Prikažimo srednje hitrosti v grafu v odvisnosti od širine intervala (slika 6.26). Vidimo, da srednja hitrost enakomerno pada. Pri intervalu s širino nič bi bila enaka 0,44 m/s. To je ravno trenutna hitrost v začetni točki intervala, ki smo jo z nekoliko drugačnim merjenjem dobili pri prejšnjem poskusu.



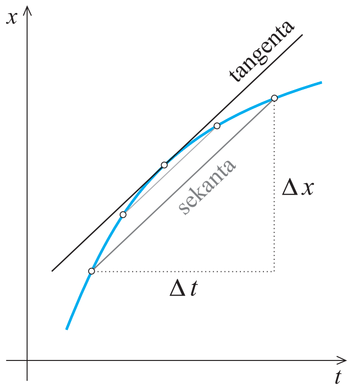
Slika 6.26 *Srednja hitrost v odvisnosti od širine odseka na klancu. Svetlobna vrata na zgornji meji so stalna, spodnja pa približujemo zgornjim.*

b) Trenutno hitrost telesa lahko poiščemo tudi tako, da merimo čas, ki ga potrebuje telo za prehod mimo enih svetlobnih vrat. Pri našem poskusu pritrdimo na voziček 4,0 cm dolgo zaslonko. Svetlobna vrata postavimo 2 cm nad izbrano točko. Tako je ura vključena od trenutka, ko je čelo zaslonke 2 cm pred izbrano točko, do trenutka, ko je čelo zaslonke 2 cm za izbrano točko. Merjenje je enakovredno merjenju z dvemi svetlobnimi vrati, ki so postavljena simetrično glede na izbrano točko v razdalji 4 cm. Izmerjeni čas je 0,089 s, kar dá hitrost 0,45 m/s. Dobljena vrednost se ujema s trenutnima hitrostma, ki smo ju določili v izbrani točki pri prejšnjih dveh merjenjih.

Zgornje izkušnje kažejo, da lahko hitrost v izbranem trenutku opredelimo kot mejno vrednost, ki se ji približuje kvocient

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t},$$

ko ožimo premik oziroma čas.



Slika 6.27 *Grafično je trenutna hitrost strmina tangente v izbrani točki.*

Čas [$\frac{1}{40}$ s]	Hitrost [m/s]
1	2,7
3	3,0
5	3,4
7	3,7
9	4,0
11	4,4

Poglejmo še, kako lahko trenutno hitrost razberemo z grafa gibanja. Srednja hitrost na intervalu okoli izbrane točke predstavlja strmino oziroma smerni koeficient sekante, ki povezuje krajišči odseka na grafu. Ko ožimo odsek, se sekanta vse bolj približuje tangenti na graf. Trenutna hitrost je tedaj smerni koeficient tangente na graf v izbrani točki (slika 6.27).

ENAKOMERNO POSPEŠENO PREMO GIBANJE

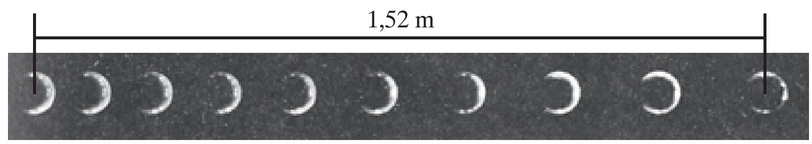
Med neenakomernimi gibanji je najbolj znano **enakomerno pospešeno gibanje**. Zanj je značilno, da se trenutna hitrost telesa enakomerno spreminja s časom. **Pospešek**, to je kvocient med spremembo hitrosti in časom, ki preteče med spremembo

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t},$$

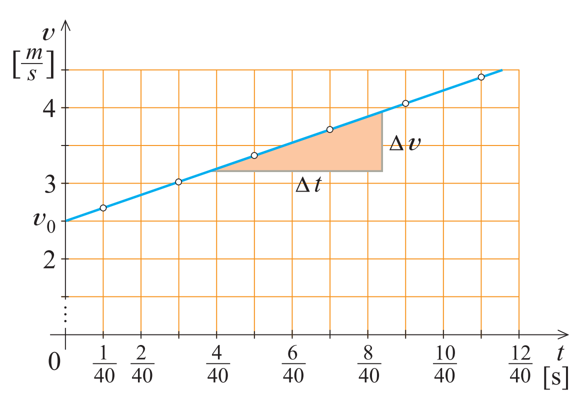
je konstanten.

Za zgled vzemimo telo, ki ga kaže slika 6.28. Lega telesa je zabeležena v časovnih razmikih po $^1/_{20}$ s. Z merilom ob sliki določimo premike telesa med dvema posnetkoma in izračunamo srednje hitrosti. Po prejšnjem sklepamo, da so izračunane hitrosti zelo blizu trenutnim hitrostim v sredini intervalov, to je ob časih $^1/_{40}$ s, $^3/_{40}$ s in tako naprej.

Rezultati so zbrani v tabeli, kaže pa jih tudi graf na sliki 6.29. Vidimo, da hitrost enakomerno narašča. Pospešek, $\frac{\Delta v}{\Delta t}$, prepoznamo kot strmino oziroma smerni koeficient premice na grafu. Odberemo, da je 7 m/s/s ali 7 m/s^2. To pomeni, da hitrost vsako sekundo naraste za 7 m/s.



Slika 6.28 *Zaporedni posnetki kroglice, ki se kotali po klancu. Med posameznimi posnetki je preteklo $^1/_{20}$ s.*



Slika 6.29 *Trenutna hitrost kroglice na klancu.*

Z grafa razberemo še, da je hitrost ob začetku opazovanja, v_0, enaka 2,5 m/s.

Hitrost ob kasnejšem času je linearna funkcija časa. Njen zapis

$$v = v_0 + at$$

povzema vse opisane značilnosti: ob začetku opazovanja je enaka v_0, potem pa enakomerno narašča s pospeškom a.

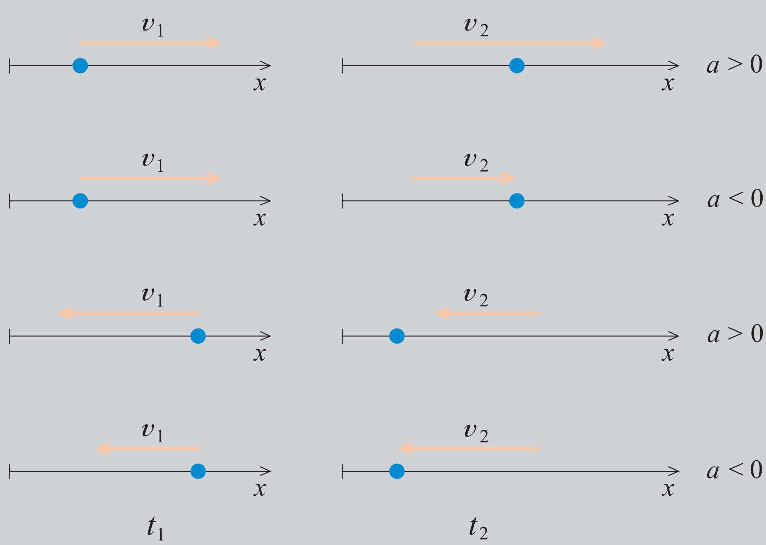
Zgornji poskus lahko ponovimo tudi sami. Z brnačem posnamemo lego vozička, ki ga spustimo po klancu. S traku, na katerem je lega zabeležena na vsake 0,02 s, odberemo lego v razmikih po 0,1 s in izračunamo premike vozička. Iz njih določimo srednje hitrosti, ki jih po prejšnjem enačimo s trenutnimi hitrostmi v sredini intervalov. Trenutne hitrosti vnesemo v graf v odvisnosti od časa in iz njega določimo še pospešek. Ker voziček v začetku miruje, je hitrost sorazmerna s časom:

$$v = at\,.$$

Pospešek je odvisen od strmine klanca. Strmejši ko je klanec, večji je pospešek vozička. Ko bi klanec dosegel 90 stopinj, bi voziček **prosto padel**.

Dopolnimo tabelo še z razlikami trenutnih hitrosti. Vidimo, da zraste hitrost med zaporednima izmerkoma za 0,3 oziroma 0,4 m/s. Razliko pripišemo napaki v odčitavanju lege, ki povzroči, da je izračunana hitrost v enem intervalu nekoliko prevelika, v naslednjem pa nekoliko premajhna. Povprečje razlik 0,35 m/s nam da za povprečni pospešek že znani rezultat 7 m/s^2. Ko smo na grafu izmerkom prilagodili »najboljšo premico«, smo hkrati na najhitrejši način povprečili izmerke.

Predznak pospeška je odvisen od smeri hitrosti in sprememb velikosti hitrosti. Za telo, ki se giblje v pozitivni smeri in mu hitrost narašča, velja, da je pospešek pozitiven. Za telo, ki se giblje v pozitivni smeri, hitrost pa se mu zmanjšuje, pa velja, da je pospešek negativen. Negativen je tudi pospešek telesa, ki se giblje v negativni smeri in mu hitrost narašča. Nasprotno pa je pospešek telesa, ki se giblje v negativni smeri, hitrost pa se mu zmanjšuje, pozitiven.

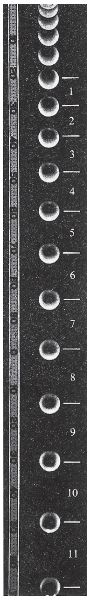


Dejavnost Prikažite vse štiri primere še v grafih $v(t)$.

Določimo še pospešek prosto padajočega telesa. Na posnetku na sliki 6.30 je lega kroglice prikazana v časovnih razmikih po $^1/_{30}$ s. Za vsak interval določimo hitrost, iz razlike zaporednih hitrosti pa pospešek. Poskus, pri katerem bi povsem odstranili vplive iz okolice, bi dal za pospešek pri prostem padanju značilno vrednost

$$\boldsymbol{g} = 9{,}81\ \mathrm{m/s^2}\,,$$

ki jo imenujmo tudi **težni pospešek**. Vsa telesa, ki jih ne ovira okolica, padajo v naših krajih s tem pospeškom. O tem se prepričamo, ko opazujemo padanje različnih teles v evakuirani cevi (slika 6.31). Težni pospešek se spreminja z geografsko širino. Na ekvatorju je nekaj manjši, na polih pa nekaj večji kakor pri nas.

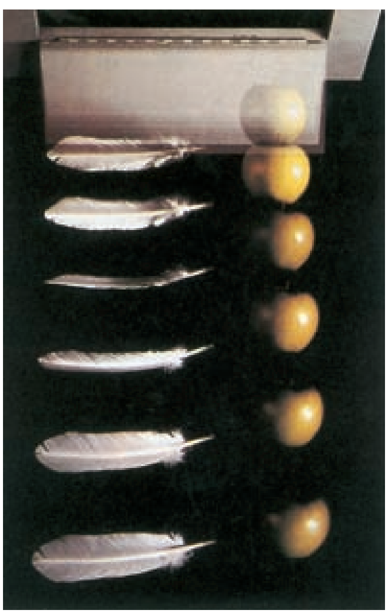


Slika 6.30 *Bliskovna fotografija padajoče kroglice.*

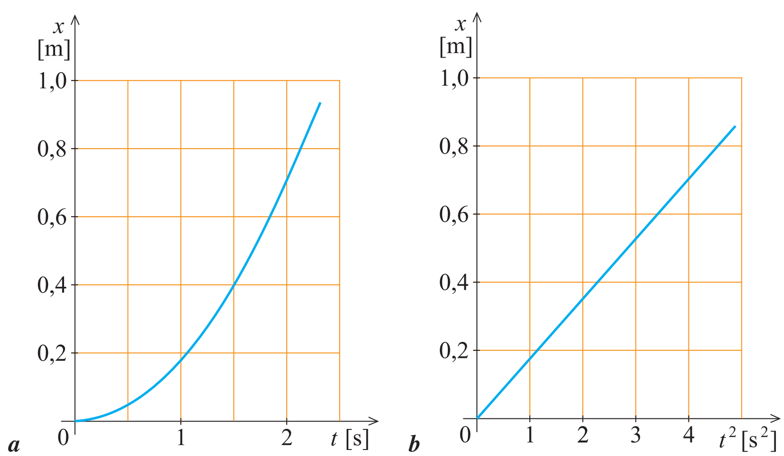
Poglejmo, kako se pri enakomerno pospešenem gibanju spreminja lega telesa.

Graf na sliki 6.32 a kaže lego sprva mirujočega vozička, ki ga spuščamo z vrha klanca. Lego določamo v koordinatnem sistemu, ki ima izhodišče vrh klanca in je usmerjen vzdolž klanca. Podatke smo dobili pri poskusu z brnačem.

Vidimo, da razdalja od izhodišča narašča sprva počasi, nato pa vse hitreje. Na sliki 6.32 b je linearizirani graf istega gibanja. Dobili smo ga tako, da smo lego vozička prikazali v odvisnosti od kvadrata časa. Graf kaže, da je premik vozička sorazmeren s kvadratom časa.



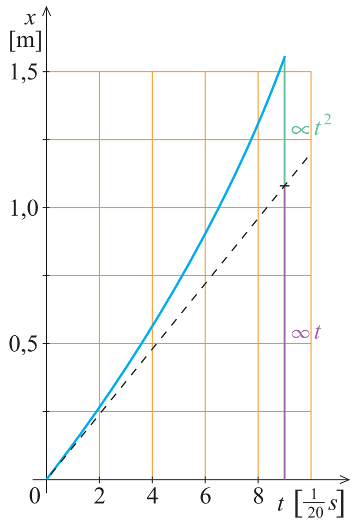
Slika 6.31 *Jabolko in ptičje pero se gibljeta v vakuumu z enakim pospeškom.*



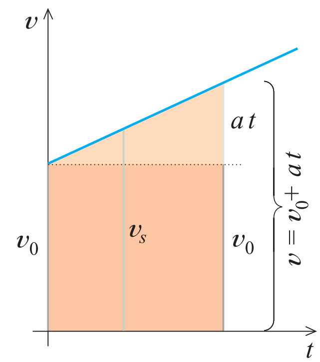
Slika 6.32 *Koordinata vozička pri gibanju po klancu v odvisnosti od časa (a) in od kvadrata časa (b)*

Če se telo že ob začetku opazovanja giblje, razmere niso tako preproste. Tak je primer gibanja na sliki 6.28. Lego središča kroglice v odvisnosti od časa, ki jo odberemo s posnetka, kaže graf na sliki 6.33. Slika tudi kaže, da lahko premik predstavimo z dvema prispevkoma: prvi narašča s časom linearno, drugi pa kvadratično.

Pri razlagi tega razcepa si pomagamo z grafom, ki kaže hitrost v odvisnosti od časa (slika 6.34). Vemo že, kako z grafa razberemo pospešek telesa, lahko pa razberemo tudi premik telesa v izbranem časovnem intervalu. Premik od začetka opazovanja do izbranega časa je namreč enak ploščini osenčenega trapeza, ki ga



Slika 6.33 *Graf gibanja telesa na sliki 6.28. Graf razcepimo na dva prispevka: prvi je sorazmeren s časom, drugi pa s kvadratom časa.*



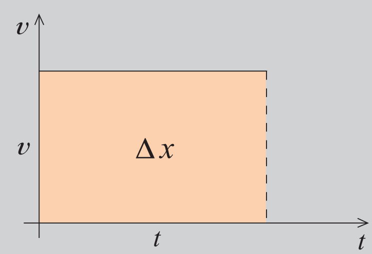
Slika 6.34 *Premik telesa je enak ploščini osenčenega lika.*

omejujejo graf hitrosti, hitrostna os, časovna os in ordinata pri končnem času.

Ploščina likov na ravnini, ki jo opredeljujeta koordinatni osi z dimenzijama hitrosti in časa, ima dimenzijo premikov oziroma poti, saj je npr. ploščina pravokotnika, ki ima za eno stranico hitrost v, za drugo pa čas t, enaka vt, kar prepoznamo kot premik. Premik telesa v izbranem časovnem intervalu je enak ploščini lika med grafom hitrosti, časovno osjo in ordinatama na začetku in koncu intervala. Pri enakomernem gibanju, kjer je hitrost grafično predstavljena s premico, ki je vzporedna s časovno osjo (slika 6.35), je premik od začetka opazovanja do izbranega časa enak ploščini označenega pravokotnika

$$\Delta x = vt\,,$$

kar že poznamo. Če je hitrost, tako kakor na sliki, pozitivna, je premik pozitiven, če je negativna (premica hitrosti je tedaj pod časovno osjo), pa negativen.



Slika 6.35 *Premik razberemo z grafa hitrosti kot ploščino.*

Trapez razdelimo na pravokotnik s stranicama v_0 in t ter na trikotnik s stranicama $v - v_0 = at$ in t. Ploščina trapeza in s tem premik telesa je tedaj

$$\Delta x = v_0 t + \frac{at^2}{2}\,.$$

Enačba pojasnjuje razcep na grafu na sliki 6.33: prvi člen predstavlja premik telesa, ki bi se gibalo s konstantno začetno hitrostjo v_0, drugi člen pa je posledica pospeška telesa.

Premik lahko izrazimo tudi s srednjo hitrostjo na intervalu

$$\Delta x = v_s t\,.$$

Iz primerjave obeh izrazov vidimo, da je srednja hitrost

$$v_s = v_0 + \frac{at}{2} = \frac{v_0 + v}{2},$$

torej aritmetična sredina med začetno in končno hitrostjo. Ta rezultat, ki je ena od značilnosti enokomerno pospešenega gibanja, koristno uporabimo pri reševanju problemov.

Izraz za premik lahko zapišemo še nekoliko drugače. Čas izrazimo z razliko hitrosti in pospeškom

$$t = \frac{v - v_0}{a}$$

in dobimo

$$\Delta x = v_s t = \frac{v_0 + v}{2} \frac{v - v_0}{a} = \frac{v^2 - v_0^2}{2a}.$$

Za določitev lege potrebujemo še podatek o legi ob začetku opazovanja, x_0. Tako je

$$x = x_0 + \Delta x = x_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2} = x_0 + \frac{v^2 - v_0^2}{2a}.$$

Izraz vključuje vse doslej obravnavane posebne primere. Če je telo v začetku opazovanja v izhodišču sistema in je začetna hitrost nič, je koordinata sorazmerna s kvadratom časa, kakor smo spoznali pri spuščanju vozička po klancu:

$$x = \Delta x = \frac{at^2}{2}.$$

Izraz hkrati predstavlja premik oziroma pot telesa od začetka opazovanja. To zakonitost je odkril že Galileo Galilei in jo dobro poznate tudi iz osnovne šole. Na hitro jo lahko preverimo, če vzdolž klanca označimo mesta, ki so od izhodišča oddaljena za 1, 4, 9, 16, 25, … enot. Ugotovimo, da porabi telo od izhodišča do označenih mest 1, 2, 3, 4, 5, … enot časa oziroma po eno enoto za premik med sosednjima oznakama. Za enoto časa si izberemo npr. čas med dvema udarcema metronoma.

Zgledi

1. Kamen spustimo z balkona z višine 6 m, tako da prosto pade. Koliko časa traja padanje? S kolikšno začetno hitrostjo bi morali vreči kamen navpično navzdol, da bi tla dosegel v polovičnem času?

Kamen pade z balkona navpično navzdol, zato štejemo to smer za pozitivno.

Med padanjem se kamen giblje pospešeno s pospeškom $a = g =$ 9,81 m/s^2 in opravi do tal pot, ki je enaka višini balkona h. V primeru, ko se kamen začne gibati brez začetne hitrosti, je ob udarcu na tla

$$h = \frac{gt_1^2}{2},$$

če je t_1 čas padanja. Izračunamo, da je $t_1 = \sqrt{\frac{2h}{g}} = 1{,}1\ \mathrm{s}$.

V primeru, ko kamen vržemo navpično navzdol z začetno hitrostjo v_2, je čas njegovega padanja, t_2, polovico časa t_1. Ob udarcu ob tla je tedaj

$$h = v_2 t_2 + \frac{gt_2^2}{2} = \frac{v_2 t_1}{2} + \frac{gt_1^2}{8}.$$

Izračunamo, da je hitrost

$$v_2 = \frac{2h - \frac{gt_1^2}{4}}{t_1} = 8{,}1\ \mathrm{m/s}.$$

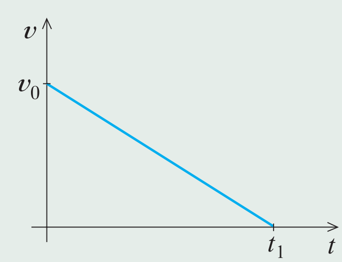
Izračunajte še, kolikšna je hitrost, s katero pade kamen na tla, v prvem primeru in kolikšna v drugem primeru.

2. Vlak, ki vozi s hitrostjo 70 km/h, začne zavirati in se ustavi po 1 km. Kolikšen je pospešek?

Naj bo v_0 začetna hitrost vlaka in s pot, ki jo opravi od začetka zaviranja do zaustavitve. Pot in čas štejemo od trenutka, ko začne vlak zavirati. Za pozitivno izberemo smer gibanja vlaka.

Slika 6.36 kaže hitrost vlaka med zaviranjem. Gibanje traja do trenutka, ko se vlak zaustavi, to je do časa t_1. Ta čas določimo iz enačbe za hitrost, v katero postavimo za hitrost ob času t_1 vrednost nič. Tako dobimo

$$v_0 + at_1 = 0 \text{ in } t_1 = -\frac{v_0}{a}.$$



Slika 6.36 *Hitrost vlaka pri zaviranju.*

Pospešek določimo iz enačbe za pot, v katero postavimo zgornji čas:

$$s = v_0 t_1 + \frac{at_1^2}{2} = -\frac{v_0^2}{2a}.$$

Izračunamo, da je pospešek

$$a = -\frac{v_0^2}{2s} = -0{,}19\ \mathrm{m/s^2}.$$

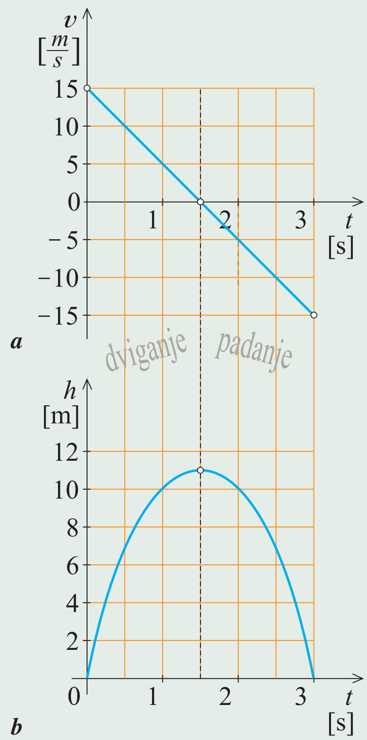
Negativni znak pri pospešku v tem primeru pomeni, da se hitrost zmanjšuje. Negativni pospešek tedaj imenujemo **pojemek**.

Naloge se lahko lotimo tudi drugače. Pot vlaka od začetka zaviranja do ustavitve dá enačba

$$s = \frac{v^2 - v_0^2}{2a},$$

v kateri postavimo končno hitrost v enako nič. Iz enačbe takoj sledi zgornji rezultat.

3. Kamen vržemo s tal navpično navzgor z začetno hitrostjo 15 m/s. Kolikšno višino doseže? V kolikšnem času pade nazaj in s kolikšno hitrostjo?



Slika 6.37 Graf hitrosti (a) in lege (b) pri navpičnem metu navzgor.

Zaradi zakonov, ki jih bomo spoznali kasneje, je pospešek pri gibanju navzgor enak pospešku pri prostem padanju. Gibanje obravnavamo v opazovalnem sistemu, ki ima izhodišče na kraju, s katerega vržemo kamen, in je usmerjen navpično navzgor. Začetna hitrost je tedaj pozitivna, pospešek pa je negativen:

$$a = -g = -10 \text{ m/s}^2 .$$

Hitrost kamna pri gibanju navzgor pojema, v najvišji točki meta je nič, nakar narašča v smeri navzdol. Potek hitrosti kaže slika 6.37 a. Ker je pospešek konstanten, se hitrost med gibanjem enakomerno spreminja. Gibanje se konča, ko je kamen spet na tleh.

Naredimo še račun. Poiščimo najprej čas dvigovanja t_1. Dobimo ga iz enačbe za hitrost, in sicer ob zahtevi, da je hitrost v najvišji točki enaka nič:

$$v_0 + at_1 = 0 .$$

Od tod je

$$t_1 = -\frac{v_0}{a} = \frac{v_0}{g} = 1{,}5 \text{ s} .$$

S tem podatkom določimo višino, ki jo doseže kamen. Ker se giblje s srednjo hitrostjo

$$v_s = \frac{v_0}{2},$$

je višina

$$h = v_s t_1 = \frac{v_0^2}{2g} = 11{,}3 \text{ m} .$$

Izračunajmo še čas t_2, ki ga potrebuje kamen s te višine do tal. Ker je začetna hitrost nič, je

$$h = \frac{g t_2^2}{2} = \frac{v_0^2}{2g}$$

in

$$t_2 = \frac{v_0}{g} = t_1 .$$

Čas padanja je res enak času dviganja. S tem pa je hitrost ob padcu na tla nasprotno enaka začetni hitrosti:

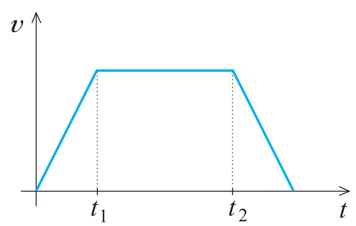
$$v_2 = at_2 = -gt_1 = -v_1 .$$

Tudi hitrosti na drugih višinah nad tlemi so pri gibanju navzdol nasprotno enake hitrostim pri gibanju navzgor. Enake zakonitosti veljajo tudi za telo, ki ga poženemo navzgor v klanec in se giblje brez trenja.

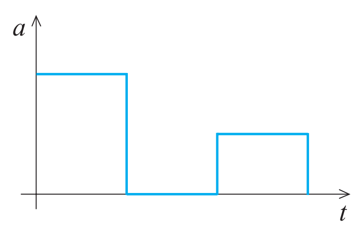
VPRAŠANJA

1. Kako merijo hitrost skakalcev na zaletišču smučarske skakalnice?

2. Za gibanje, ki ga kaže graf $v(t)$, skicirajte še grafa $a(t)$ in $x(t)$. Ob začetku opazovanja je telo v izhodišču.



3. Za gibanje, ki ga kaže graf $a(t)$, skicirajte še grafa $v(t)$ in $x(t)$. Ob času $t = 0$ je telo v izhodišču, njegova hitrost pa je enaka nič.



4. Prožno žogo vržemo navpično navzgor in pustimo, da se večkrat odbije od tal. Skicirajte grafe $x(t)$, $v(t)$ in $a(t)$ za nekaj odbojev.

NALOGE

1. Slovenska planinska transverzala od Maribora do Kopra je dolga okoli 800 km. V približno kolikšnem času jo prehodi planinec, ki hodi 8 ur na dan?

Odgovor: v 40 dneh

2. S kolesom bi radi šli na izlet v Skandinavijo, in sicer v Stockholm. Koliko časa bi porabili za vožnjo do tja, če bi na dan vozili okoli 6 ur?

Odgovor: približno 15 dni

3. Iz mesta se z avtom peljemo domov. Na odsekih med semafori vozimo s povprečno hitrostjo 45 km/h, na poti pa imamo sedem semaforiziranih križišč. Na vsakem čakamo povprečno 50 s. Koliko kilometrov od mesta smo doma, če traja vožnja do doma povprečno 22 minut?

Odgovor: 12 km

4. Postaji A in B sta druga od druge oddaljeni 5 km. Skozi postajo A pelje tovorni vlak, ki vozi s stalno hitrostjo 60 km/h. Najmanj koliko časa kasneje sme skozi postajo peljati brzovlak, ki vozi s stalno hitrostjo 100 km/h, da na postaji B ne trčita?

Odgovor: 2 minuti

5. Tekač doseže po 2 s enakomerno pospešenega gibanja hitrost 10 m/s. Od tega trenutka dalje teče enakomerno. V kolikšnem času preteče 100 m? Narišite graf hitrosti in pospeška za to gibanje.

Odgovor: 11 s

6. Balon se dviga s tal navpično navzgor s pospeškom 2 m/s^2. Po 5 s od začetka gibanja spustimo z njega vrečko z obtežitvijo. Po kolikšnem času pade vrečka na tla?

Odgovor: po 3,45 s

7. Avtomobil se začne gibati s stalnim pospeškom 1 m/s^2. V nekem trenutku ima hitrost 10,5 m/s. Kje je bil pred eno sekundo?

Odgovor: 10 m bolj zadaj

8. Strela udari v drevo, ki je 5 km oddaljeno od opazovalca. Koliko časa potuje do opazovalca zvok in koliko časa svetloba? Hitrost zvoka je 340 m/s, hitrost svetlobe je $3{,}0 \cdot 10^8$ m/s.

Odgovor: 15 s
$1{,}7 \cdot 10^{-5}$ s

9. Zemlja se giblje po krožnici okrog Sonca. Kolikšna je hitrost Zemlje, če je polmer krožnice 150 milijonov kilometrov?

Odgovor: 30 km/s

10. Vlak vozi s hitrostjo 100 km/h. Kolikšna je njegova pot zaviranja, če začne zavirati s pospeškom 2,5 m/s^2? Koliko časa se ustavlja?

Odgovor: 154 m
11 s

11. Z vrha 50 m visokega stolpa vržemo kamen navpično navzdol z začetno hitrostjo 20 m/s. Zanemarite zračni upor in izračunajte:
a) s kolikšno hitrostjo udari kamen ob tla,
b) koliko časa pada do tal,
c) kdaj je na višini 30 m,
d) koliko metrov preleti v zadnji sekundi padanja.

Odgovor: a) 37 m/s
b) 1,7 s
c) po 0,83 s
d) 32 m

12. Avtomobilist vozi s hitrostjo 100 km/h. Na svoji poti prehiti policista, ki vozi s hitrostjo 70 km/h. Policist začne voziti s pospeškom 2 m/s^2, dokler ne dohiti avtomobilista. V kolikšnem času ga dohiti?

Odgovor: 8,3 s

7. SILE IN GIBANJE

Iz vsakdanje izkušnje vemo, da vsako gibanje prej ali slej zamre, če telesa ne poganjamo. Tako se ustavi avto na vodoravni cesti, ko izklopimo motor, tako se ustavi kolesar, ko preneha potiskati pedala. Ustavita se krogla, ki jo zakotalimo po balinišču, in disk, ki ga zadrsamo po ledu. Vzrok za prenehanje gibanja najdemo v **trenju** in **uporu**, ki delujeta na gibajoče se telo.

Preden je bil postavljen zakon o ravnovesju, je veljalo, da mora na telo, ki se giblje enakomerno, delovati stalna sila. To trditev pripisujemo starim Grkom oziroma Aristotelu. Grki se niso zavedali, kakšen je pomen trenja in upora za gibanje teles na Zemlji. Ustavljanje teles so pripisovali njihovi naravni težnji po mirovanju, češ da se gibljejo le tedaj, ko jih k temu prisilijo sile. Nebesnim telesom, ki se gibljejo brez pogonskih sil, so v nasprotju s tem pripisovali lastnosti »samogibanja«.

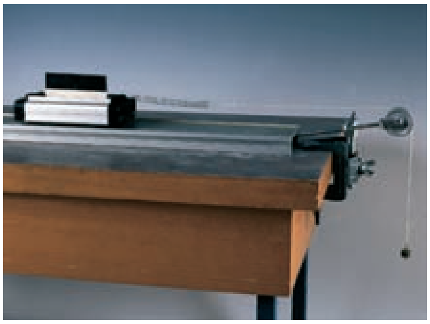
Če se naj telo giblje premo in enakomerno, je treba trenje in upor uravnovesiti z drugimi silami, npr.: pri vozilih se uravnovesita zaradi sile, s katero se kolesa odrivajo od tal, pri vleki vozička trenje uravnovesi vlečna sila itd. To je v skladu z **zakonom o ravnovesju**, ki smo ga spoznali v poglavju o silah. Spomnimo se, da zakon enači enakomerno gibanje in mirovanje. Obe stanji kažeta, da so sile, ki delujejo na telo iz okolice, v ravnovesju ali pa jih sploh ni.

Kaj pa se zgodi, če ravnovesja sil ni? Na to vprašanje smo deloma odgovorili že na začetku obravnavanja sil. Tedaj smo med spremembe, ki jih pripišemo okoliškim telesom oziroma njihovim silam, prišteli tudi **spremembe gibanja**, ne da bi natančneje povedali, kaj s tem mislimo.

Najprej si oglejmo nekaj sprememb, ki jih povzročajo sile pri premem gibanju teles.

- Upor in trenje, kakor vemo, povzročata, da se telesa gibljejo pojemajoče.
- Kolesar in smučar, ki se spustita po ravnem klancu, se v začetku gibljeta enakomerno pospešeno. Nanju delujeta teža in sila klanca, ki imata rezultanto vzdolž klanca navzdol. Ko se pozneje hitrost poveča, se pojavi upor zraka, ki gibanje vse bolj zavira. Na dovolj dolgem klancu bi prišlo prej ali slej do enakomernega gibanja, torej do ravnovesja.
- Tudi telesa, ki jih spustimo, da prosto padejo, se v začetku gibljejo s konstantnim težnim pospeškom, ki je posledica teže. Zaradi vse večjega upora zraka se začne pospešek zmanjševati in gibanje se spet ustali.
- Voziček, ki ga potiskamo s konstantno silo, ki po velikosti presega silo trenja, se giblje s konstantnim pospeškom.

Našteti zgledi kažejo, da se telo, na katero delujejo zunanje sile, ki niso v ravnovesju, giblje pospešeno. Pa tudi obratno lahko



Slika 7.1 *Voziček na vodoravnem tiru se giblje pospešeno zaradi sile vrvice.*

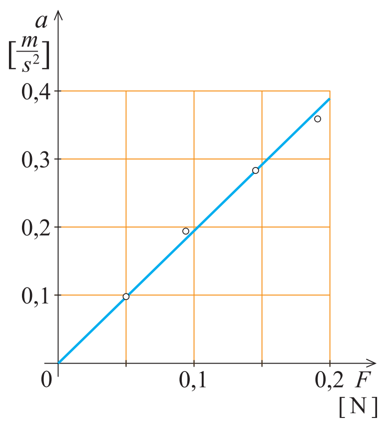
trdimo, da je pospešeno gibanje odraz delovanja neuravnovešenih zunanjih sil.

Silo in pospešek povezuje **II. Newtonov zakon**. O njem ste govorili že v osnovni šoli, zaradi njegove pomembnosti pa si pot do njega oglejmo še enkrat.

Izhajamo iz poskusa, ki ga kaže slika 7.1. Lahko gibljiv voziček na vodoravnem tiru povežemo z majhno utežjo na vrvici, ki jo napeljemo prek lahkega škripca. Na voziček deluje tako poleg teže in nasprotno enake sile tira še sila vrvice z utežjo. Vzmetna tehtnica na vozičku kaže, da je ta sila približno enaka teži uteži.

Najprej se prepričamo, da je gibanje vozička enakomerno pospešeno, nato pa merimo pospešek pri različnih silah. Sile si izbiramo v preprostih razmerjih, da so rezultati čim bolj očitni. Pri merjenjih si pomagamo z izkušnjami, ki smo si jih nabrali pri opazovanju premega gibanja. Uporabimo lahko tudi računalnik, ki ga programiramo tako, da zajema podatke in sproti računa pospeške.

Sila [N]	**Pospešek [m/s²]**
0,050	0,10
0,097	0,19
0,144	0,28
0,190	0,36



Slika 7.2 *Pospešek telesa je sorazmeren s silo.*

Tabela kaže rezultat tipičnega poskusa. Pospešek v odvisnosti od sile prikažemo še z grafom (slika 7.2). Z njega zlahka razberemo, da je pospešek sorazmeren s silo.

Na voziček naložimo nekaj uteži in ponovimo poskus. Gibanje je tudi sedaj enakomerno pospešeno, le da je pospešek manjši kakor prej. Več ko bi bilo snovi na vozičku, manjši bi bil pospešek pri izbrani sili. Pravimo, da je voziček z več snovi bolj **vztrajen** oziroma da ima večjo **maso**.

Za enoto mase si izberemo **maso kilogramske uteži** in jo imenujemo **kilogram** (kg) (slika 1.2).To enoto ste že spoznali. Poznate tudi dele te enote. Najbolj znani sta **dekagram** (dag = 0,01 kg) in **gram** (g = 0,001 kg). Od večjih enot je znana **tona** (t = 1000 kg).

Maso telesa navadno določimo z enakoročno tehtnico. Ko je tehtnica v ravnovesju, pravimo, da je masa teles na skledicah enaka. Maso telesa na eni skledici razberemo po utežeh na drugi skledici.

Stehtajmo voziček in dodane uteži pri prejšnjem poskusu ter primerjajmo pospeške vozičkov z različnimi masami pri izbrani sili. Rezultati takega poskusa s konstantno silo 0,19 N so zbrani v spodnji tabeli. V zadnjem stolpcu smo izračunali še produkt med maso in pospeškom.

Masa [kg]	Pospešek [m/s^2]	Masa × pospešek [kgm/s^2]
0,51	0,36	0,18
1,01	0,19	0,19
1,51	0,12	0,19

Vidimo, da je pri konstantni sili konstanten tudi produkt med maso in pospeškom telesa. Ta produkt torej odraža velikost sile. Primerjava s silo pri zgornjem poskusu kaže, da lahko oboje izenačimo, in je torej

$$F = ma\,,$$

če definiramo enoto za silo, 1 *newton*, tako, da je

$$1\ \mathrm{N} = 1\ \mathrm{kg} \cdot 1\ \mathrm{m/s^2} = 1\ \mathrm{kgm/s^2}.$$

Enačbo, ki povezuje silo in pospešek, poznamo kot II. Newtonov zakon. Z besedami ga lahko povemo takole:

Pospešek telesa je sorazmeren z rezultanto zunanjih sil;

ali takole:

Produkt mase in pospeška telesa je enak rezultanti zunanjih sil.

Pospešek telesa in rezultanta zunanjih sil imata seveda isto smer.

Oglejmo si še nekaj lastnosti nove fizikalne količine, ki smo jo uvedli, to je mase. Videli smo, da masa izraža vztrajnost teles. Z dodatnimi poskusi se lahko prepričamo, da smemo mase seštevati. Zato pravimo, da je masa **aditivna**. To smo molče privzeli že pri tehtanju, saj smo seštevali mase uteži. Masa se ne spremeni niti pri deformacijah teles niti pri kemijskih reakcijah ali drugih spremembah, če le ne izgubimo ali ne dodamo nič snovi. Zato je masa tudi **mera za množino snovi**.

Masa homogenih teles je sorazmerna s prostornino:

$$m = \rho V\,.$$

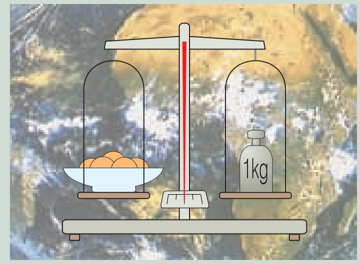
Sorazmernostni koeficient ρ imenujemo **gostota**, ki pove, kolikšna je masa na enoto prostornine. To odražajo tudi enota za gostoto, kg/m^3, ter njeni izpeljanki kg/dm^3 in g/cm^3.

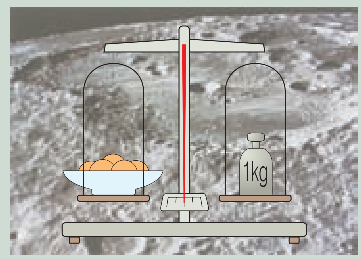
II. Newtonov zakon, zakon o ravnovesju (I. Newtonov zakon) in zakon o vzajemnem učinku (III. Newtonov zakon) so osnovni zakoni mehanike. Navidez skopa vsebina je podlaga za druge naravne zakone, ki jih bomo spoznali v naslednjih poglavjih.

Newtonovi zakoni omogočajo napovedovanje gibanja teles, ko poznamo zunanje sile. So pa tudi orodje za preučevanje zunanjih sil v primerih, ko poznamo gibanje teles. Seveda je treba za rešitev teh nalog imeti veliko matematičnega znanja in spretnosti. V začetnem spoznavanju fizike si lahko pomagamo le z najpreprostejšimi zgledi.

Koliko kaže tehtnica?

Enakoročna tehtnica je v ravnovesju ne glede na težni pospešek na mestu merjenja. Slika 7.4 a ponazarja ravnovesje na Zemlji, slika 7.4 b pa na Luni.





? Kolikšni so pretvorniki med naštetimi enotami za gostoto snovi?

Zgledi

1. Najprej si poglejmo, kaj II. Newtonov zakon pove o teži in padanju teles. Ugotovili smo, da v vakuumu vsa telesa padajo z enakim pospeškom g. Imenovali smo ga **težni pospešek**. V naših krajih je enak okoli 9,81 m/s^2. Po II. Newtonovem zakonu povežemo težni pospešek s težo F_g, ki v tem primeru deluje na padajoče telo kot edina sila. Iz enačbe

$$F_g = mg$$

sledi, da je **teža sorazmerna z maso**, pri čemer je g sorazmernostni koeficient.

Kadar hočemo to posebej poudariti, mu namesto enote m/s^2 damo enoto N/kg, saj je

$$\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} = \frac{\mathrm{kgm}}{\mathrm{kgs}^2} = \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{kg}}.$$

Teža na Luni

Teža teles na Luni je enaka približno šestini teže na Zemlji. To so »na svoji koži« občutili astronavti, med njimi Američan Edwin Eugene Aldrin.

Kakšna je zveza med težo in maso na Luni, kjer je težni pospešek 1,6 m/s^2?

Pri spoznavanju sil smo si kot enoto za silo izbrali težo 100-gramske uteži in jo imenovali **newton**. Sedaj vemo, da je teža 100-gramske uteži le 0,981 N, in lahko prejšnjo trditev nekoliko popravimo. Utež, katere teža bi bila 1 N, bi morala v naših krajih imeti 102 g. Pri natančnosti, s katero smo navadno zadovoljni pri fizikalnih poskusih in računih, pa prvotna izbira ni bila tako zelo nenatančna.

Sorazmernost med maso in težo nam je tudi v opravičilo, ko maso teles določamo s tehtanjem. V resnici pri tehtanju z enakoročno tehtnico primerjamo težo telesa s težo uteži.

Poiščimo še zvezo med gostoto in specifično težo. Iz zveze med maso in težo

$$F_g = mg,$$

dobimo zvezo

$$\sigma = \rho g,$$

ko zgornjo enačbo delimo s prostornino.

Prepričajte se, da so v enačbi usklajene tudi enote.

2. Poglejmo si še gibanje teles po klancu. Pri zgledih v poglavju o silah smo videli, da so vse sile na telo na klancu sorazmerne s težo telesa. Ker je ta sorazmerna z maso, pričakujemo, da bo pospešek pri gibanju po klancu za vsa telesa enak. Poglejmo si najprej, kaj se zgodi, če je klanec gladek in lahko trenje zanemarimo.

Sila klanca je tedaj pravokotna na klanec in uravnoveša statično komponento teže. Dinamična komponenta teže določa pospešek.

Zapišemo:

$$F_g \sin\alpha = ma\,.$$

Ker je $F_g = mg$, je pospešek

$$a = g\sin\alpha\,,$$

kakor smo tudi pričakovali.

Pri obravnavanju prostega padanja in navpičnega meta navzgor smo spoznali, da je pospešek pri gibanju v obeh smereh enak težnemu pospešku. Tudi pri gibanju po gladkem klancu, kjer ni trenja, je pospešek pri telesu, ki ga poženemo v klanec, enak pospešku pri telesu, ki se prosto spušča po klancu. V prisotnosti trenja pa te obrnljivosti ni več, saj trenje vsakič zavira gibanje. V zgornjem primeru, ko drsi telo po klancu navzdol, kaže sila trenja po klancu navzgor. Presodite še, kaj se zgodi, ko telo poženemo po klancu navzgor.

V računu upoštevajmo še trenje. Vzemimo telo, ki pospešeno drsi po klancu navzdol. V smeri, pravokotni na klanec, so komponente sil v ravnovesju. Vzdolž klanca deluje dinamična komponenta teže kakor v prejšnjem primeru, v nasprotni smeri pa sila trenja, ki je

$$F_t = k_t F_g \cos\alpha\,.$$

O pospešku odloča razlika obeh sil, za katero je po II. Newtonovem zakonu

$$F_g \sin\alpha - k_t F_g \cos\alpha = ma\,.$$

Iz tega izračunamo pospešek:

$$a = g(\sin\alpha - k_t \cos\alpha)\,.$$

Enačba kaže, da je slika sil pravilna, dokler je

$$\sin\alpha > k_t \cos\alpha\,,$$

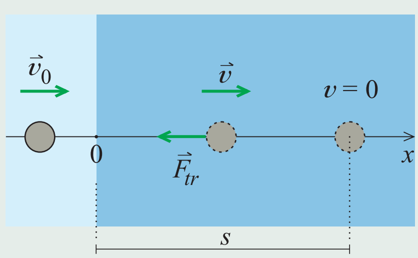
oziroma

$$\mathrm{tg}\,\alpha > k_t\,.$$

V nasprotnem primeru telo ne drsi, saj ga zadržuje sila lepenja. Primerjajmo te rezultate s tistimi, ki smo jih spoznali pri obravnavanju ravnovesja na klancu.

3. Povežimo znanje, ki smo ga pridobili pri obravnavi enakomerno pospešenega gibanja, z II. Newtonovim zakonom. Poglejmo tale primer. Kovinska plošča drsi s hitrostjo 2 m/s brez trenja po gladkem vodoravnem ledu. Ko naleti na pas hrapavega ledu, se po 3 m ustavi. Iz teh podatkov poskusimo izluščiti koeficient trenja med hrapavim ledom in ploščo.

Dogajanje ponazarja slika 7.3, ki kaže ploščo in led v tlorisu. Gibanje opazujemo v sistemu, ki ima izhodišče na meji s hrapavim ledom in je usmerjen v smeri gibanja plošče. Smer gibanja plošče vzamemo za pozitivno.



Slika 7.3 Plošča drsi po hrapavem ledu.

Srednja hitrost plošče pri gibanju po hrapavem ledu je polovica začetne, to je 1 m/s. Iz podatkov sledi, da se plošča ustavi po 3 s, torej je njen pospešek –0,67 m/s^2. Med gibanjem po hrapavem ledu je rezultirajoča zunanja sila trenje, torej je

$$ma = -k_t F_g = -k_t mg$$

in od tod

$$k_t = -\frac{a}{g} = 0{,}07\,.$$

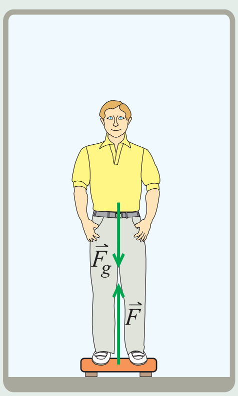
4. Poglejmo si še, kako »deluje« fizika v dvigalu. Ko se dvigalo giblje pospešeno, to je bodisi na začetku ali pa na koncu gibanja, začutimo spremembo v napetosti mišic v nogah. To si lažje razložimo, če s seboj v dvigalo vzamemo osebno tehtnico. Stopimo nanjo in poglejmo, koliko kaže, ko se dvigalo dviga ali spušča enakomerno, in koliko, ko se giblje pospešeno. Ugotovimo, da kaže tehtnica več, kot je naša teža, ko se dvigalo pospešeno dviguje, in manj, kot je naša teža, ko se pospešeno spušča. Pri enakomernem gibanju kaže tehtnica enako kakor na mirujočih tleh.

Podrobneje si poglejmo primer, ko se dvigalo pospešeno dviguje (slika 7.4). Na potnika v dvigalu deluje sila tehtnice F navpično navzgor in teža F_g navpično navzdol. Rezultanta obeh določa pospešek. Vzemimo, da je smer navzgor pozitivna, tedaj je

$$F - F_g = ma$$

in od tod

$$F = m(g + a)\,.$$



Slika 7.4 *Na tehtnici v dvigalu.*

Vzemimo, da ima potnik 50 kg in je pospešek 2 m/s^2. Tehtnica tedaj pokaže 60 kg. Na to povečanje opozarja tudi povečanje napetosti v nogah.

V dvigalu, ki se pospešeno spušča z enakim pospeškom, kaže tehtnica le 40 kg. Pa vzemimo, da se pospešek dvigala pri gibanju navzdol še poveča. Tedaj se sila tehtnice še zmanjša. Če bi dvigalo prosto padalo, bi tehtnica ne kazala nič. Doseženo bi bilo **breztežno stanje**.

Da bi razložili različne pojave v breztežnem stanju, so načrtovali posebna dvigala, ki lahko za kratek čas prosto padajo in se nato varno ustavijo. V breztežnem stanju so tudi telesa v umetnem satelitu, ki kroži okoli Zemlje. O tem bomo govorili pozneje.

Premislite še, koliko bi kazala tehtnica v dvigalu, ki se ustavlja pri vožnji navzdol, in koliko v dvigalu, ki se ustavlja pri vožnji navzgor.

Ali bi lahko ugotovili, kako se giblje dvigalo, če bi se tehtali na vzvodni tehtnici?

5. Telesa pri padanju ovira zrak. Če hitrost telesa ni zelo majhna, je sila upora zraka sorazmerna s kvadratom hitrosti $F = kv^2$. Koeficient k je odvisen od gostote zraka, od velikosti prečnega preseka telesa in od oblike telesa. Pospešek telesa pri padanju določa rezultanta, ki je enaka razliki med težo in silo upora. Če štejemo smer teže za pozitivno, zapišemo:

$$ma = F_g - F_u = mg - kv^2 .$$

Ko se gibanje začne, telo nima hitrosti in pospešek je enak težnemu pospešku. Z večanjem hitrosti se pospešek vse bolj zmanjšuje. Če gibanje traja dovolj dolgo, hitrost narašča, dokler upor ne uravnovesi teže. Tedaj je

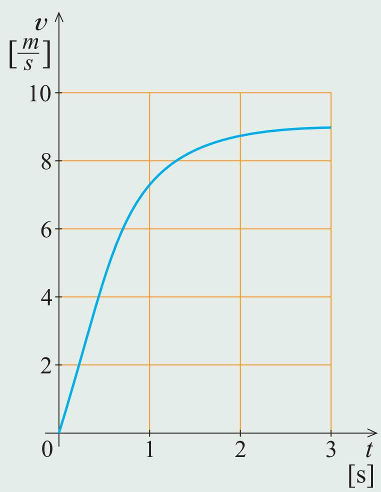
$$mg - kv^2 = 0$$

in hitrost

$$v = \sqrt{\frac{mg}{k}} .$$

Hitrost kapljic dežja s polmerom okoli 1 mm je približno 9 m/s, hitrost padalca z odprtim padalom pa približno 8 m/s (slika 7.5).

Graf na sliki 7.6 kaže, kako narašča hitrost pri padajoči deževni kaplji. Končno hitrost doseže kaplja kake 3 s po začetku padanja. V tem času pade za okoli 20 m.



Slika 7.6 *Hitrost padajoče deževne kaplje.*

Slika 7.5 *Pri prostem padanju z velike višine dosežejo padalci tudi večje hitrosti. Pri skupinskem skoku imajo hitrost okoli 200 km/h.*

Kako narašča hitrost pri padajoči kaplji, lahko po korakih izračunate tudi sami. Iz enačbe za pospešek

$$a = g - \frac{k}{m} v^2$$

izračunamo spremembe hitrosti v izbranih časovnih intervalih, npr. v 0,1 s. Ker kaplja v začetku miruje, je začetni pospešek g = 9,8 m/s^2, hitrost 0,1 s po začetku gibanja pa je

$$v_1 = g\Delta t = 0{,}98 \text{ m/s} .$$

S to hitrostjo izračunamo novi pospešek. Če upoštevamo, da je za dežno kapljo kvocient $\frac{k}{m}$ enak 0,12 m^{-1}, dobimo za pospešek vrednost 9,7 m/s^2. Z njim izračunamo prirastek hitrosti v naslednji 0,1 s. Hitrost na koncu tega intervala, 0,20 m/s, dá novi pospešek in tako naprej.

VPRAŠANJA

1. Padalec skoči z balona na višini 2 km. Ko pade za 500 m, odpre padalo. Opišite gibanje padalca od trenutka, ko skoči, do trenutka, ko pristane na Zemlji.

2. Železno in leseno kroglo, ki imata enak premer, hkrati spustimo z višine 50 m. Katera prej pade na tla? Zakaj?

3. Z grafa za hitrost lahko enolično ugotovimo, kolikšen je pospešek. Obratno pa ni mogoče. Zakaj ne?

4. V dvigalu je posoda z vodo, v kateri plava lesen kvader. Ali se spremeni globina, do katere je potopljen kvader, če se dvigalo giblje s pospeškom *a* navzgor? Kaj pa navzdol?

5. Osebni avto se zaleti v avto, ki stoji pred semaforjem. Opišite, kaj se med trkom zgodi z voznikoma, in pojasnite dogajanje s stališča fizike.

6. Zakaj pospešek avta na ravni cesti ne more biti večji kot $k_l g$, če je k_l koeficient lepenja? Ali se pospešek kaj spremeni, če speljemo tako, da cvilijo gume?

7. Deček stoji na osebni tehtnici. Tehtica kaže 300 N. Ko se od tehtnice odrine in skoči navpično navzgor, njegov vrstnik opazi, da je tehtnica za trenutek pokazala 400 N. Ocenite, kolikšen je dečkov največji pospešek.

8. Zapišite zvezo med težo in maso teles na Luni, kjer je težni pospešek 1,6 m/s^2.

9. Klado vlečemo po vodoravni mizi tako, da se giblje enakomerno pospešeno. Skicirajte sile, ki delujejo na klado. Zapišite II. Newtonov zakon za ta primer in pojasnite posamezne simbole.

NALOGE

1. Vedro vode z maso 5 kg visi na dolgi vrvi. S kolikšno silo ga moramo potiskati v vodoravni smeri, da se giblje s pospeškom 3 m/s^2?

Odgovor: 15 N

2. Kolikšen je koeficient trenja med cesto in avtomobilskimi gumami, če je zavorna pot na vodoravni cesti pri hitrosti 60 km/h enaka 20 m?

Odgovor: 0,7

3. Težni pospešek na Luni je kakih 1,6 m/s^2. Koliko tehta na Luni telo, ki so mu na Zemlji izmerili maso 2 kg? Koliko pa tehta na Zemlji? Kolikšna je njegova masa na Luni?

Odgovor: 3,2 N
19,6 N
2 kg

4. Vlak z maso $5 \cdot 10^5$ kg se po izključitvi motorja giblje še 2 minuti, preden se ustavi. Sila trenja je 10^5 N. S kolikšno hitrostjo se giblje vlak pred izključitvijo motorja?

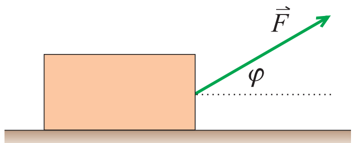
Odgovor: 24 m/s

5. Na stropu dvigala je pritrjena vzmetna tehtnica, na kateri visi telo z maso 1 kg. Koliko kaže tehtnica:
a) če se giblje dvigalo pospešeno navzgor s pospeškom 4,9 m/s^2,
b) če se giblje navzgor s pospeškom – 4,9 m/s^2,
c) če se giblje navzdol s pospeškom 2,45 m/s^2,
č) če se giblje navzdol s pospeškom –2,45 m/s^2?

Odgovor: a) 14,7 N
b) 4,9 N
c) 7,4 N
č) 12,3 N

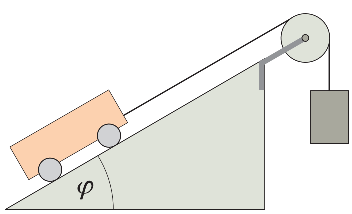
6. Klado z maso 5 kg vlečemo z vrvico tako, da se giblje po vodoravni podlagi. Vrvica oklepa z vodoravnico kot $\varphi = 30°$, kakor kaže slika.
a) Premislite, kaj se dogaja s klado. Svoja predvidevanja na kratko zapišite.
b) Vzemimo, da je sila vrvice 25 N, klada pa se giblje pospešeno s pospeškom 1 m/s^2. Kolikšen je koeficient trenja?
c) S kolikšno silo moramo vleči vrvico, da se klada giblje enakomerno?

Odgovor: b) 0,46
c) 20 N



7. Učitelj je naredil poskus, ki ga kaže slika. Lahkogibljiv voziček z maso 150 g na klancu z nagibom $\varphi = 30°$ je povezal prek škripca s prosto visečo utežjo.
a) Kolikšna je masa uteži, če sistem miruje?
b) Kaj se zgodi s telesoma, če prerežemo vrvico?
c) Vzemimo, da sta telesi povezani z vrvico kot na začetku. Kaj se zgodi, če na voziček dodamo utež za 100 g?
č) Kaj pa, če to utež dodamo uteži na vrvici?

Odgovor:
a) 75 g
b) voziček se giblje po klancu navzdol s pospeškom 4,9 m/s^2, utež pada s pospeškom $\boldsymbol{g}$
c) 1,5 m/s^2
č) 3,0 m/s^2



8. Na vrv obesimo klado z maso 300 g, na to klado pa še eno z maso 200 g. Vrv vlečemo tako, da se sistem giblje s pospeškom 2,0 m/s^2 navzgor. Kolikšna je vlečna sila? S kolikšno silo je napeta vrv med prvo in drugo klado?

Odgovor: 5,9 N
2,4 N

9. V dvigalu stojita dva zaboja drug na drugem. Zgornji ima maso 30 kg, spodnji pa 50 kg. Dvigalo se giblje navpično navzgor in se ustavlja s pospeškom 2,0 m/s^2. S kolikšno silo pritiska spodnji zaboj na dvigalo? S kolikšno silo pritiska spodnji zaboj na zgornjega?

Odgovor: $6{,}2 \cdot 10^2$ N
$2{,}3 \cdot 10^2$ N

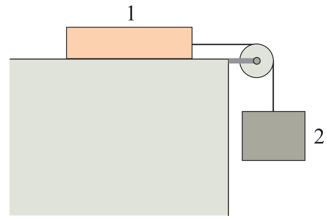
10. Dve kladi sta povezani tako, kot kaže slika. Masa prve klade je 2,5 kg, masa druge klade pa 4,0 kg. Kladi se gibljeta s pospeškom 4,0 m/s^2.

a) Narišite sile, ki delujejo na prvo klado, in sile, ki delujejo na drugo klado.

Odgovor: b) 0,54
c) 23 N

b) Kolikšen je koeficiet trenja?

c) Kolikšna je sila vrvice, ki povezuje obe kladi?



11. Elektromotor vleče zaboj z maso 100 kg po klancu navzgor s pospeškom 1 m/s^2. Koeficient trenja je 0,4, nagib klanca pa je 30°.

a) Narišite sile, ki delujejo na klado.

b) Kolikšna je sila vrvi?

Odgovor: 930 N

8. KRIVO GIBANJE

Kriva gibanja prepoznamo po tem, da je pot telesa kriva oziroma da je tir krivulja. Zgledov je veliko: gibanje ljudi ali vozil, kroženje kamna na vrvici, let ptic in žuželk, vijuganje po toboganu, gibanje planetov okoli Sonca oziroma satelitov okoli Zemlje, tekanje po igrišču in tako naprej.

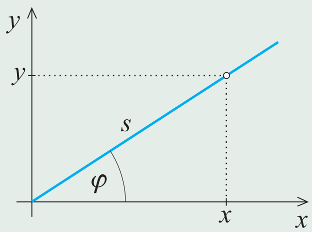
Zanimala nas bodo predvsem kriva gibanja po ravnini. Mednje lahko štejemo večino gibanj po zemeljskem površju. Med značilna ravninska gibanja pa sodijo tudi kroženje, gibanje teles pri vodoravnem ali poševnem metu in gibanje planetov okoli Sonca oziroma satelitov okoli Zemlje.

Videli smo že, da lego telesa v ravnini določimo z dvema koordinatama, to je z razdaljama od izbranih koordinatnih osi pravokotnega koordinatnega sistema. Pri telesu, ki se giblje, sta koordinati odvisni od časa.

Določanje lege v prostoru

Pri določanju lege teles v prostoru uporabljajo metode, ki so se uveljavile v vesoljski tehniki. Pri napravi na sliki računalnik krmili tri merilne stolpe, ki pošiljajo proti telesu kratke sunke infrardeče svetlobe. Sprejemnik infrardeče svetlobe na telesu se odziva s sunki ultrazvoka, ki jih sprejemajo merilni stolpi. Mikroprocesor iz časovne razlike med oddajo in sprejemom ultrazvočnih signalov izračuna trenutne razdalje med merilnimi stolpi in telesom ter določi lego telesa v prostoru. Osebni računalnik je programiran tako, da prikaže časovni potek lege telesa v izbranem koordinatnem sistemu, hitrosti in pospeška.

Zgled



Slika 8.1 *Premo gibanje v ravnini.*

Vzemimo najprej telo, ki se giblje premo in enakomerno s hitrostjo v vzdolž premice, ki gre skozi koordinatno izhodišče in je nagnjena za kot φ proti osi x (slika 8.1).

Ob času $t = 0$ naj bo telo v koordinatnem izhodišču. Ob naslednjem času, t, je v razdalji $s = vt$ od koordinatnega izhodišča na mestu s koordinatama:

$$x = s\cos\varphi = vt\cos\varphi$$

$$y = s\sin\varphi = vt\sin\varphi$$

Vidimo, da sta v tem primeru obe koordinati sorazmerni s časom.

Če bi bilo telo ob času $t = 0$ oddaljeno po premici od koordinatnega izhodišča za s_0, bi bilo ob času t v razdalji $s = s_0 + vt$, koordinati pa bi bili

$$x = x_0 + vt\cos\varphi$$

$$y = y_0 + vt\sin\varphi,$$

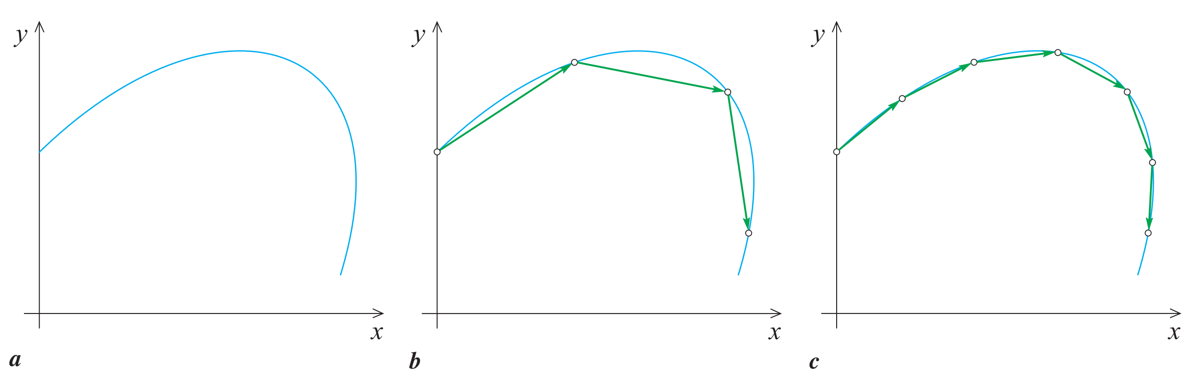
pri čemer sta x_0 in y_0 koordinati začetne lege:

$$x_0 = s_0\cos\varphi$$

$$y_0 = s_0\sin\varphi.$$

HITROST IN POSPEŠEK PRI KRIVEM GIBANJU

Slika 8.2 a kaže pot telesa v ravnini. Predstavljajmo si, da je sestavljena iz premikov, ki povezujejo lege telesa v izbranih časovnih trenutkih. Gostejši ko so izbrani časi, manjši so premiki in bolje se lomljena črta prilega poti (sliki 8.2 b in c). Premike smo označili z usmerjenimi daljicami. Zlahka se prepričamo, da imajo premiki lastnosti vektorjev.

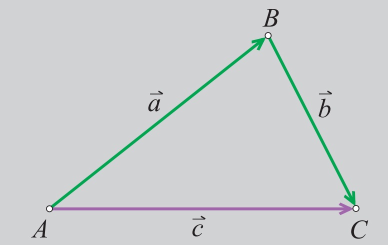


Slika 8.2 *Pot telesa v ravnini (a) v mislih sestavimo iz daljših (b) ali krajših (c) premikov.*

Premike seštevamo po pravilu za seštevanje vektorjev. Vzemimo tri točke v ravnini. Premik $\vec{a}$ iz točke A v točko B in premik $\vec{b}$ iz točke B v točko C nadomestimo s premikom $\vec{c}$ iz točke A v točko C.

Vidimo, da je premik iz A v C vektorska vsota premikov iz A v B in iz B v C:

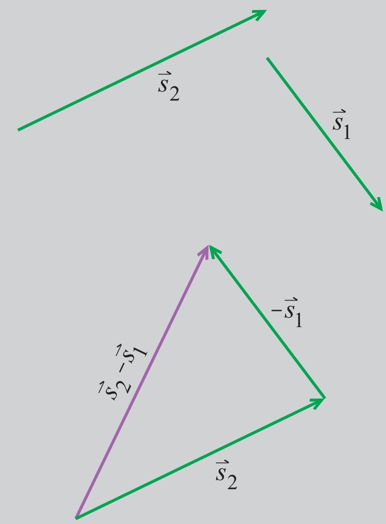
$$\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}\,.$$



Premike tudi odštevamo, in to po pravilih, ki smo jih že spoznali. Tako je razlika premikov $\vec{s}_2$ in $\vec{s}_1$ enaka:

$$\vec{s}_2 - \vec{s}_1 = \vec{s}_2 + (-\vec{s}_1)\,,$$

torej vsoti premika $\vec{s}_2$ in premika $-\vec{s}_1$, ki je nasproten premiku $\vec{s}_1$ (slika 8.4 b).



Premik lahko množimo ali delimo s številom. Pri tem dobimo premik, ki je po velikosti sorazmeren s prvotnim premikom in ima isto ali nasprotno smer.

Prepričajte se, da veljajo za premike vsa pravila, ki smo jih spoznali v poglavju o silah, ko smo obravnavali vektorje (stran 28).

Kvocient med izbranim premikom $\Delta\vec{s}$ in ustreznim časom Δt predstavlja srednjo hitrost med premikom

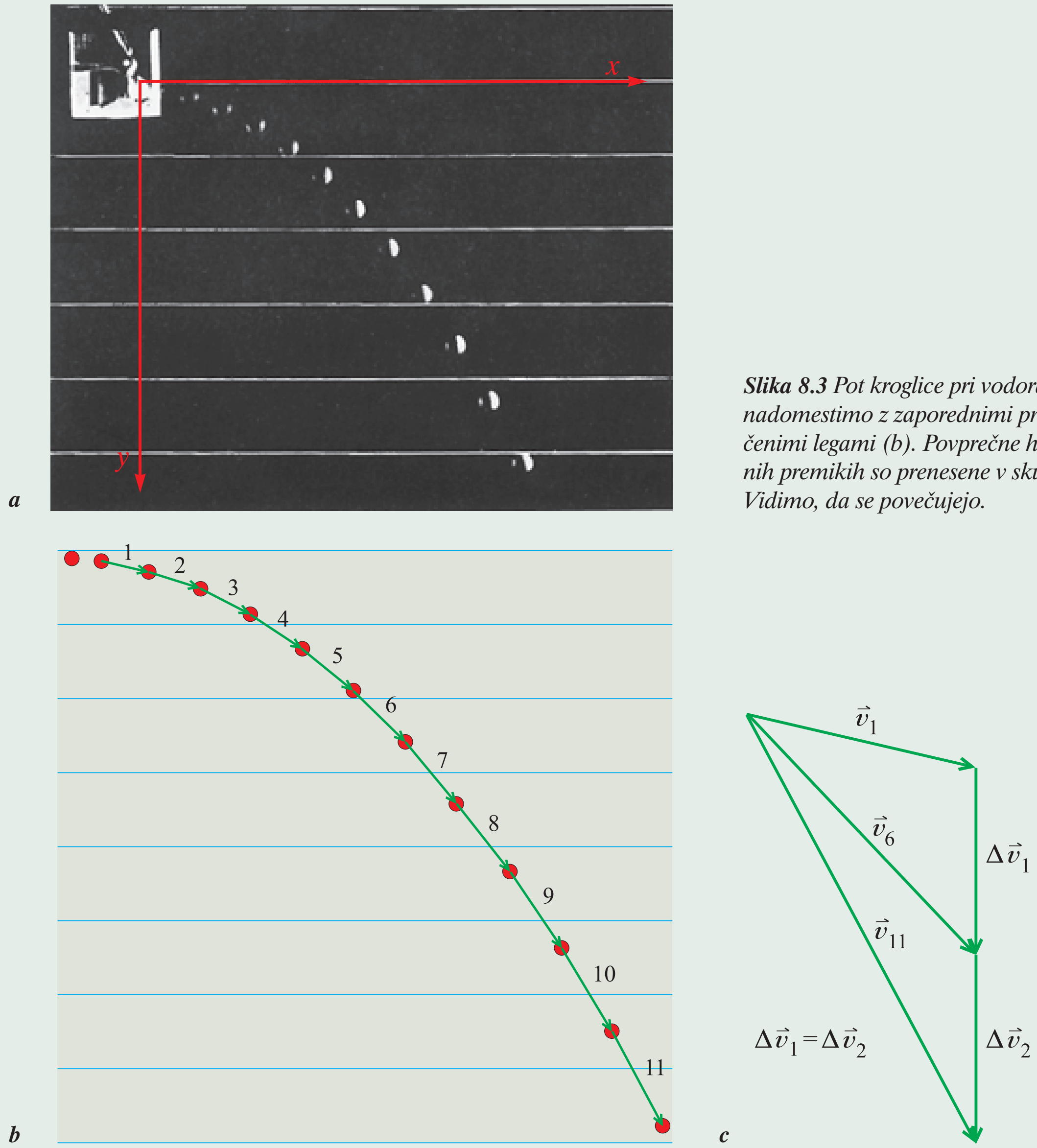
$$\vec{v}_s = \frac{\Delta\vec{s}}{\Delta t}\,.$$

To je vektor, ki ima isto smer kot premik.

Zgled

Slika 8.3 a kaže lego kroglice, ki je bila vržena v vodoravni smeri, v razmiku po $^1/_{30}$ s. Pot kroglice nadomestimo s premiki, ki povezujejo središči kroglic med zaporednima posnetkoma (8.3 b). Dolžine premikov in povprečne hitrosti pri premikih kaže tabela. Na sliki 8.3 c so narisani vektorji hitrosti pri treh izbranih premikih, in sicer tako, da so preneseni v isto izhodišče.

Premik [cm]	**Hitrost [m/s]**
6,5	2,0
7,1	2,1
7,6	2,3
8,1	2,4
9,0	2,7
9,5	2,9
10,5	3,2
11,7	3,5
12,4	3,7
12,8	3,8
14,5	4,4



Slika 8.3 *Pot kroglice pri vodoravnem metu (a) nadomestimo z zaporednimi premiki med določenimi legami (b). Povprečne hitrosti pri treh izbranih premikih so prenesene v skupno izhodišče (c). Vidimo, da se povečujejo.*

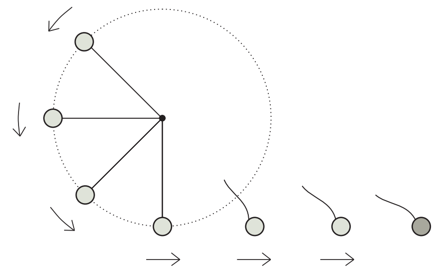
Ko premike drobimo, da se vse bolj prilegajo poti, se zmanjšuje tudi ustrezni čas. Kvocient med premikom in časom se pri tem približuje **hitrosti** v izbrani točki poti. Označimo jo kot

$$\vec{v} = \frac{d\vec{s}}{dt},$$

kjer pomeni $d\vec{s}$ droben premik, ki se povsem prilega tiru, in dt ustrezni čas. Hitrost v izbrani točki poti je vektor, ki leži na tangenti v tisti točki in ima smer gibanja telesa.

O tangentni smeri hitrosti pri krivem gibanju se lahko prepričamo s poskusi. Vzemimo ploščico, ki je privezana na vrvico in enakomerno kroži. Ko vrvico prežgemo, ploščica odleti v smeri tangente (slika 8.4). Sklepamo, da ima ploščica v trenutku, ko jo vrvica preneha vleči, hitrost v smeri tangente na krožnico. To izrabljajo metalci kladiva. Kladivo, težko železno kroglo na jekleni žici, zavihtijo, da zakroži v nagnjeni ravnini. Da krogla odleti v želeno smer, morajo v pravem trenutku spustiti ročaj (slika 8.5).

Na tangentno smer hitrosti opozarjajo tudi svetleče sledi žarečih obruskov, ki odletavajo od vrtečega se brusa (slika 8.6).



Slika 8.4 *Hitrost pri krivem gibanju ima smer tangente.*

Slika 8.6 *Obruski odletavajo v tangentni smeri.*

Slika 8.5 *Metalec kladiva.*

Pri krivem gibanju se hitrost neprestano spreminja. Na sliki 8.7 a sta narisani hitrosti v bližnjih točkah krive poti. Hitrosti se razlikujeta po smeri, lahko pa se razlikujeta tudi po velikosti. Krivo gibanje je zato vedno pospešeno.

Določimo razliko hitrosti v točkah poti na sliki 8.7 a. Vektorja hitrosti prenesemo v isto točko in določimo razliko po pravilih za odštevanje vektorjev (slika 8.7). Razlika hitrosti

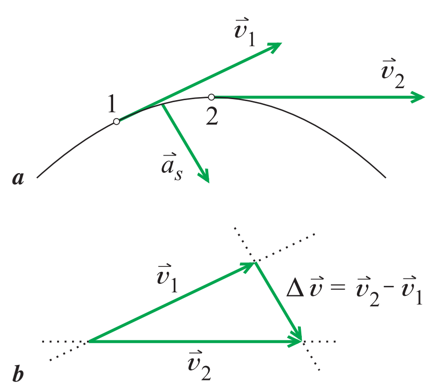
$$\Delta\vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$$

je vektor, ki se začne pri koncu vektorja $\vec{v}_1$ in konča pri koncu vektorja $\vec{v}_2$. Kvocient med to razliko in ustreznim časom predstavlja **srednji pospešek** na tem delu poti:

$$\vec{a}_s = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}.$$

Tudi to je vektor, ki ima isto smer kot sprememba hitrosti. Njegovo lego glede na pot in glede na hitrosti v izbranih točkah najbolj nazorno vidimo tako, da ga vzporedno prenesemo na sredino izbranega dela poti (slika 8.7a).

Če je odsek poti kratek, kar pomeni, da sta točki, v katerih opazujemo hitrosti, blizu skupaj, je razlika med hitrostma majhna in sorazmerna z ustrezno majhnim časom. Kakor pri premikih majhnost poudarimo tako, da razliko hitrosti označimo z $d\vec{v}$, prete-



Slika 8.7 *Hitrosti telesa v sosednjih točkah krive poti (a) in njuna razlika (b).*

čeni čas pa z dt. Kvocient obeh nam da pospešek na izbranem drobnem delu poti:

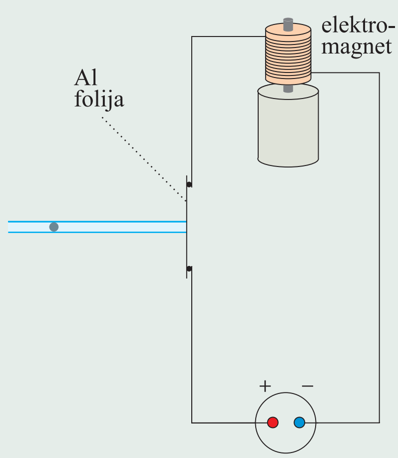
$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}.$$

Ko prenesemo vektor na pripadajoči del poti, vidimo, da kaže na notranjo stran, torej v smer, v katero se suče vektor hitrosti.

Zgled

Poglejmo, kaj dobimo na opisani način za pospešek pri kroglici, ki jo vržemo v vodoravni smeri. Na sliki 8.3 c so vektorji, ki predstavljajo povprečne hitrosti pri nekaj premikih, preneseni v isto izhodišče. Po zgornjem predstavljajo ti vektorji hkrati trenutne hitrosti na sredini opazovanih odsekov poti. Vidimo, da imajo razlike hitrosti smer navpično navzdol. V času med dvema posnetkoma, to je v $^1/_{30}$ s, se hitrost poveča v navpični smeri za okoli 0,3 m/s. To pomeni, da je pospešek v tej smeri okoli 10 m/s^2. To je ravno težni pospešek. Sklepamo, da telo, ki ga vržemo v vodoravni smeri, prosto pada.

O tem se še dodatno prepričamo z naslednjim poskusom. Prek krajišča dolge plastične cevi nalepimo tanek trak aluminijaste folije in jo povežemo z baterijo in elektromagnetom. Ko je krog sklenjen, pritrdimo na elektromagnet ploščato železno pločevinko (slika 8.8). Vanjo uperimo cev in pihnemo skoznjo drobno kroglico. Ko kroglica ob izstopu iz cevi pretrga kovinski trak, prekine električni tok skozi elektromagnet in pločevinka začne prosto padati. Hkrati začne padati tudi kroglica. To, da kroglica zadene pločevinko, kaže, da padeta obe v enakem času enako globoko. Ker vemo, da pada pločevinka enakomerno pospešeno s težnim pospeškom, sklepamo, da to velja tudi za kroglico.



Slika 8.8 *Shema poskusa s pločevinko.*

Poglejmo še, kako opredelimo lego kroglice pri vodoravnem metu. Vrnimo se k sliki 8.3 in postavimo izhodišče pravokotnega koordinatnega sistema v izstrelišče kroglice. Abscisno os usmerimo v vodoravno smer, kamor izstrelimo kroglico, ordinatno os pa usmerimo navpično navzdol. Primer, ki ga kaže slika 8.3, smo že obravnavali (stran 81 v poglavju Premo gibanje). Vidimo, da narašča koordinata x s časom linearno, koordinata y pa kvadratično. Prvo je značilno za enakomerno gibanje, drugo pa za enakomerno pospešeno gibanje. Hitrost, s katero se odmika kroglica v vodoravni smeri, je kar enaka hitrosti, s katero izstrelimo kroglico. V navpični smeri kroglica ob izstrelitvi nima hitrosti, jo pa pridobiva s težnim pospeškom. Enačbi za koordinati sta torej

$$x = v_0 t$$

$$y = \frac{gt^2}{2}.$$

Zapis ima smisel, dokler kroglica ne pade na tla. Če jo vržemo v višini h nad tlemi, se to zgodi ob času

$$t_1 = \sqrt{\frac{2h}{g}}\,.$$

Kroglica se v tem času premakne v vodoravni smeri za **metno razdaljo**

$$D = v_0 t_1 = v_0 \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

daleč.

V opisanem koordinatnem sistemu predstavimo vektor hitrosti kroglice z dvema komponentama: s konstantno v vodoravni smeri in enakomerno naraščajočo v navpični smeri:

$$v_x = v_0$$

$$v_y = gt\,.$$

Velikost hitrosti izračunamo po Pitagorovem izreku:

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{v_0^2 + (gt)^2}\,.$$

Komponenti hitrosti sta npr. ob padcu na tla

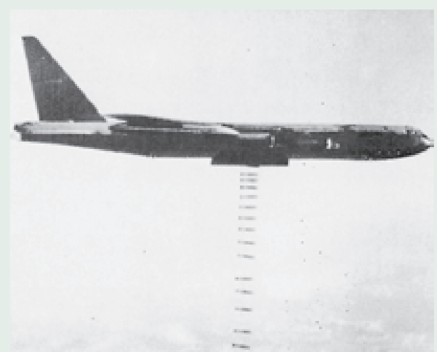
$$v_x = v_0$$

$$v_y = gt_1 = \sqrt{2gh}\,,$$

hitrost pa je

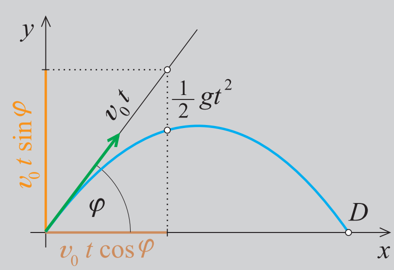
$$v = \sqrt{v_0^2 + 2gh}\,.$$

Zaradi opisanih lastnosti pogosto govorimo, da je gibanje pri vodoravnem metu sestavljeno iz enakomernega v vodoravni smeri in enakomerno pospešenega v navpični smeri. Pri tem padanje v navpični smeri ni nič odvisno od gibanja v vodoravni smeri in obratno. O tem nas prepriča tudi posnetek letala, ki spušča bombe (slika 8.9).



Slika 8.9 *Niz spuščenih bomb je vsaj na začetku padanja natanko pod letalom.*

Žogo namesto v vodoravni vrzimo v poševni smeri. Poskus s kroglico in pločevinko nas prepriča, da je tudi tedaj padanje neodvisno od drugih gibanj. Vedno si lahko predstavljamo, da je gibanje sestavljeno iz enakomernega gibanja v smeri začetne hitrosti in prostega padanja v navpični smeri.



V pravokotnem koordinatnem sistemu, v katerem je os x vodoravna, os y pa navpična, naj začetna hitrost žoge tvori kot φ z osjo x. Če bi se gibala žoga v tej smeri, bi njena razdalja od izhodišča enakomerno naraščala:

$$s = v_0 t\,,$$

njeni koordinati pa bi bili:

$$x = v_0 t \cos\varphi$$

$$y = v_0 t \sin\varphi$$

(glej stran 110 na začetku poglavja). V istem času pade žoga za

$$\frac{gt^2}{2},$$

tako da je končno:

$$x = v_0 t\cos\varphi$$

$$y = v_0 t\sin\varphi - \frac{gt^2}{2}.$$

Iz zahteve, da je koordinata y enaka nič, določimo čas, v katerem žoga spet pade na tla:

$$t_1 = \frac{2v_0\sin\varphi}{g}.$$

Razdalja, do katere v tem času prileti žoga, pa je

$$D = v_0 t_1\cos\varphi = \frac{2v_0^2\sin\varphi\cos\varphi}{g} = \frac{v_0^2\sin 2\varphi}{g}.$$

? Kolikšen mora biti kot, pod katerim vržemo žogo, da bo letela najdalj? Kolikšno višino doseže žoga? Kolikšna je njena hitrost v najvišji točki poti in kolikšna ob udarcu ob tla?

Kako so si predstavljali pot izstrelkov pred Galileiem in po njem

Spoznanje, da je gibanje teles pri poševnem metu parabolično, izvira od Galileia.

Pred njim je veljalo prepričanje, da se vrženo telo nekaj časa giblje premo, nato pa pade.

Res pa je, da zračni upor spremeni pot telesa tako, da je padec strmejši kot vzpon.

SILE PRI KRIVEM GIBANJU

Po II. Newtonovem zakonu morajo na telo, ki se giblje po krivi poti, neprestano delovati sile, katerih rezultanta

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

ima enako smer kakor pospešek.

To potrjuje gibanje kroglice, ki jo vržemo v vodoravni smeri. Videli smo, da je njeno gibanje pospešeno, pri čemer ima pospešek smer navpično navzdol in je po velikosti enak težnemu pospešku. To kaže, da je vzrok za pospešek teža kroglice, ki je prevladujoča sila pri poskusu na sliki 8.3. Učinek upora zraka, ki seveda ovira gibanje, bi lahko ugotovili šele pri natančnejšem merjenju. Spet pa bi potrdili zgornjo trditev.

Še nazornejši zgled je kroženje teles.

Opazujmo drobno telo, ki enakomerno kroži po krožnici z radijem r. To je lahko bodisi kamen, ki je privezan na vrvici, bodisi sedež na vrtiljaku ali pa konica kazalca na uri. Že v osnovni šoli ste spoznali nekaj količin, ki so značilne za kroženje, in so posebno prikladne za pogovore o kroženju. To sta **obhodni čas** t_0 in **frekvenca** $\nu = \frac{1}{t_0}$. Spomnite se, da opravi krožeče telo v obhodnem času en poln obhod po krožnici. Frekvenca kroženja pa pove število obhodov na časovno enoto.

S tema količinama lahko izrazimo hitrost telesa pri gibanju po krožnici. Ker telo pri enem obhodu opravi pot, ki je enaka obsegu krožnice, je hitrost

$$v = \frac{2\pi r}{t_0} = 2\pi r\nu .$$

Zveznica med središčem krožnice in telesom opiše pri enem obhodu polni kot 360° oziroma 2π v ločnem merilu.

Navada je, da vpeljemo pri obravnavi kroženja še **kotno hitrost**, to je hitrost, s katero se povečuje središčni kot, ki ga opisuje zveznica med središčem krožnice in telesom. Ker opiše zveznica pri enem obhodu telesa ravno polni kot, je kotna hitrost

$$\omega = \frac{2\pi}{t_0} .$$

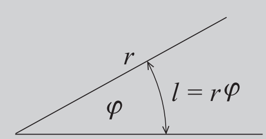
Iz te enačbe poiščemo tudi zveze z drugimi količinami:

$$\omega = 2\pi\nu$$

$$v = 2\pi\nu r = \omega r .$$

Središčni kot, ki ga opiše radij od središča do enakomerno krožečega telesa, je sorazmeren s časom

$$\varphi = \omega t .$$



V ločnem merilu izrazimo kot s kvocientom med dolžino loka l, ki ga izsekata kraka kota na krožnici z radijem r in s središčem v vrhu kota, in polmerom r:

$$\varphi = \frac{l}{r} .$$

Polni kot meri 2π, saj je dolžina loka tedaj enaka obsegu kroga. Kot v ločnem merilu je neimenovano število. Včasih se kot enota uporablja **radian**, to je kot, pri katerem je dolžina loka enaka radiju. Izračunate lahko, da ima radian okoli 60° v kotnem merilu.

Zgled

Radirko privežemo na 0,5 m dolgo vrvico in zakrožimo z njo. Izmerimo 10 obhodov v 15 sekundah. Izračunajmo obhodni čas, frekvenco, kotno hitrost in hitrost.

Obhodni čas dobimo, ko izmerjeni čas delimo s številom obhodov. Vidimo, da meri 1,5 s. Frekvenca je tedaj

$$\nu = \frac{1}{t_0} = 0{,}67\ \mathrm{s}^{-1}.$$

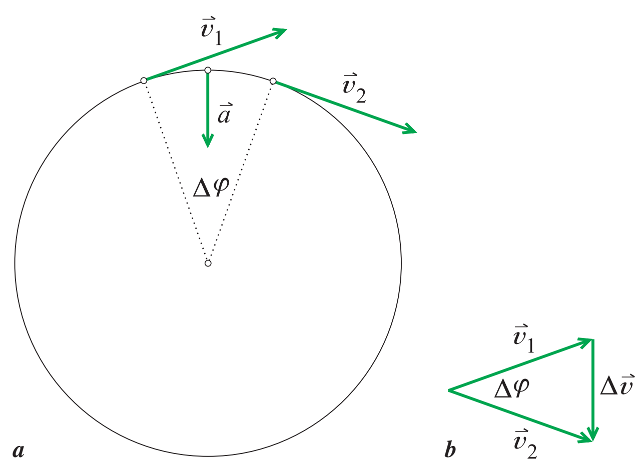
Iz tega je kotna hitrost:

$$\omega = 2\pi\nu = 4{,}2\ \mathrm{s}^{-1},$$

hitrost pa

$$v = \omega r = 2{,}1\ \mathrm{ms}^{-1}.$$

Slika 8.10 a kaže vektor hitrosti enakomerno krožečega telesa v bližnjih točkah krožnice, v katerih je telo ob času t oziroma ob času $t + \Delta t$. Radij od središča do telesa opiše v vmesnem času Δt središčni kot $\Delta\varphi = \omega\Delta t$. Ker imata hitrosti smer tangente na krožnico, sta vektorja hitrosti pravokotna na radij krožnice v teh dveh točkah.



Slika 8.10 *Hitrosti (a) in in njuna sprememba pri enakomernem kroženju (b).*

Prenesimo vektorja hitrosti v isto izhodišče. Kot med njima je enak kotu med radijema $\Delta\varphi$ (slika 8.10b). Po dogovoru sta kota majhna in lahko razliko hitrosti izenačimo z dolžino loka med konicama vektorjev hitrosti:

$$\Delta v = v\Delta\varphi.$$

Ko delimo s časom, dobimo za pospešek izraz:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v\Delta\varphi}{\Delta t} = v\omega.$$

Vektor pospeška, ki ima enako smer kot vektor spremembe hitrosti, prenesemo na odsek poti med začetno in končno točko – vidimo, da je usmerjen proti središču krožnice. Pravimo mu **radialni** ali **centripetalni** pospešek. Ob upoštevanju zvez med kotno hitrostjo in hitrostjo ga pogosto pišemo v obliki

$$a = \frac{v^2}{r} = \omega^2 r\,.$$

Smer pospeška lahko določimo s preprostim akcelerometrom, ki ga naredimo sami. V erlenmajerico namestimo zamašek in jo napolnimo z vodo, kot kaže slika 8.11 a. Ko erlenmajerica miruje ali se giblje enakomerno, je vrvica z zamaškom navpična. Ko se giblje pospešeno, se vrvica z zamaškom nagne v smer pospeška. Pri enakomernem kroženju kaže zamašek v smeri proti središču krožnice (slika 8.11 b).


a


b

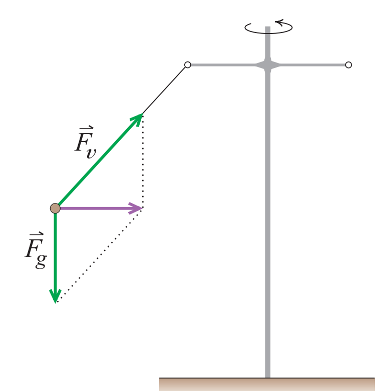
Slika 8.11 *Akcelerometer ob mirovanju (a) in kroženju (b).*

Za pospešek mora, po II. Newtonovem zakonu, skrbeti sila, usmerjena proti središču krožnice, in po velikosti enaka

$$F = \frac{mv^2}{r} = m\omega^2 r\,.$$

Taka je npr. sila vrvice, ki vleče privezano krožečo radirko, ali pa privlačna sila Zemlje, ki vleče v kroženje Luno ali umetne satelite. Taki sili zaradi njene smeri proti središču krožne poti pravimo **centripetalna sila**. Pogosto je centripetalna sila rezultanta več sil. Tako je pri sedežu na vrtiljaku, ki ga kaže slika 8.12.


a



b

Slika 8.12 *Vrtiljak (a) in sile na sedež (b).*

Centrifuga

V gospodinjstvu uporabljamo centrifuge za ožemanje perila. Ko se ob koncu pranja boben pralnega stroja zavrti z veliko frekvenco, iz mokrega perila v bobnu odletijo kapljice vode. Odletavanje kapljic si razložimo podobno kot prehitro vožnjo v ovinek. Kapljice vode so pri perilu pripete na vlakna. Sile vlaken imajo vlogo centripetalne sile, ko perilo kroži. Pri dovolj veliki frekvenci kroženja so te sile premajhne; kapljica se odlepi in odleti v tangentni smeri.

V laboratorijih in industrijskih obratih uporabljajo centrifuge za ločevanje različno gostih sestavin v suspenzijah oziroma zmeseh. Sestavine z večjo gostoto se naberejo na zunanji steni vrtečega se bobna, tiste z manjšo gostoto pa ob osi.

Speljevanje ovinkov

S kroženjem se v vsakdanjem življenju pogosto srečujemo. Krožijo npr. vozila, ko peljejo po ovinkih. Pri nenagnjenem ovinku ima vlogo centripetalne sile lepenje med kolesi in cesto, pri vožnji s pravo hitrostjo po nagnjenem ovinku pa k centripetalni sili prispevata teža in pravokotna sila tal.

Motociklist se mora na dirkališčni stezi močno nagniti na notranjo stran ovinka.

Če avto pripelje v ovinek s preveliko hitrostjo, ga sila lepenja ne more zadržati v pravi krožnici, zato zdrsne s ceste. Zdrsi so pogosti zlasti na spolzki cesti.

VPRAŠANJA

1. Skicirajte vektorja hitrosti in pospeška za enakomerno kroženče telo v različnih točkah na krožnici.

2. Utež obesimo na vrvico in jo zanihamo. Skicirajte vektor hitrosti in pospeška v najvišji in v najnižji točki.

3. Trilistni ventilator se vrti s hitrostjo 2000 obratov na minuto. Če ga prenesemo v prostor, osvetljen s fluorescenčno svetilko, se nam njegovo vrtenje zazdi počasnejše. Razložite ta pojav.

4. Z okna vagona spustimo kamen, da začne prosto padati proti tlom. Katera izjava je pravilna?
   a) Kamen bo prej na tleh, če vagon miruje.
   b) Kamen bo prej na tleh, če se vagon giblje premo in enakomerno.
   c) Kamen bo prej na tleh, če se vagon giblje pospešeno.
   č) Kamen bo na tleh vedno v enakem času.

5. Padalec skoči z letala, ki leti v vodoravni smeri s hitrostjo v. Opazujemo gibanje padalca kratek čas po skoku, še preden odpre padalo.
   a) Kolikšna je vodoravna komponenta hitrosti padalca?
   b) Kolikšna je hitrost padalca glede na letalo?
   c) Skicirajte tir, po katerem se giblje padalec, če ga gledamo z Zemlje, in nato še tir, po katerem se giblje, če ga gledamo iz letala.

6. Ali je kot, merjen v radianih, odvisen od izbire merske enote za dolžino (recimo, da enkrat izberemo meter in drugič čevelj)? Odgovor utemeljite.

7. Katere podatke potrebujete za izračun hitrosti gramofonske igle glede na:
   a) gramofonsko ploščo,
   b) mizo, na kateri stoji gramofon?

8. Po spolzki cesti peljeta dva kamiona. Eden je prazen, drugi pa zelo obtežen. Predpostavimo, da je koeficient trenja in lepenja med gumami in cesto za oba enak. Kateri kamion lahko oster ovinek zvozi z večjo hitrostjo, brez nevarnosti, da bo zdrsnil s ceste? Izberite pravilni odgovor in utemeljite izbiro.
   a) Obteženi.
   b) Prazni.
   c) Oba ga lahko zvozita z enako hitrostjo.

9. Poskusite svoje izkušnje z voženj po ovinkih ali z vrtiljakom pojasniti z II. Newtonovim zakonom.

NALOGE

1. Curek elektronov se v katodni cevi z dolžino 25 cm giblje s hitrostjo $6{,}5 \cdot 10^6$ m/s v vodoravni smeri. Koliko nižje priletijo elektroni na fluorescentni zaslon zaradi gravitacije? Primerjajte te premike z velikostjo atoma.

Odgovor: $7 \cdot 10^{-15}$ m

2. Letalski vijak s polmerom 1,2 m se vrti s frekvenco 2000 vrtljajev na minuto. Izračunajte hitrost točke na robu vijaka.

Odgovor: 250 m/s

3. Kamen, ki ga z višine 2,5 m nad tlemi vržemo v vodoravni smeri, pade na tla v razdalji 10 m od kraja meta. Izračunajte njegovo začetno in končno hitrost.

Odgovor: 14 m/s
16 m/s

4. Kolikšen je radialni pospešek točke na ekvatorju zaradi dnevnega vrtenja Zemlje? Kolikokrat večja bi morala biti frekvenca vrtenja, da bi bil radialni pospešek enak *g*? Polmer Zemlje je 6400 km.

Odgovor: $3{,}4 \cdot 10^{-2}$ m/s^2
17 krat

5. Kolikšna bi bila dolžina dneva, če bi se začela Zemlja vrteti s tolikšno kotno hitrostjo, da bi telesa na njenem ekvatorju lebdela?

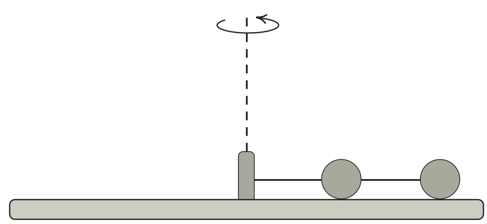
Odgovor: 84 minut

6. Zemlja se giblje po krožnici okrog Sonca. Radij krožnice je 150 milijonov km. S kolikšno hitrostjo se giblje Zemlja? Kolikšen je njen pospešek?

Odgovor: 30 km/s
$5{,}9 \cdot 10^{-3}$ m/s^2

7. Utéži z maso po 50 g ležita na gladki vodoravni plošči, ki se vrti s kotno hitrostjo 3 s^{-1}, kakor kaže slika. Z osjo sta povezani z dvema vrvicama, dolgima po 20 cm. S kolikšno silo je napeta vrvica, ki povezuje prvo utež s središčem? Kolikšna je napetost v vrvici, ki povezuje obe uteži?

Odgovor: 0,27 N
0,18 N



8. Utež z maso *m* niha na niti z dolžino *l*. V trenutku, ko oklepa nit z navpičnico kot α, je hitrost uteži *v*. Kolikšna sila takrat nateza nit?

Odgovor: $F = mg\cos\alpha + \dfrac{mv^2}{l}$

9. S kolikšno hitrostjo vozi vlak po ovinku s krivinskim polmerom 400 m, če se nihalo, obešeno na stropu vagona, odkloni za kot 6° od navpičnice?

Odgovor: 74 km/h

10. Utež z maso 50 g obesimo na 1 m dolgo vrvico in jo zavrtimo tako, da se giblje v vodoravni ravnini. Kot med vrvico in navpičnico je 30°. Kolikšen je obhodni čas uteži? S kolikšno silo je napeta vrvica?

Odgovor: 1,8 s
0,57 N

11. Pod kolikšnim kotom moramo vreči kamen s hitrostjo 14 m/s, da bo domet 10 m?

Odgovor: 15° ali 75°

12. Avtomobil vozi enakomerno s hitrostjo 20 m/s. Kolikšen je pospešek točk na obodu njegovega kolesa? Polmer kolesa je 0,25 m.

Odgovor: 1600 m/s^2

9. OPAZOVANJE GIBANJA V GIBAJOČIH SE OPAZOVALNIH SISTEMIH

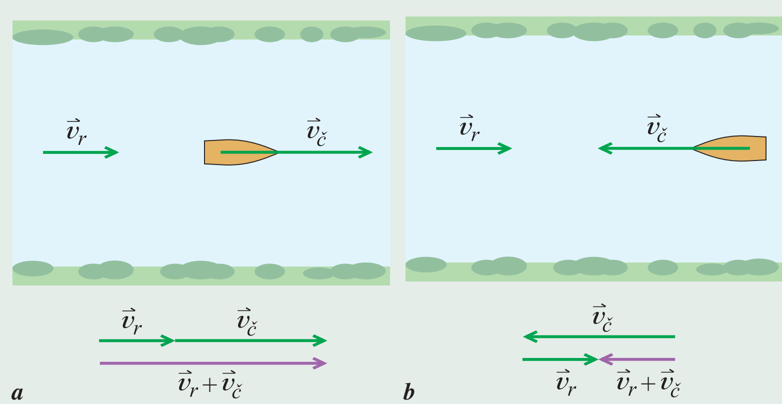
Predstavljajmo si, da se peljemo z vlakom in opazujemo druge potnike, ki se med vožnjo sprehajajo po vagonu. Njihovo gibanje lahko opazuje tudi človek, ki stoji ob progi. Gibanje ljudi po vagonu se zanj sestavlja z gibanjem vagona.

Telesa v vagonu lahko primerjamo s čolnom na mirni reki. Reka ga nosi s seboj, in ko motor ne teče, ima čoln glede na breg hitrost, s kakršno teče reka. Ker se čoln giblje glede na reko, se to gibanje za opazovalca na bregu sestavlja z gibanjem reke.

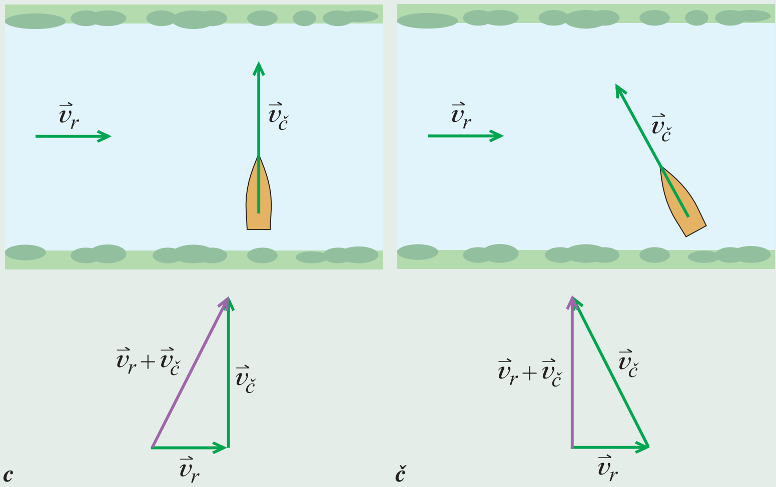
Zgled

Čoln na reki ima hitrost 2 m/s, reka pa teče s hitrostjo 0,5 m/s. Kolikšna je hitrost čolna glede na breg, če se giblje s tokom? Kolikšno hitrost ima pri gibanju proti toku? Kaj pa, če se giblje pravokotno na tok?

Hitrost čolna glede na breg predstavimo kot vektorsko vsoto hitrosti reke glede na breg in čolna glede na reko. Pri gibanju s tokom se hitrost reke prišteje k hitrosti čolna po reki (slika 9.1 a). Čoln se tako premika s hitrostjo 2,5 m/s. Pri gibanju proti toku je hitrost čolna glede na breg zmanjšana za hitrost reke in je torej 1,5 m/s (slika 9.1 b). V primeru c) sta hitrost reke in hitrost čolna



Slika 9.1 *Hitrost čolna na reki pri gibanju s tokom (a) in proti toku (b).*



***Slika 9.1** Hitrost čolna na reki pri gibanju pravokotno na tok (c) in pravokotno na breg (č).*

pravokotni druga na drugo. Hitrost čolna glede na breg je vektorska vsota hitrosti čolna in reke (slika 9.1 c). Novo velikost hitrosti določimo po Pitagorovem izreku. To je 2,1 m/s.

Vprašajmo se še, v katero smer mora biti obrnjen čoln, da lahko reko prečka v pravokotni smeri. Slika 9.1 č kaže, da mora biti čoln obrnjen tako, da komponenta njegove hitrosti v smeri toka uravnovesi hitrost reke. Komponenta hitrosti čolna pravokotno na reko je tedaj 1,9 m/s. To je tudi hitrost čolna glede na breg.

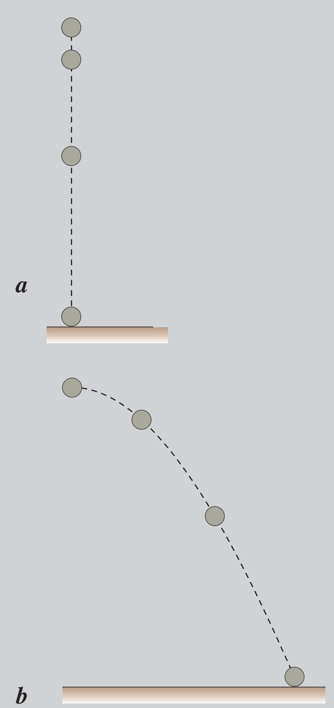
Vzemimo, da se giblje vlak enakomerno po vodoravni premi progi. To se sicer dogaja zelo redko, le tedaj, kadar je vožnja počasna.

Fizikalna dogajanja na vlaku so tedaj natanko taka kakor na mirujočem vlaku ali na mirujočih tleh. Skladajo se z zakonom o ravnovesju in z II. Newtonovim zakonom.

Gibanje žoge, ki jo na igrišču spustimo iz rok tako, da prosto pade, je enako gibanju žoge, ki jo spustimo v gibajočem se vagonu. Oboje uravnava teža. Gibanje vlaka kot celote prostega padanja v vagonu ne spremeni.

Za opazovalca ob progi se gibanje teles v vlaku sestavlja z gibanjem vlaka. Žoga, ki za opazovalca v vagonu pada enakomerno pospešeno v navpični smeri, se za opazovalca ob progi giblje hkrati z vagonom še enakomerno v vodoravni smeri (slika 9.2). Pot žoge je zanj enaka póti žoge, ki bi jo v vodoravni smeri vrgel s hitrostjo, kakršno ima vlak. Tudi to gibanje je enakomerno pospešeno, pospešek je v obeh primerih težni pospešek, ki je posledica teže žoge.

Opazovalni sistemi, v katerih veljata zakon o ravnovesju in II. Newtonov zakon, se imenujejo **inercialni** opazovalni sistemi. Drug proti drugemu se lahko gibljejo premo in enakomerno.



***Slika 9.2** Prosto padanje žoge v vagonu, ki se enakomerno giblje: posneto v vagonu (a) in ob progi (b).*

Opazovanja v enem sistemu lahko primerjamo z opazovanji v drugem, če upoštevamo njuno medsebojno enakomerno gibanje.

Predstavljajmo si še opažanja potnika v pospešenem avtu in jih primerjajmo z opažanji opazovalca ob cesti.

Za opazovalca ob cesti se telesa, ki mirujejo v avtu, gibljejo pospešeno. Pospešujejo jih sile, s katerimi delujejo nanje ogrodje avta ali sedeži.

Opazovalec v avtu čuti sile, s katerimi ga potiskajo ogrodje avta ali sedeži. Kljub temu pa se glede na avto ne premika. Hkrati lahko opazi, da se mu telesa v okolici pospešeno približujejo, sil, ki te pospeške povzročajo, pa ne more najti. Opazovalec v pospešenem sistemu tako ne more uporabiti Newtonovih zakonov, ki smo jih spoznali v inercialnih sistemih.

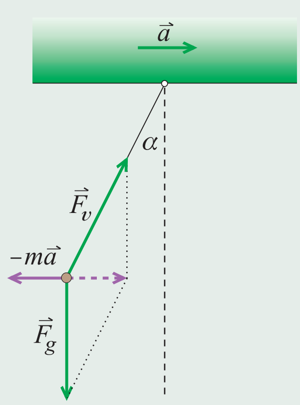
Primerjava z inercialnim sistemom pa mu pomaga do rešitve. Takole si razlaga:

Dogajanja v pospešenem sistemu lahko pojasnimo, če privzamemo, da na vsa telesa v pospešenem sistemu delujejo sile, ki imajo nasprotno smer kakor pospešek sistema in so sorazmerne s pospeškom. Sorazmernostni koeficient je masa telesa. Te sile imenujemo sistemske sile.

O gibanju telesa v pospešenem sistemu odloča rezultanta te sistemske sile in sil teles v okolici. Z vključitvijo sistemskih sil spet lahko uporabimo Newtonove zakone mehanike.

Zgled

Opazovalec v pospešenem sistemu lahko z opazovanjem mirujočih teles v sistemu določi pospešek sistema. Vzemimo za zgled potnika v vagonu. Vrvico z utežjo pritrdi na strop in opazuje njeno lego. V mirujočem vagonu ali v vagonu, ki se giblje premo in enakomerno, ima vrvica navpično lego. Ko pa se vagon giblje pospešeno, se vrvica nagne v smer, ki je nasprotna smeri pospeška (slika 9.3).



Slika 9.3 *Viseča utež na vlaku, ki se pospešeno giblje.*

Ker utež glede na vagon miruje, mora biti po zakonu o ravnovesju vsota sil nič. Težo in silo vrvice uravnoveša sistemska sila. Njena velikost je

$$ma = mg\,\mathrm{tg}\,\alpha\,.$$

Iz tega je pospešek

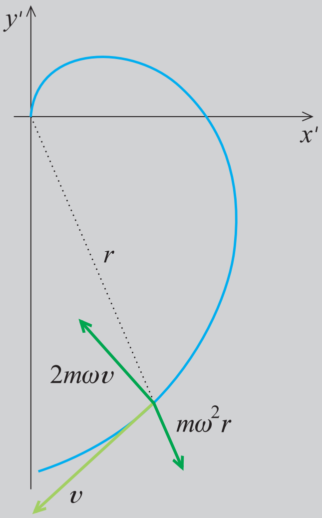
$$a = g\,\mathrm{tg}\,\alpha\,.$$

Smer pospeška je nasprotna smeri sistemske sile; ima torej smer rezultante teže in sile vrvice.

Pospešek kaže tudi gladina vode v odprti posodi. V mirujoči posodi ali v posodi, ki se giblje enakomerno, je gladina vode vodoravna, torej pravokotna na težo, ki deluje na delce na gladini. V posodi, ki se giblje pospešeno, pa se postavi pravokotno na rezultanto teže in sistemske sile, ki deluje na delce na površju (slika 9.4).

Slika 9.4 *Gladina vode v vrteči se posodi.*

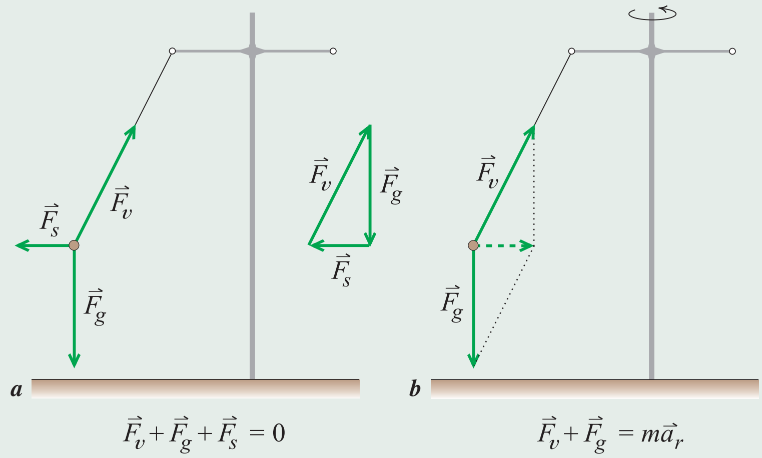
Še posebej skrivnostno se zdi gibanje teles, ki ga opazujemo v vrtečem se opazovalnem sistemu. Slika 9.5 kaže pot telesa, ki se giblje premo in enakomerno v smeri osi y po vodoravni ravnini. Takšna je videti iz koordinatnega sistema, ki se vrti v tej ravnini enakomerno okoli navpične osi z v izhodišču v smeri, ki je nasprotna smeri vrtenja urinega kazalca. Gibanje telesa razložimo kot posledico delovanja sistemskih sil, ki delujeta v vrtečem se koordinatnem sistemu. To sta **centrifugalna sila**, ki je po velikosti enaka $m\omega^2 r$ in kaže stran od osi sistema, in **Coriolisova sila**, ki je pravokotna na hitrost in po velikosti enaka $2m\omega v$. Na sliki sta označeni smeri sil. Na telo, ki miruje v vrtečem se sistemu, deluje od obeh le centrifugalna sila; ta uravnoveša sile okoliških teles, ki silijo telo v kroženje.



Slika 9.5 *Centrifugalna in Coriolisova sila.*

Zgled

Verige s sedeži so na vrtečem se vrtiljaku nagnjene od navpičnice. Kako si to razlagamo v vrtečem se sistemu in kako v inercialnem, ki miruje glede na tla?



Slika 9.6 *Sile na sedež na vrtiljaku v vrtečem se sistemu (a) in v inercialnem sistemu (b).*

V koordinatnem sistemu, ki se vrti skupaj z vrtiljakom, sedež miruje. Nanj poleg teže in sile verige deluje centrifugalna sila (slika 9.6 a). Ker so vse tri sile v ravnovesju, mora biti

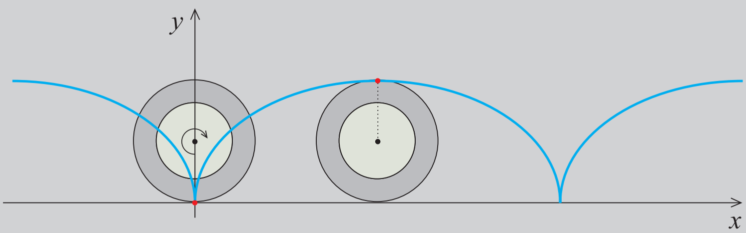
$$m\omega^2 r = F_g \operatorname{tg}\alpha = mg \operatorname{tg}\alpha .$$

V mirujočem sistemu sedež enakomerno kroži. Po II. Newtonovem zakonu se morata zunanji sili, to sta teža in sila verige, sestaviti v centripetalno silo (slika 9.6 b). To silo in težo povezuje enaka enačba kot centrifugalno silo in težo v vrtečem se sistemu.

Centrifugalna sila in Coriolisova sila sta pomembni pri gibanjih na površju Zemlje in v ozračju. Ker se Zemlja vrti, je treba pri opazovanjih glede na Zemljino površje upoštevati tudi sistemske sile (slika 9.7).

Slika 9.7 *Slika ciklona.*

Za opazovanje si vedno izberemo opazovalni sistem, v katerem so zakonitosti najbolj preproste. Opazujmo npr. točko na obodu kolesa na avtu, ki pelje enakomerno mimo nas. Njeno pot kaže slika 9.8. Gibanje je zapleteno in kaže, da opazovalni sistem, ki je privezan na cesto, ni najprimernejši. Preprostejše je gibanje za opazovalca v avtu, ki ugotovi, da točka na obodu kolesa kroži okoli mirujoče osi. Sedaj tudi hitro vidimo, kako lahko razložimo zapleteno gibanje, ki ga kaže slika. Premikom točke pri vrtenju okoli osi moramo prišteti premike osi oziroma avta kot celote. Prav tako moramo hitrosti točke glede na avto prišteti hitrost avta glede na cesto (glej naslednji zgled).



Slika 9.8 *Pot točke na obodu kolesa, ki se kotali.*

Zgled

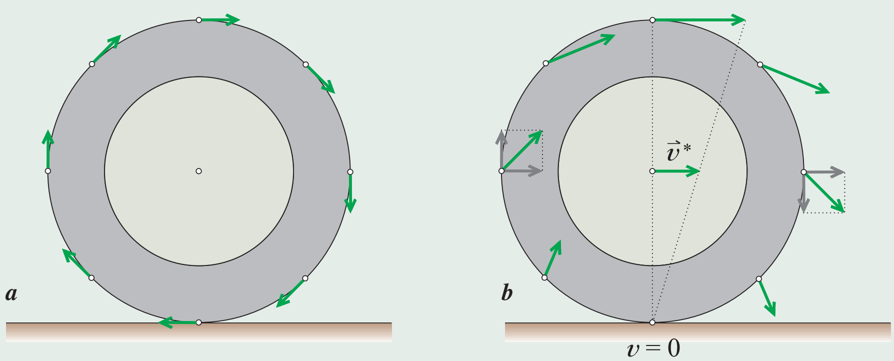
Slika 9.9 a kaže trenutne hitrosti točk na obodu kolesa glede na avto. Njihove hitrosti glede na cesto dobimo, ko jim prištejemo hitrost avta glede na cesto. Ta je po velikosti enaka hitrosti obodnih točk. To vidimo takole. Pri enem vrtljaju kolesa se avto premakne naprej ravno za obseg kolesa. Če je v hitrost avta, mora biti torej

$$vt_0 = 2\pi r\,,$$

in hitrost

$$v = \frac{2\pi}{t_0} r = \omega r\,,$$

torej enaka hitrosti na obodu kolesa. Sestav hitrosti na obodu in hitrosti avta kaže slika 9.9 b. Vidimo, da je trenutna hitrost točke na stiku kolesa in tal enaka nič, hitrost točke na nasprotni strani pa je dvakrat tolikšna kot hitrost avta.



Slika 9.9 *Hitrost točk na obodu avtomobilskega kolesa: glede na avto (a) in glede na cesto (b).*

Največkrat poleg mirujočega sistema uporabljamo opazovalni sistem, ki je vezan na težišče telesa (glej poglavje o gibalni količini).

10. GRAVITACIJA

ZEMLJINA GRAVITACIJA

Teža teles na površju Zemlje (slika 10.1) je posledica Zemljine **težnosti** ali **gravitacije**.

Slika 10.1 *Plezalca z maso 70 kg vleče Zemlja proti dnu stene s silo okoli 700 N.*

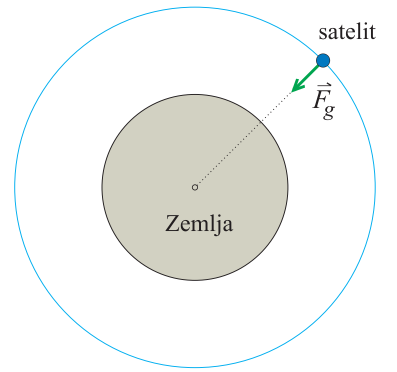
Spoznali smo že, da je teža sorazmerna z maso teles, pri čemer je sorazmernostni koeficient težni pospešek

$$g = 9{,}81\ \mathrm{m/s^2} = 9{,}81\ \mathrm{N/kg}\,.$$

Pove nam, da Zemlja na vsak kilogram snovi na svojem površju deluje s silo 9,81 N, oziroma da vsa prosto padajoča telesa pospešuje s pospeškom 9,81 m/s^2. Ta podatek je merilo za **jakost težnosti** ali **gravitacije** oziroma za **jakost gravitacijskega polja** na površju Zemlje. Ko govorimo o gravitacijskem polju, imamo v mislih prostor, v katerem na vsakem mestu na telesa deluje gravitacijska sila, ki je sorazmerna z maso telesa. Na zemeljskem površju gravitacijsko silo enačimo s težo teles.

Zemljina gravitacija pa ni omejena le na površje Zemlje, ampak se širi daleč v vesoljski prostor. Omogoča npr. kroženje umetnih satelitov in kroženje Lune. Obhodni časi krožečih satelitov in Lune kažejo, kako se jakost Zemljine gravitacije spreminja z oddaljenostjo od Zemlje.

Razmislek je naslednji. Zemljina gravitacija je odločilna za gibanje teles v bližnji okolici Zemlje. Telesa, ki krožijo okoli Zemlje, prav Zemlja privlači s potrebno centripetalno silo. Telo z maso m, ki kroži s hitrostjo v po krožnici z radijem r okoli središča Zemlje, mora torej Zemlja privlačiti s silo, po velikosti enako $m\frac{v^2}{r}$.



Slika 10.2 Sila Zemlje na krožeči satelit.

Da je sklep pravilen, se lahko prepričamo pri umetnih satelitih, ki krožijo v majhni višini nad Zemljo. Izračunajmo, kolikšna je hitrost satelita in kolikšen je njegov obhodni čas.

Gravitacijska sila na satelit v majhni višini (slika 10.2) se le malo razlikuje od teže na površju, tako da smemo po prejšnjem zapisati:

$$mg = m\frac{v^2}{r},$$

in od tod

$$v = \sqrt{gr}.$$

Ko postavimo v enačbo za g vrednost na površju, to je 9,8 N/kg, in za r radij Zemlje, to je 6400 km, dobimo, da je hitrost v = 7,9 km/s. Obhodni čas satelita bi bil 84 min ali okoli 1,4 ure. To je res obhodni čas satelitov, ki krožijo v majhni razdalji od Zemlje, to je v višini med 100 in 200 km.

Pa izračunajmo še, kolikšna je jakost Zemljine gravitacije ob Luni, ki kroži okoli središča Zemlje v povprečni razdalji $3{,}8 \cdot 10^8$ m.

Vemo, da je obhodni čas Lune okoli Zemlje 27,3 dni. Iz tega izračunamo, da je hitrost Lune okoli 1,01 km/s, centripetalni pospešek pa $2{,}7 \cdot 10^{-3}$ m/s^2. Po prejšnjem je to tudi težni pospešek, ki kaže, da je jakost Zemljine gravitacije ob Luninem tiru

$$2{,}7 \cdot 10^{-3} \text{ N/kg},$$

kar je okroglo $^1/_{3600}$ jakosti na površju Zemlje. Lunin tir je okoli 60-krat bolj oddaljen od središča Zemlje kot zemeljsko površje.

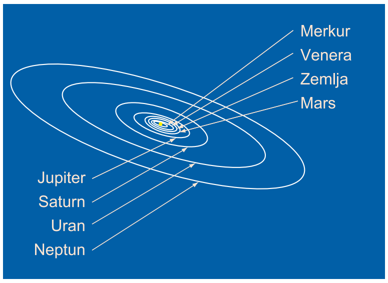
Iz tega bi lahko sklepali, da je jakost Zemljine gravitacije obratno sorazmerna s kvadratom razdalje od središča Zemlje. To nas preseneča, saj je videti, kakor da razsežnost Zemlje ne vpliva na njeno težnost. Za domnevo moramo poiskati še druge dokaze.

GIBANJE PLANETOV IN GRAVITACIJSKI ZAKON

Gravitacija ni samo lastnost Zemlje. Je osnovna sila, ki uravnava gibanje teles v vesolju (slika 10.3). Tako kakor smo lastnosti Zemljine gravitacije razbrali iz gibanja teles okoli Zemlje, lahko iz gibanja v vesolju razberemo lastnosti gravitacije drugih vesoljskih teles.

Slika 10.3 V galaksiji združuje zvezde gravitacijska sila.

Gibanje planetov v Osončju (slika 10.4) uravnava Sončeva gravitacija. Zakonitosti v gibanju planetov je konec 16. stoletja po



Slika 10.4 *Osončje.*

Da si bomo laže predstavljali relativne velikosti teles in razdalj v bližnjem vesolju, si predstavljajmo, da je Sonce veliko kot košarkarska žoga. Tedaj je

Merkur	$^1/_2$ bucikine glavice v razdalji 13 m
Venera	jabolčno seme v razdalji 25 m
Zemlja	jabolčno seme v razdalji 34 m
Mars	majhno jabolčno seme v razdalji 52 m
Jupiter	žogica za golf v razdalji 180 m
Saturn	žogica za namizni tenis v razdalji 320 m
Uran	frnikola v razdalji 650 m
Neptun	frnikola v razdalji 1000 m
najbližja zvezda	košarkarska žoga v razdalji 9300 km

pazljivem preučevanju do tedaj znanih opazovanj odkril Johannes Kepler (1571–1630). Zapisal jih je takole:

1. Planeti se gibljejo okoli Sonca po elipsah s Soncem v enem gorišču.

2. Zveznica med planetom in Soncem opiše v enakih časih enake ploščine.

3. Razmerje med kubom velike polosi elipse in kvadratom obhodnega časa je za vse planete enako.

Spodnja tabela kaže nekaj podatkov za bližnje planete Osončja.

Iz podatkov v tretjem stolpcu lahko razberemo pravilnost 3. Keplerjevega zakona.

Podatki za bližnje planete Osončja

Planet	**Velika polos** a **[· 10⁶ km]**	**Obhodni čas** t_0 **[dnevi]**	a^3/t_0^2 **[· 10^{19} km³/dan²]**
Merkur	57,9	87,96	2,51
Venera	108,2	224,68	2,51
Zemlja	149,6	365,26	2,51
Mars	227,9	686,95	2,51
Jupiter	778,3	4337	2,51
Saturn	1427,0	10760	2,51

Iz Keplerjevih zakonov lahko razberemo, kako Sončeva gravitacija pojema z razdaljo od središča Sonca.

Razmišljanje si poenostavimo, če si mislimo, da planeti enakomerno krožijo. Planetne poti so res skoraj krožne in gibanje se le malo razlikuje od enakomernega. Vzemimo, da je hitrost planeta v in radij krožne poti r. Podobno kakor je teža teles na Zemlji sorazmerna z maso teles, je gravitacijska sila Sonca na planet sorazmerna z maso planeta, tako da lahko zapišemo

$$F_s = g_s m_p ,$$

kjer sorazmernostni koeficient g_S predstavlja **jakost Sončeve gravitacije**. Ker planet pod vplivom gravitacijske sile Sonca enakomerno kroži, mora biti

$$g_s m_p = m_p \frac{v^2}{r} .$$

Iz enačbe izračunamo neznani g_S. Ko izrazimo hitrost z obhodnim časom $v = \frac{2\pi r}{t_0}$, dobimo, da je

$$g_s = \left(4\pi^2 \frac{r^3}{t_0^2} \right) \frac{1}{r^2} .$$

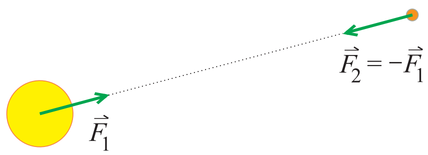
V izrazu v oklepaju nas kvocient med kubom radija in kvadratom obhodnega časa spominja na kvocient med kubom velike polosi elipse in kvadratom obhodnega časa planeta, ki je po 3. Keplerjevem zakonu enak za vse planete. Res lahko to dvoje zamenjamo. Iz tega sklepamo, da jakost Sončeve gravitacije pojema s kvadratom razdalje od središča Sonca, podobno kakor pojema jakost Zemljine gravitacije s kvadratom razdalje od središča Zemlje. Sorazmernostni koeficient – izraz v oklepaju – ima za Osončje značilno vrednost:

$$9{,}91 \cdot 10^{20}\ \mathrm{km^3/dan^2} = 1{,}33 \cdot 10^{20}\ \mathrm{m^3/s^2} = 1{,}33 \cdot 10^{20}\ \mathrm{Nm^2/kg}.$$

V razdalji 150 milijonov kilometrov, kolikor meri radij Zemljine poti okoli Sonca, je jakost Sončeve gravitacije po zgornjem okoli $5{,}9 \cdot 10^{-3}$ N/kg. Iz podatka, da je masa Zemlje $6{,}0 \cdot 10^{24}$ kg, izračunamo še, da je sila Sonca na Zemljo $3{,}6 \cdot 10^{22}$ N. Predstavljamo si, da je prijemališče te sile v središču Zemlje in da je usmerjena proti središču Sonca.

Alica v Čudežni gravitacijski deželi

Na površju Sonca je jakost gravitacije okoli 270 N/kg. Tolikšna gravitacija že povzroči neznatno ukrivitev svetlobnih poti. S površja zgoščenih zvezd – črnih lukenj – pa svetloba sploh ne more. Pravljično življenje v okolju s spremenljivo gravitacijo v Čudežni deželi ponazarja slika. Alica, Marčni zajec, Klobučar in mačka Režalka iz zgodbe Aličine dogodivščine v Čudežni deželi so se zbrali na čajanki v okoliščinah običajne Zemljine gravitacije (prva slika). Če jakost gravitacijskega polja zmanjšujemo, že najmanjši gib povzroči lebdenje v zraku. Čaj se spremeni v lebdeče kroglice (druga slika). Ko se jakost gravitacijskega polja vrne na »1 g«, prijatelji padejo na tla, čaj pa začne »deževati« (tretja slika). Pri jakosti gravitacijskega polja nekaj »g« se ne morejo več premakniti (četrta slika). Snop svetlobe iz svetilke pa ostaja ves čas nespremenjen. Zdaj iz prijaznosti umaknimo naše prijatelje. Pri jakosti gravitacijskega polja »10^9 g« se svetlobni žarek ukrivi, Čudežna dežela pa se spremeni v črno luknjo (peta slika).



Slika 10.5 *Sonce in planet se medsebojno privlačita.*

Privlak med Soncem in planetom je vzajemen. To npr. pomeni, da tudi Zemlja privlači Sonce s silo $3{,}6 \cdot 10^{22}$ N. Sila ima prijemališče v središču Sonca in je nasprotna sili, s katero Sonce privlači Zemljo; usmerjena je proti središču Zemlje (slika 10.5).

Po II. Newtonovem zakonu je sila Sonca na planet sorazmerna z maso planeta, sila planeta na Sonce pa sorazmerna z maso Sonca. Ker gre za dve enako veliki sili, sklepamo, da je velikost sil sorazmerna s produktom obeh mas. Tako dobimo za silo med Soncem in planetom naslednjo zakonitost:

$$F = \frac{Gm_S m_p}{r^2},$$

ki predstavlja **Newtonov gravitacijski zakon**. Pravi, da je sila med Soncem in planetom sorazmerna s produktom mas obeh teles in obratno sorazmerna s kvadratom razdalje med njunima središčema (I. Newton, 1687). Konstanta G je **gravitacijska konstanta.**

Z Newtonovim gravitacijskim zakonom podrobneje opredelimo prej omenjeno jakost gravitacije. Za silo Sonca na planet dobimo iz zakona izraz

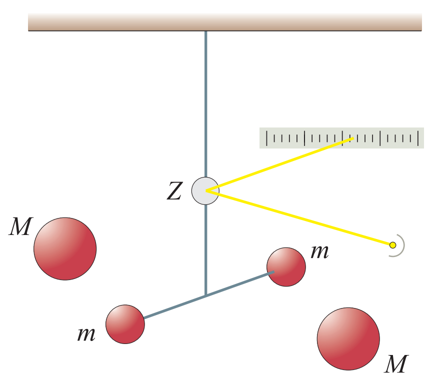
$$F_S = \frac{Gm_S}{r^2} m_p = g_S m_p,$$

ki kaže, da je jakost Sončeve gravitacije sorazmerna z maso Sonca

$$g_S = \frac{Gm_S}{r^2}.$$

Izvir gravitacije je torej treba iskati v masi teles.

Gravitacijski privlak pa ni kaka posebna lastnost vesoljskih teles, privlačijo se vsa telesa. Sila med telesi z majhno maso je neznatna, vendar omogoča določitev gravitacijske konstante. Angleški znanstvenik Henry Cavendish je leta 1798 napravil tale eksperiment. Na konca dva metra dolge lahke prečke je pritrdil svinčeni kroglici, prečko pa obesil na tanko žico. Ko je kroglicama na krajiščih prečke z nasprotnih strani približal težki krogli, se je prečka odklonila. Odklon je določil iz premika svetlobnega zajčka, ki ga je dobil z odbojem curka svetlobe na zrcalcu, nameščenem na sredini prečke (slika 10.6). Iz odklona je lahko določil gravitacijsko konstanto. Kljub navidezni preprostosti poskusa je bilo potrebno mnogo truda, da je uspelo določiti sedaj sprejeto vrednost gravitacijske konstante



Slika 10.6 *Cavendisheva tehtnica.*

$$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \mathrm{Nm^2/kg^2}.$$

Gravitacijski zakon omogoča globlje razumevanje pojavov in razmer v bližnjem in daljnem vesolju. Nekaj o tem v spodnjih zgledih.

? Kako občutljiva mora biti naprava, s katero lahko izmerimo gravitacijsko silo med svinčenima kroglama s premeroma 2 cm in 6 cm v razdalji 5 cm med središčema?

Zgled

Zgodba pravi, da je Newtona na gravitacijski zakon napeljalo opazovanje padajočega jabolka (slika 10.7). Povezava med gravitacijskim zakonom in težnim pospeškom res ni kar tako. Pomaga nam določiti celó maso Zemlje.

Jakost Zemljine gravitacije na površju Zemlje poznamo kot težni pospešek, $g = 9{,}8$ N/kg. Po prejšnjem lahko izenačimo

$$g = \frac{Gm_Z}{r^2}$$

in izračunamo, da je masa Zemlje

$$m_Z = \frac{gr^2}{G} = 6{,}0 \cdot 10^{24}\ \text{kg}\,.$$

Uporabili smo še podatek, da je površje Zemlje 6400 km od središča.

Na podoben način iz podatka, da je ob Zemljinem tiru, to je v razdalji $1{,}5 \cdot 10^{11}$ m od središča Sonca, jakost gravitacije $5{,}9 \cdot 10^{-3}$ N/kg, izračunamo, da je masa Sonca

$$m_S = \frac{g_S r^2}{G} = 2 \cdot 10^{30}\ \text{kg}\,.$$

Slika 10.7 *Newton opazuje padajoče jabolko (delo japonskega slikarja Hosaia iz leta 1869).*

Breztežno stanje

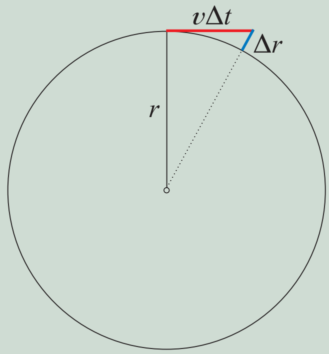
Videli smo že, da bi prišlo do breztežnega stanja v dvigalu, ki bi prosto padalo. To pomeni, da med telesi v dvigalu ne bi bilo sil, ki bi bile posledica teže teles. V tem smislu je v breztežnem stanju tudi notranjost teles, ki se prosto gibljejo nad površjem Zemlje. Breztežno stanje opazujemo tudi v umetnih satelitih, ki krožijo okoli Zemlje .

Satelit, ki se giblje po krožnem tiru, namreč neprestano pada. Njegovo gibanje si mislimo sestavljeno iz gibanja v smeri tangente in hkratnega padanja v radialni smeri, ki zagotavlja, da je radij krožne poti konstanten. O tem nas prepriča kratek račun. Slika kaže premik satelita v kratkem času Δt. Hkrati s tangentnim premikom $v\Delta t$ opravi še radialni premik Δr. Tega izračunamo iz označenega pravokotnega trikotnika. Po Pitagorovem izreku je

$$(r + \Delta r)^2 = r^2 + (v\Delta t)^2\,.$$

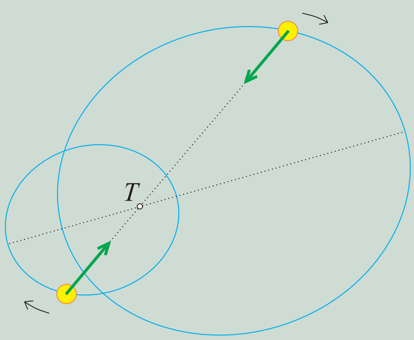
Ker je radialni premik v kratkih časih, ki jih imamo v mislih, zanemarljiv v primerjavi z radijem tira, pri razvoju zgornjega izraza zanemarimo člen $(\Delta r)^2$ in izračunamo:

$$\Delta r = \frac{1}{2}\left(\frac{v^2}{r}\right)(\Delta t)^2\,.$$



V izrazu prepoznamo premik pri enakomerno pospešenem gibanju. Pospešek je radialni pospešek, ki je v tem primeru posledica gravitacije in ga izenačimo s težnim pospeškom. Izraz torej potrjuje trditev, da satelit, ki enakomerno kroži okoli Zemlje, v resnici neprestano pada proti njej in je zato njegova notranjost v breztežnem stanju. To pomeni, da hkrati z lupino satelita padajo tudi telesa v njem.

Podobno so v bretežnem stanju planeti, ki krožijo okoli Sonca. Med deli planeta ni sil, ki bi bile posledica gravitacije Sonca.



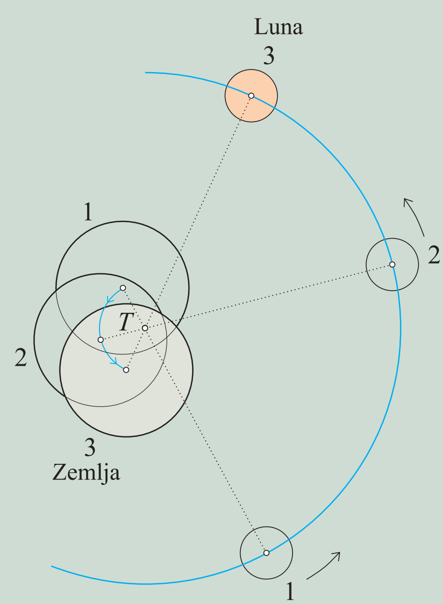
Zvezdi v dvojici se gibljeta po elipsah, ki imata skupno gorišče v težišču sistema.

Dvojice zvezd

Doslej smo gibanje planetov v Osončju obravnavali kot gibanje okoli mirujočega Sonca. V resnici se giblje tudi Sonce, saj ga privlačijo sile planetov. Vzajemno gibanje nebesnih teles je najbolj očitno pri zvezdnih dvojicah, kjer se zvezdi gibljeta okoli skupnega masnega središča.

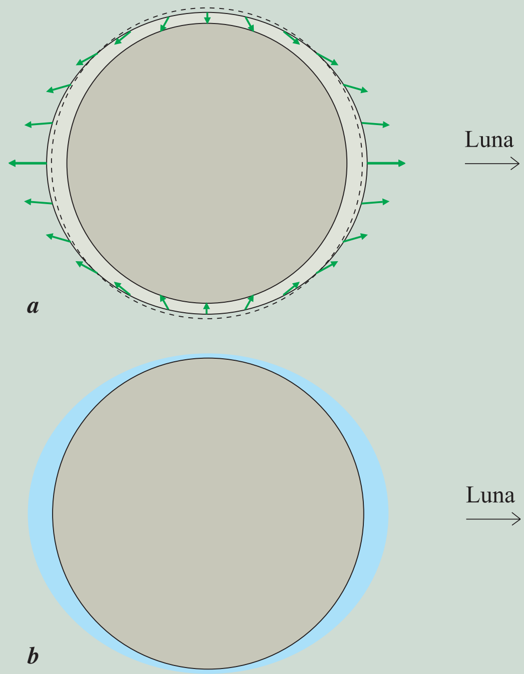
Plima in oseka

Tudi Luna in Zemlja krožita okoli skupnega masnega središča, ki je na zveznici med središčema teles v razdalji 4700 km od središča Zemlje. Tako kakor Luna tudi Zemlja obkroži to točko v približno 28 dneh. Potrebna centripetalna sila je gravitacijska sila Lune.



Trenutni legi Zemlje in Lune pri gibanju okoli težišča.

Po prejšnjem bi lahko trdili, da je Zemlja pri kroženju okoli skupnega masnega središča v breztežnem stanju. Zaradi razsežnosti Zemlje, ki ni zanemarljiva v primerjavi z razdaljo do Lune, pa breztežno stanje ni zagotovljeno za vse dele Zemlje. Dele Zemlje, ki so obrnjeni proti Luni, privlači Luna bolj, dele, ki so obrnjeni stran, pa manj kakor osrednje dele.

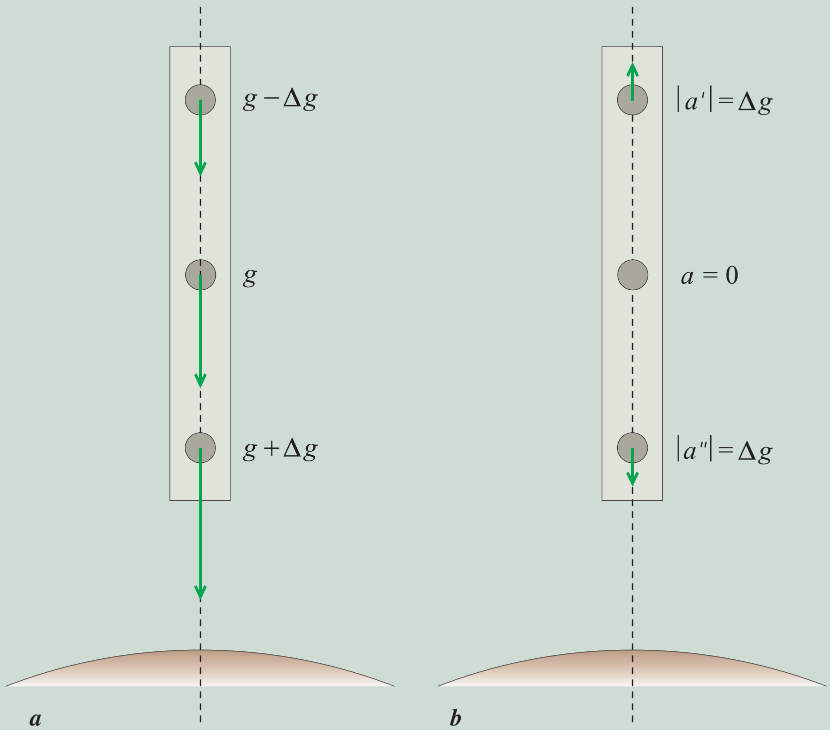


Plimske sile na Zemljinem površju (a) ter plimska hriba in dola (b).

Posledica tega so **plimske sile**, ki delujejo v smeri proti zveznici med Zemljo in Luno (slika a). Sile so majhne in trdne skorje ne morejo premakniti, povzročijo pa gibanje vode v oceanih. Zaradi njih imamo **plimo** in **oseko**. Hriba plime se oblikujeta v smeri proti Luni in stran od nje, dola oseke pa sta pravokotna nanju (slika b). Ko se Zemlja v enem dnevu zavrti okoli osi, plimska hriba dvakrat zadeneta obale morij. Razlika med plimo in oseko na oceanih je okoli 0,5 m, v nekaterih zalivih pa tudi 10 m in več.

Ladje v zalivu Fundy ob plimi in oseki.

Razmere so podobne kakor v zelo visokem, ozkem dvigalu, ki bi prosto padalo. Pospešek dvigala bi določala gravitacijska sila s prijemališčem v težišču. Prosta telesa, ki bi bila nižje od težišča, bi padala z večjim pospeškom, telesa, ki bi bila višje od težišča, pa z manjšim pospeškom. Prva in druga bi se zato pospešeno odmikala od težišča dvigala, kar bi imeli za posledico plimskih sil.



a) Pospešek dvigala, ki prosto pada proti Zemlji, in teles v njem.
b) Pospešek teles glede na prosto padajoče dvigalo.

VPRAŠANJA

1. Med vsemi telesi deluje gravitacijska sila. Zakaj vedno upoštevamo težo, ne upoštevamo pa drugih gravitacijskih sil med izbranim telesom in telesi v okolici?

2. Vesoljska sonda se giblje po zveznici od Zemlje proti Luni. Opiši, kako se med poletom spreminja skupna gravitacijska sila na sondo.

3. Zakaj izstreljujejo rakete z Zemlje v smeri od zahoda proti vzhodu? Zakaj je najbolj ugodno izstreliti raketo z ekvatorja?

4. Kako lahko določimo maso telesa v breztežnem prostoru?

5. Kako lahko v breztežnem prostoru ustvarimo »umetno« težnost?

6. Kako je v breztežnem stanju s silami v tekočinah in z vzgonom?

7. Sošolca razpravljata o teži kilogramskega telesa na dveh planetih z enako povprečno gostoto in z različnima polmeroma. Prvi trdi, da je pri večjem polmeru masa planeta večja in zato večja

teža telesa. Drugi to trditev zavrača, češ da je oddaljenost telesa od središča planeta večja, torej je gravitacijska privlačnost manjša in teža telesa tudi manjša. Kdo ima prav, prvi ali drugi? Svojo odločitev utemelji bolje kakor sošolca.

NALOGE

1. Dve železni krogli s premerom 10 cm postavimo tako, da se dotikata. S kolikšno gravitacijsko silo deluje ena krogla na drugo? Gostota železa je 7,9 kg/dm^3.

Odgovor: $1{,}1 \cdot 10^{-7}$ N

2. Masa Lune je $7{,}4 \cdot 10^{22}$ kg. S kolikšno silo deluje Luna na človeka z maso 80 kg, ki stoji na Zemlji, če je razdalja med Luno in Zemljo $3{,}8 \cdot 10^{8}$ m?

Odgovor: $2{,}7 \cdot 10^{-3}$ N

3. Masa Marsa je $6{,}46 \cdot 10^{23}$ kg, njegov polmer pa $3{,}38 \cdot 10^{6}$ m. Kolikšna je jakost gravitacije na njegovem površju?

Odgovor: 3,8 N/kg = 3,8 ms^{-2}

4. Nekatere zvezde se proti koncu svojega razvoja zelo skrčijo. Kolikokrat se poveča gravitacijski pospešek na površju zvezde, če se njen polmer zmanjša na stotino prvotnega, masa pa ostane nespremenjena? Kaj pa v točki, ki je od središča skrčene zvezde oddaljena za toliko, kolikor je sprva meril polmer zvezde?

Odgovor: 10 000 krat
se ne spremeni

5. Polmer Zemlje je 6400 km. Na kateri višini nad površjem Zemlje je težni pospešek 2,0 m/s^2?

Odgovor: $7{,}8 \cdot 10^{3}$ km

6. Polmer Lune je 3,7-krat manjši od Zemljinega, masa pa 81-krat manjša od Zemljine. Kolikšen je težni pospešek na površju Lune?

Odgovor: 1,66 m/s^2

7. Geostacionarni satelit se giblje po krožnici v ravnini ekvatorja. Obhodni čas satelita je 24 ur, zato je stalno nad isto točko Zemlje. Kolikšen je radij satelitove krožnice?

Odgovor: $4{,}2 \cdot 10^{4}$ km

8. S kolikšno hitrostjo kroži umetni satelit v majhni višini nad planetom, katerega masa in polmer sta dvakrat večja od polmera in mase Zemlje?

Odgovor: 8 km/s (kot za Zemljo)

9. Na ekvatorju nekega kroglastega planeta tehta telo dvakrat manj kot na polu. Gostota planeta je $3 \cdot 10^{3}$ kg/m^3. Izračunaj čas, v katerem planet opravi en vrtljaj okrog osi.

Odgovor: 2 h 41,6 min

10. Kako daleč od Zemlje na zveznici med Soncem in Zemljo je točka, v kateri delujeta Sonce in Zemlja na izbrano telo z enako veliko silo? Masa Sonca je $3{,}2 \cdot 10^{5}$-krat večja od mase Zemlje, razdalja med središčema Sonca in Zemlje je 150 milijonov km.

Odgovor: $2{,}7 \cdot 10^{5}$ km

11. Dve zvezdi, vsaka z maso, ki je enaka masi Sonca, krožita po isti krožnici okrog skupnega težišča. Obhodni čas je 800 dni, zvezdi pa vidimo 0,1 kotne sekunde narazen. Kolikšen je radij krožnice in kako daleč od Zemlje sta zvezdi? Razdaljo izrazi s svetlobnimi leti.

Odgovor: $3{,}14 \cdot 10^{8}$ km
140 svetlobnih let

11. GIBALNA KOLIČINA

Med fizikalnimi količinami, ki so jih uvedli, da bi bolje razumeli gibanje teles, je na prvem mestu **gibalna količina**. Pravimo, da imajo gibalno količino gibajoča se telesa. Nanjo mislimo tedaj, ko rečemo, da imajo telesa zagon ali zalet. Definiramo jo kot produkt med maso in hitrostjo telesa:

gibalna količina = masa × hitrost,

zapisano s simboli:

$$G = mv\,.$$

Kakor hitrost je tudi gibalna količina vektor. Iz definicije sledi, da ima smer hitrosti. To poudarimo z zapisom

$$\vec{G} = m\vec{v}\,,$$

ki pove, da je pri izbranem telesu gibalna količina sorazmerna s hitrostjo, masa telesa pa je sorazmernostni koeficient. Iz definicije tudi sledi, da je enota za gibalno količino produkt enot za maso in hitrost, torej **kg m/s**.

Zgled

Izračunajmo gibalno količino nekaj gibajočih se teles. Za zgled vzemimo izstrelek z maso 10 g, ki se giblje s hitrostjo 50 m/s. Izračunamo, da ima gibalno količino

$$G = mv = 0{,}01\ \mathrm{kg} \cdot 50\ \mathrm{m/s} = 0{,}5\ \mathrm{kg\,m/s}\,.$$

Kilogramski disk, ki drsi po ledu, bi imel takšno gibalno količino pri hitrosti 0,5 m/s, 500-kilogramski avto pa pri hitrosti 1 mm/s.

Pojem gibalne količine razširimo na **sisteme** teles; s tem izrazom mislimo na dve telesi ali več. Tak sistem je npr. vlak, ki ga sestavljajo vagoni in lokomotiva. Kot sistem lahko obravnavamo tudi vozičke na zračni drči, ki jih uporabljamo pri šolskih poskusih.

Pogosto nas zanimajo sistemi teles, na katere okolica nima vpliva. Take sisteme imenujemo **sklenjene** ali tudi **izolirane**.

Gibalno količino sistema teles predstavlja vsota gibalnih količin posameznih delov. Gibalna količina vlaka je kar vsota gibalnih količin lokomotive in vagonov. V tem primeru imajo vsi deli enako hitrost.

Na splošno se lahko telesa v sistemu gibljejo z različnimi hitrostmi. Gibalna količina sistema je tedaj vektorska vsota vseh gibalnih količin. Sistem, v katerem se telesa z masami $m_1, m_2, m_3, \ldots$ gibljejo po vrsti s hitrostmi $\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3, \ldots$, ima tedaj gibalno količino

$$\vec{G} = m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 + m_3\vec{v}_3 + \ldots .$$

Zgleda

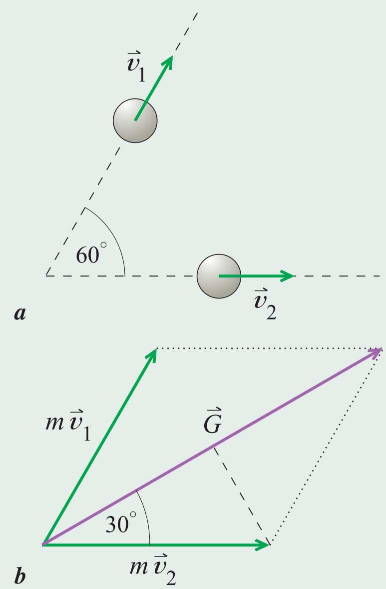
1. Voziček z maso 200 g se giblje proti desni s hitrostjo 0,5 m/s, voziček z maso 500 g pa proti levi s hitrostjo 0,3 m/s.

Za pozitivno vzemimo smer proti desni. Tedaj je gibalna količina prvega vozička 0,1 kg m/s, gibalna količina drugega vozička pa –0,15 kg m/s. Skupna gibalna količina je –0,05 kg m/s.

2. Krogli z maso po 250 g se gibljeta po trku s hitrostma po 1 m/s tako, da je kot med njima 60°(slika 11.1 a).

Gibalni količini krogel sta po velikosti enaki, po 0,25 kg m/s, in imata smeri hitrosti. Skupno gibalno količino dobimo po pravilu za vektorsko seštevanje (slika 11.1 b). Vidimo, da ima smer simetrale kota med obema komponentama, po velikosti pa je

$$G = 2mv\cos 30° = 0{,}43 \text{ kg m/s} .$$



***Slika 11.1** Smeri gibanja krogel (a) in njuna gibalna količina (b).*

OHRANITEV GIBALNE KOLIČINE

Za hitrost pravimo, da je **kinematična količina**, saj pove le to, kako hitro se spreminja lega telesa v prostoru. Gibalna količina, to je produkt mase in hitrosti, pa je **dinamična količina**. Povezana je z vztrajnostjo telesa v gibanju: večja ko je gibalna količina, manj je gibanje telesa občutljivo na zunanje vplive, to je na zunanje sile.

Če zunanjih sil ni ali pa je njihova vsota nič, telo miruje ali pa se giblje premo in enakomerno, kakor pravi zakon o ravnovesju. Iz tega sledi enakovreden **izrek** za gibalno količino.

Gibalna količina telesa, na katero ne delujejo zunanje sile ali pa so sile v ravnovesju, je konstantna:

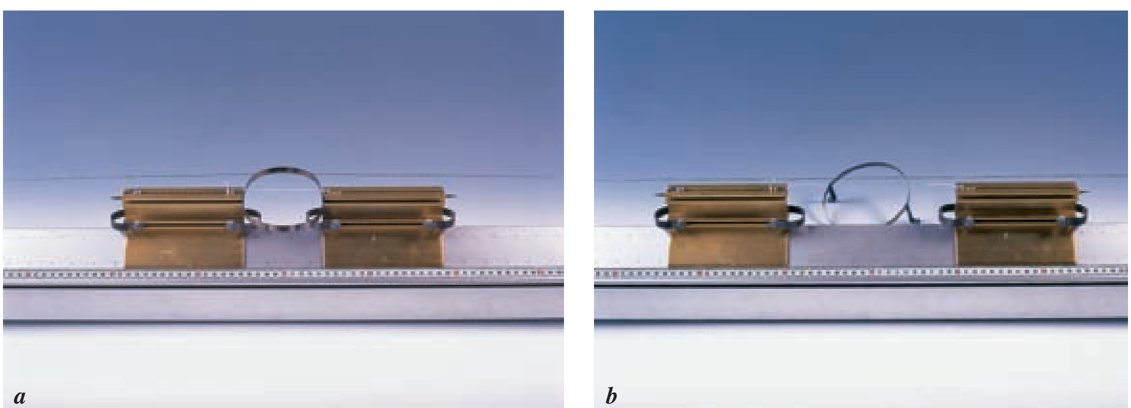
$$\vec{G} = \textbf{konst.}$$

Izreka za posamezno telo ni treba posebej dokazovati, prepričati pa se moramo, ali ga lahko uporabimo tudi za sisteme teles.

Oglejmo si naslednji poskus. Vzemimo dva enaka vozička, ki sta gibljiva skoraj brez trenja, npr. vozička na zračni drči. Vozička lahko obravnavamo kot sklenjen sistem, na katerega okolica nima vpliva. Na vozička sicer delujeta v navpični smeri teža in nasprotna sila drče, ki pa na gibanje v vodoravni smeri ne vplivata. Enega od vozičkov postavimo na sredo drče, da miruje, drugega pa poženemo proti njemu. Če sta vozička opremljena s prožnima odbijačema, se ob trku gibajoči se voziček ustavi, mirujoči pa se začne gibati z enako hitrostjo. Gibalna količina prvega vozička preide na drugi voziček, gibalna količina sistema pa ostane nespremenjena.

Poskus ponovimo tako, da namesto prožnih odbijačev namestimo na vozička kroglici plastelina. Pri trku se sedaj vozička sprimeta in se naprej gibljeta skupaj. Izmerimo, da je hitrost sprijetih vozičkov polovica hitrosti prvega vozička pred trkom. Ker je masa sprijetih vozičkov dvakrat tolikšna kot masa prvega vozička, je njuna gibalna količina enaka gibalni količini prvega vozička pred trkom. Torej ostane gibalna količina sistema tudi v tem primeru nespremenjena. Do enakega sklepa pridemo tudi v primeru, da vozička pri poskusu nimata enakih mas.

Oglejmo si še tale poskus. Na zračni drči mirujeta vozička, med katerima je stisnjena lahka vzmet (slika 11.2 a). Ko prežgemo vrvico, ki ju povezuje, se začneta vozička gibati vsaksebi (slika 11.2 b). Izmerimo njuni hitrosti in izračunajmo gibalni količini.



Slika 11.2 *Vozička na zračni drči pred odrivom (a) in po odrivu (b).*

Pri nekem poskusu je masa vozičkov po 0,3 kg. Vozička se začneta gibati vsaksebi s hitrostjo po 0,2 m/s. Hitrost prvega vozička naj bo pozitivna; tedaj je hitrost drugega negativna. Gibalni količini imata zato nasproten znak. Ker pa sta po velikosti enaki, je njuna vsota nič. Tudi ta izid kaže, da se gibalna količina sistema ne spremeni. V začetku, ko sta vozička mirovala, je bila nič, nič je tudi na koncu, ko se gibljeta vsaksebi.

Oglejmo si še nesrediščni trk dveh krogel, ki ga kaže slika 11.3 a. Z nje razberemo, da ima krogla z maso 200 g pred trkom hitrost 24 cm/s, krogla z maso 85 g pa hitrost 35 cm/s. Po trku je hitrost prve krogle 24 cm/s, hitrost druge pa 30 cm/s. Gibalni količini pred trkom sta tedaj 0,048 kg m/s oziroma 0,030 kg m/s, po trku pa 0,048 kg m/s oziroma 0,026 kg m/s. Predstavimo jih v primernem merilu z vektorji, ki so usmerjeni v smeri gibanja krogel (slika 11.3 b in c). Vidimo, da je vektorska vsota gibalnih količin pred trkom enaka vektorski vsoti gibalnih količin po trku.

Vsi ti in mnogi drugi poskusi kažejo, da je gibalna količina v sklenjenem sistemu teles oziroma v sistemu, pri katerem so zunanje sile v ravnovesju, konstantna. V tem smislu lahko razširimo izrek o gibalni količini, ki sledi iz zakona o ravnovesju, tudi na sisteme teles. Pogosto govorimo o **ohranitvi gibalne količine** v takem sistemu.

GIBALNA KOLIČINA IN II. NEWTONOV ZAKON

Telo, na katero delujejo zunanje sile s stalno rezultanto, se giblje enakomerno pospešeno, kar pomeni, da se mu hitrost enakomerno spreminja. Sklepamo, da se hkrati s hitrostjo enakomerno spreminja tudi gibalna količina.

Pa poglejmo, kolikšna je sprememba gibalne količine od začetka opazovanja do izbranega časa t.

Na začetku opazovanja naj ima telo hitrost v_1, na koncu pa v_2. Tedaj je sprememba gibalne količine

$$\Delta G = mv_2 - mv_1 = m(v_2 - v_1)\,.$$

Razliko hitrosti izrazimo s pospeškom telesa:

$$v_2 - v_1 = a\Delta t\,,$$

pa dobimo enačbo

$$\Delta G = ma\Delta t = F\Delta t\,.$$

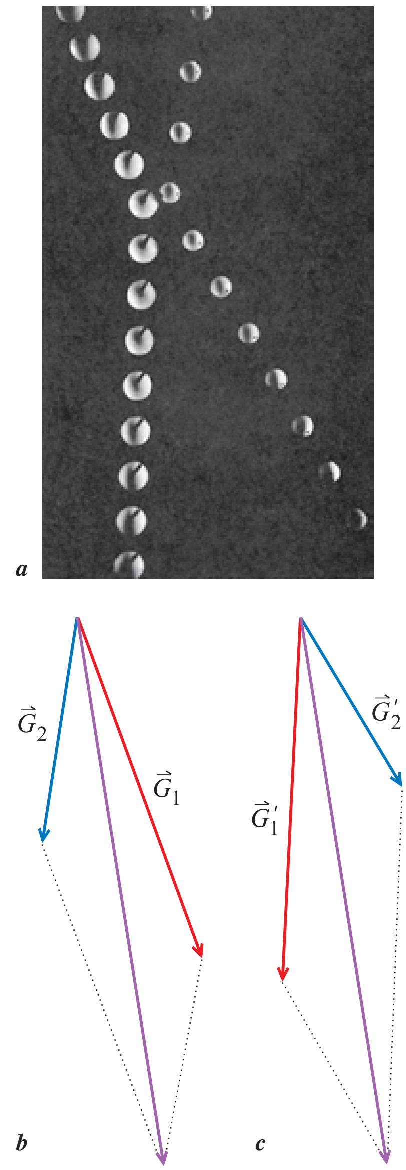
Upoštevali smo, da je po II. Newtonovem zakonu produkt med maso in pospeškom enak rezultanti sil, ki delujejo na telo. Enačba povezuje spremembo gibalne količine telesa s produktom med rezultanto sil in časom. Ta produkt imenujemo **sunek rezultante sil**.

Enačba izraža **izrek o gibalni količini**. Pravi, da je sprememba gibalne količine telesa enaka sunku rezultante zunanjih sil. Upoštevaje, da sta sila in gibalna količina vektorja, zapišemo izrek v obliki

$$\Delta\vec{G} = \vec{F}\Delta t\,,$$

ki poudarja, da ima vektor spremembe gibalne količine enako smer kakor rezultanta zunanjih sil.

Sila je lahko tudi spremenljiva in deluje le kratek čas. Slika 11.4 kaže potek sile pri trku vozička s prožnim odbijačem in toge stene.



Slika 11.3 Bliskovna fotografija trka dveh krogel (a) ter vsota njunih gibalnih količin pred trkom (b) in po njem (c).

Sunek rezultante sil je seveda enak vektorski vsoti sunkov posameznih sil, ki sestavljajo rezultanto. Vzemimo, da delujeta na telo dve sili in je

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2\,.$$

Sunek rezultante je tedaj

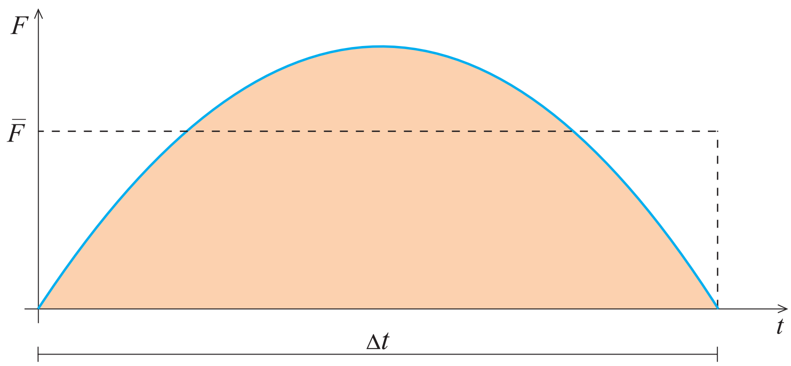
$$\vec{F}\Delta t = (\vec{F}_1 + \vec{F}_2)\Delta t = \vec{F}_1\Delta t + \vec{F}_2\Delta t\,,$$

in je torej enak vsoti sunkov komponent.

Sila traja le, dokler se odbijač tišči ob steno. Sunek sile izrazimo kot produkt med povprečno silo in trajanjem sunka:

$$Sunek\ sile = \overline{F}\,\Delta t\,.$$

S to posplošitvijo izrek o gibalni količini povezuje spremembo gibalne količine s sunkom poljubnih zunanjih sil. Še pomembneje pa je, da izrek omogoča določevanje sunka sil iz sprememb gibalne količine telesa ali sistema teles.



***Slika 11.4** Časovni potek sile pri prožnem trku s steno. Sunek sile predstavlja ploščina lika med krivuljo in časovno osjo.*

Zgled

Izračunajmo, kolikšen je sunek sile, ki deluje na 60-kilogramskega skakalca, ko se zaustavi na tleh po skoku z višine 3 m.

Izračunamo, da je hitrost skakalca tik pred tlemi 7,7 m/s. Zato ima gibalno količino

$$G = 7{,}7\ \mathrm{ms}^{-1} \cdot 60\ \mathrm{kg} = 460\ \mathrm{kg\ ms}^{-1},$$

ki ima smer navpično navzdol. Ob doskoku to gibalno količino izniči rezultanta sile tal in teže s sunkom

$$\overline{F}\,\Delta t = 460\ \mathrm{kg\ ms}^{-1} = 460\ \mathrm{Ns}\,,$$

ki ima smer navpično navzgor.

Da se skakalec pri doskoku ne poškoduje, mora sunek trajati čim dlje. Na tla položijo debelo blazino iz penaste gume, pa tudi skakalec poskrbi za počasno ustavljanje tako, da se pravilno usloči.

Vzemimo, da traja ustavljanje 1 s. Rezultanta sil je tedaj v povprečju enaka 460 N. Sila tal je večja še za težo skakalca, to je za 600 N, in meri 1060 N. Pri ustavljanju v desetkrat krajšem času, v 0,1 s, bi bila ta sila 10600 N in bi lahko povzročila težko poškodbo skakalca.

Za to, da trajajo sunki sil ob morebitnih trkih čim dlje, poskrbijo pri konstrukciji in izdelavi avtomobilov. Njihovi sprednji in zadnji deli so mehki in se ob trkih zmečkajo (slika 11.5). Dlje ko traja mečkanje, daljše je trajanje sunka in manjše so sile. Podobno vlogo imata tudi varnostni pas in zračna blazina, ki neposredno varujeta voznika in potnike v kabini.

Slika 11.5 *Avto ob trku s togo steno.*

Kako nas zračna blazina zavaruje pri trčenju?

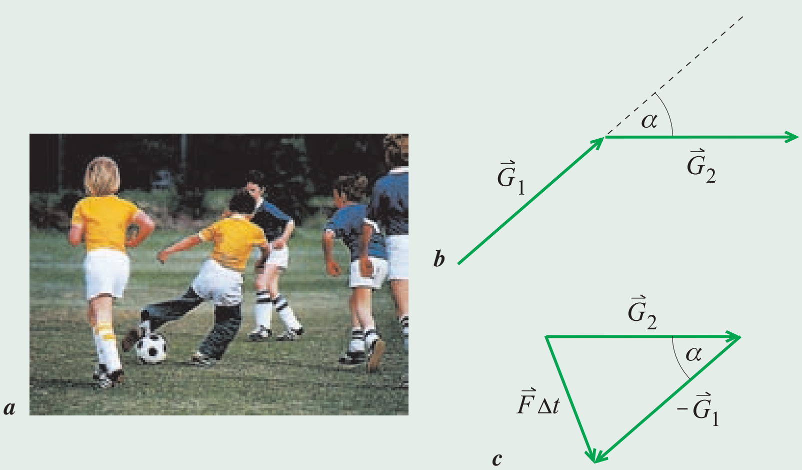
Ob trčenju potnike v avtu vrže naprej in kljub temu, da so privezani z varnostnimi pasovi, lahko udarijo ob vetrobransko steklo, volan ali armaturno ploščo. Zračna blazina, ki se napihne ob trku, potnike dovolj počasi in mehko ustavi.

Zgled

Nogometno žogo z maso 0,43 kg, ki se giblje s hitrostjo 1,5 m/s, brcne igralec tako, da se ji spremeni smer gibanja za 30°, ne da bi se ji spremenila hitrost. V kateri smeri in s kolikšnim sunkom sile jo brcne?

Slika 11.6 a kaže žogo in nogometaša, slika 11.6 b pa začetno in končno gibalno količino. Razlika obeh pove, kolikšen je sunek sile (11.5 c). Izračunamo, da je

$$\overline{F}\,\Delta t = 2G\sin\frac{\alpha}{2} = 0{,}33\ \mathrm{Ns}\,.$$



Slika 11.6 *Nogometaš z žogo (a), gibalni količini žoge pred udarcem in po njem (b) in njuna razlika (c).*

GIBALNA KOLIČINA IN III. NEWTONOV ZAKON

Vrnimo se k vozičkom ob trkih. Videli smo, da ostane skupna gibalna količina konstantna, čeprav se zaradi medsebojnih sil spremeni gibalna količina vsakega vozička zase. Pri odrivnem poskusu se začneta sprva mirujoča vozička gibati tako, da imata nasprotni gibalni količini. To nas napoti na sklep, da sta tudi v drugih primerih **spremembi gibalnih količin** vozičkov nasprotno enaki, saj se lahko le tako ohrani skupna gibalna količina.

Podrobneje premislimo, kaj se dogaja z vozičkoma med trkom. Na prvi voziček deluje drugi voziček s povprečno silo $\overline{F_{21}}$, katere sunek povzroči spremembo njegove gibalne količine

$$\Delta G_1 = \overline{F_{21}}\Delta t\,.$$

Na drugi voziček deluje prvi s povprečno silo $\overline{F_{12}}$, katere sunek povzroči spremembo njegove gibalne količine

$$\Delta G_2 = \overline{F_{12}}\Delta t\,.$$

Če naj bosta spremembi nasprotni, morata biti nasprotni tudi povprečni sili med vozičkoma

$$\overline{F_{12}} = -\overline{F_{21}}\,.$$

Podrobnejši poskus bi pokazal še več: sili med trkom sta ves čas natančno nasprotno enaki. Ohranitev gibalne količine v sklenjenem sistemu tako dokazuje **zakon o vzajemnem učinku ali III. Newtonov zakon**, ki smo ga sprva sprejeli po izkušnjah brez pravega dokaza.

Hkrati ohranitev gibalne količine v sklenjenem sistemu teles dokazuje, da so notranje sile, to je sile, ki delujejo med deli sistema, nasprotno enake in da je njihova vsota vselej nič.

IZREK O GIBANJU TEŽIŠČA

Doslej smo težišče ali masno središče spoznali kot točko, okoli katere je navor teže nič. Težišče pa ima veliko širši pomen.

S hitrostjo težišča lahko izrazimo gibalno količino poljubnega telesa ali sistema teles. To vidimo takole.

Vzemimo dva majhna vozička z masama m_1 in m_2 v razdaljah x_1 in x_2 od izbranega koordinatnega izhodišča. Spomnimo se, da izračunamo težišče vozičkov kot točko x^*, za katero je $(m_1+m_2)x^* = m_1x_1+m_2x_2$. Ko se zaradi gibanja prvi voziček premakne v razdaljo x_1', drugi voziček pa v razdaljo x_2', je težišče v novi točki, za katero je $(m_1+m_2)x^{*\prime} = m_1x_1'+m_2x_2'$. Premik težišča dobimo, ko odštejemo enačbi. Dobljeno enačbo $(m_1+m_2)(x^{*\prime}-x^*) = m_1(x_1'-x_1)+m_2(x_2'-x_2)$ delimo s časom, v katerem je prišlo do premika, Δt, in dobimo enačbo za hitrost težišča v^*

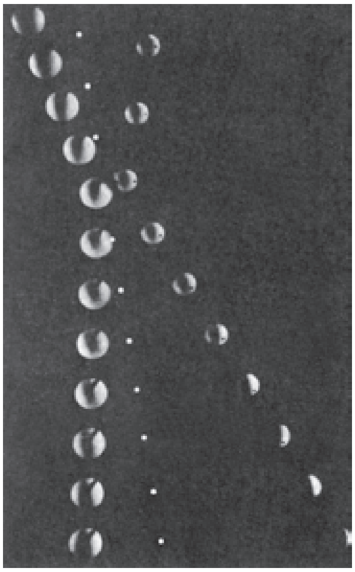
$$(m_1+m_2)v^* = m_1v_1+m_2v_2\,,$$

v kateri sta v_1 in v_2 hitrosti teles. Vsoto členov na desni strani enačbe prepoznamo kot skupno gibalno količino vozičkov. Vidimo, da se izrazi kot produkt iz skupne mase vozičkov in hitrosti težišča:

$$G = mv^*\,;$$

$$m = m_1+m_2\,.$$

V sklenjenem sistemu, v katerem se ohranja gibalna količina, je tudi hitrost težišča konstantna. O tem nas prepriča slika 11.7. Hkrati s posnetkom kroglic je na sliki označena vsakokratna lega težišča. Vidimo, da je gibanje težišča premo in enakomerno.



Slika 11.7 *Težišče krogel se giblje premo in enakomerno.*

V povezavi z zgornjo ugotovitvijo lahko pokažemo, da je skupna gibalna količina delov sistema glede na težišče enaka nič.

Poglejmo vozička iz prejšnjega zgleda in izračunajmo njuni hitrosti glede na težišče. Hitrost prvega vozička je

$$v_1{}' = v_1-v^* = \frac{m_2(v_2-v_1)}{m_1+m_2}\,,$$

hitrost drugega pa

$$v_2{}' = v_2-v^* = \frac{m_1(v_1-v_2)}{m_1+m_2}\,.$$

Vidimo, da sta gibalni količini vozičkov glede na težišče

$$G_1{}' = m_1v_1{}' = \frac{m_1m_2(v_2-v_1)}{m_1+m_2}$$

in

$$G_2{}' = m_2v_2{}' = \frac{-m_1m_2(v_2-v_1)}{m_1+m_2}$$

nasprotni in je njuna vsota res nič.

Poglejmo še, kaj lahko povemo o gibanju težišča, ko delujejo na sistem zunanje sile, ki niso v ravnovesju.

Predstavljamo si, da delujejo na telesa v sistemu tako zunanje kakor notranje sile. Notranje sile so si nasprotne in ne vplivajo na gibalno količino sistema in na hitrost težišča. Spremembe skupne gibalne količine sistema in hitrosti težišča so tako lahko le posledica zunanjih sil.

Po izreku o gibalni količini zato izenačimo spremembo skupne gibalne količine, ki je izražena s hitrostjo težišča, s sunkom rezultante zunanjih sil:

$$\Delta\vec{G} = m\Delta\vec{v}^* = \vec{F}\Delta t\,.$$

Spremembo hitrosti težišča izrazimo s pospeškom težišča:

$$\Delta\vec{v}^* = \vec{a}^*\Delta t\,,$$

pa dobimo enačbo, ki povezuje pospešek težišča sistema z rezultanto zunanjih sil:

$$m\vec{a}^* = \vec{F}\,.$$

Enačba nas spominja na II. Newtonov zakon. Doslej smo ga uporabili v primerih, ko so bile razsežnosti teles majhne in smo jih lahko zanemarili. Zgornja enačba pa kaže, da ga lahko uporabimo brez omejitev, kadar obravnavamo gibanje težišča.

Ugotovitve strnemo v **izrek o gibanju težišča**, ki se glasi:

Težišče telesa ali sistema teles se giblje, kakor da bi bila v njem zbrana vsa masa in bi nanj delovale vse zunanje sile.

Zgled

Na kosu kartona označimo težišče. Karton vržemo poševno navzgor, tako da se vrti okoli osi, ki je pravokotna na njegovo ravnino. Prepričamo se lahko, da je gibanje težišča takšno, kakršno smo spoznali pri poševnem metu kamna ali kakega drugega telesa z zanemarljivimi razsežnostmi. Še zgovornejša je slika, ki prikazuje mačka v skoku z roba mize (slika 11.8). Njegovo težišče se giblje kakor kamen pri poševnem metu.

Slika 11.8 *Bliskovna fotografija mačka pri skoku z mize.*

SILA CURKA

Izrek o gibalni količini pomaga pri razumevanju sil, s katerimi delujejo na okoliška telesa curki tekočin. Curek vode odriva steno, na katero vpada, pa tudi posodo, iz katere izteka. Curki izpušnih plinov poganjajo reaktivna letala in rakete (slika 11.9). Videli bomo, da so sile posledica spremembe gibalne količine curka.

Razložimo si silo, s katero deluje na steno curek, ki vpada v pravokotni smeri in odteče po steni.

Masa tekočine, ki jo v izbranem času t prinese enakomerno tekoč curek, je sorazmerna s časom

$$m = \Phi_m t .$$

Sorazmernostni koeficient Φ_m imenujemo **masni tok**. Iz enačbe sledi, da ga izražamo v enoti kg/s. Številsko je enak masi tekočine, ki jo prinese curek v sekundi.

V kratkem času Δt priteče na steno tekočina z maso

$$\Delta m = \Phi_m \Delta t$$

in z gibalno količino

$$\Delta G = v\Delta m = v\Phi_m \Delta t .$$

Ob vpadu deluje stena na ta del tekočine s sunkom sile, ki povzroči, da tekočina izgubi gibalno količino in odteče po steni. Po III. Newtonovem zakonu sklepamo, da je sunek sile, s katero tekočina deluje na steno, temu nasproten. Sunek tekočine na steno ima torej enako smer kot pritekajoči curek. Lahko zapišemo:

$$F\Delta t = v\Phi_m \Delta t ;$$

in

$$F = v\Phi_m .$$

Ker tekočina priteka v stalnem toku, je tudi sila stalna.

Vprašamo se še, kaj se zgodi v primeru, da se curek od stene odbije v nasprotno smer. Tedaj je po prejšnjem premisleku sunek sile stene dvakrat tolikšen, saj mora prineseni gibalni količini spremeniti smer. Dvakrat tolikšen je tudi sunek sile curka in zato tudi sila sama:

$$F = 2v\Phi_m .$$

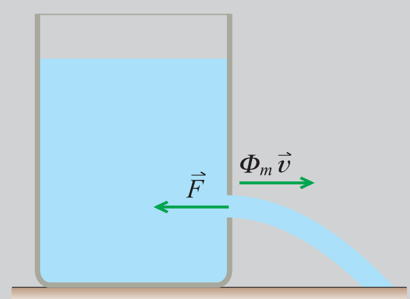
Podoben premislek velja tudi pri iztekanju iz posode (slika 11.10). V posodi je gibalna količina tekočine neznatna. Iztekajoči curek pa odnaša s seboj tok gibalne količine $v\Phi_m$. Posledica tega je, da deluje na posodo sila

$$F = v\Phi_m$$

v nasprotni smeri. Tako si razložimo tudi silo, ki poganja raketo oziroma letalo.

Slika 11.9 *Start vesoljske rakete.*

? Kako je s silo curka, če se curek vode odbije od stene v poljubni smeri?



Slika 11.10 *Iztekajoča tekočina deluje na posodo s silo, ki ima nasprotno smer kot curek.*

? V čem je razlika med raketnim motorjem in reakcijskim motorjem letala? Poiščite podatke o zgradbi in lastnostih raket in raketnih motorjev in se poučite tudi o reakcijskih motorjih za letala.

VPRAŠANJA

1. Ali se hitrost rakete povečuje tudi v primeru, ko je hitrost izpušnih plinov glede na raketo manjša od hitrosti rakete?

2. Kako se lahko vesoljec brez tuje pomoči vrne na vesoljsko ladjo, če nanjo ni privezan?

3. Ko žoga pada na trda tla, ima gibalno količino usmerjeno navzdol, ko se odbije, pa navzgor. Pojasnite dogodek z izrekom o gibalni količini.

4. Zakaj lahko brez hujših posledic skočimo v vodo z višine 5 m, medtem ko si pri skoku z iste višine na beton gotovo polomimo vsaj noge?

5. Kako lahko izmerimo maso telesa v breztežnem prostoru?

NALOGE

1. Otroku pade igrača z maso 0,5 kg z 10 m visokega balkona. Spodaj jo mimoidoči ujame z rokami. Ocenite silo, ki med ustavljanjem deluje na igračo. Nasvet: Uporabite podatek, da se igrača ustavi na poti 1 m.

Odgovor: 50 N.

2. Voziček z maso 200 g se s hitrostjo 0,3 m s^{-1} zaleti v togo steno in se od nje odbije z nasprotno enako hitrostjo. Kolikšen sunek pri tem prestane stena?

Odgovor: 0,12 kg m s^{-1}

3. Čoln z maso 200 kg, v katerem je potnik z maso 60 kg, pluje s hitrostjo 1 m/s. Potnik skoči s čolna s hitrostjo 2 m/s glede na čoln. Določite hitrost čolna takoj po skoku, če potnik skoči iz njega:
a) nazaj,
b) naprej.

Odgovor: a) 1,5 m/s
b) 0,5 m/s

4. Voznik pelje avto z maso 1200 kg s hitrostjo 90 km/h. Ko zagleda prometni znak za omejitev hitrosti, zmanjša hitrost na 60 km/h. Izračunajte spremembo gibalne količine avta pri zaviranju. Kolikšna sila deluje na avto med zaviranjem, če le-to traja 5 s?

Odgovor: 10000 kg m/s
2000 N

5. Gladka krogla z maso 100 g se giblje s hitrostjo 1 m/s in trči v gladko steno, od katere se odbije pod enakim kotom in z enako hitrostjo. Izračunajte spremembo gibalne količine krogle, če krogla:
a) vpade pravokotno na steno,
b) vpade pod kotom 30° proti pravokotnici na steno.

Odgovor: a) 0,20 kg m/s
b) 0,17 kg m/s

6. Telo z maso 0,2 kg kroži s stalno hitrostjo po vodoravni ravnini. Kolikšna je sprememba njegove gibalne količine, ko opiše telo četrtino krožnice? Katera sila povzroči to spremembo? Obhodni čas je 2 s, polmer pa 40 cm.

Odgovor: 0,35 kg m/s
radialna sila

7. Raketa, ki ima skupaj z gorivom maso 250 g, vzleti navpično navzgor in doseže višino 150 m. Kolikšna bi bila hitrost izpušnih plinov, če bi gorivo zgorelo skoraj v hipu? Masa goriva je 50 g.

Odgovor: 270 m/s

8. Kolikšen mora biti tok izpušnih plinov, ki jih izpihavajo motorji rakete s hitrostjo 3000 m s^{-1}, da uravnovesijo težo 100-tonske rakete?

Odgovor: 330 kg/s

9. Trije enaki čolni z maso po 100 kg plujejo drug za drugim z enako hitrostjo 2 m/s vzdolž obale jezera. Iz srednjega čolna vržejo hkrati proti drugima čolnoma kamna z maso po 5 kg in s hitrostjo 10 m/s glede na čoln. Kamna padeta v čolna. Kolikšna je hitrost čolnov takoj po tem dogodku? Hitrosti čolnov so dane za opazovalca na obali.

Odgovor: 2,5 m/s
2 m/s
1,5 m/s

10. Balon, ki ima skupaj s segretim zrakom in s košaro s potniki in tovorom 540 kg, lebdi v zraku. Iz košare v višini 20 m sega do tal vrvna lestvica. Ko stopi na lestvico še potnik z maso 60 kg, odvržejo iz košare toliko bremena, da ostane balon v ravnovesju. Medtem ko potnik pleza proti košari, se balon počasi spušča. Razložite dogajanje in izračunajte, za koliko se spusti balon, ko spleza potnik v košaro.

Odgovor: 2,2 m

11. a) Helikopter, ki ima maso 500 kg, ustvarja z vrtenjem rotorja navpično navzdol usmerjen curek zraka s presekom okoli 30 m^2. Gostota zraka je 1,3 kg m^{-3}. Kolikšna je hitrost tega zraka, ko helikopter lebdi v zraku?
b) Ptica z maso 0,5 kg ustvarja s krili navpično navzdol usmerjen curek zraka s presekom 0,3 m^2. Kolikšna sila jo dviga? Kolikšna je takrat hitrost tega zraka?

Odgovor: a) 11 m/s
b) 5N, 3,6 m/s

12. Voziček z maso 2 kg se giblje po vodoravni ploskvi s hitrostjo 6 m s^{-1}. Nanj pade v navpični smeri telo z maso 4 kg, ki ostane na vozičku. Kolikšna je hitrost vozička po tem dogodku?

Odgovor: 2 m/s

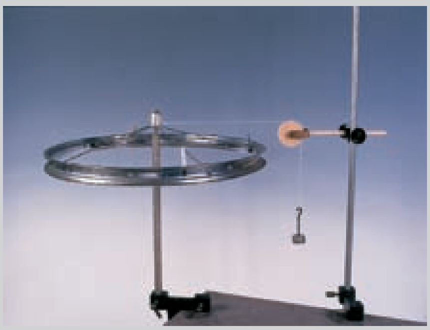
13. Avtomobil z maso 700 kg trči v mirujoč dostavni avtomobil, ki ima maso 800 kg. Po trku se oba gibljeta skupaj s hitrostjo 11 m s^{-1}. Ali je voznik avtomobila, preden se je zgodila nesreča, prekoračil največjo dovoljeno hitrost 80 km/h?

Odgovor: Da, vozil je s hitrostjo 85 km/h

14. Drsalec z maso 60 kg, ki ima v roki 5-kilogramsko žogo, se s hitrostjo 1 m/s premika po ledeni ploskvi vzporedno z robom drsališča. Nenadoma vrže žogo s hitrostjo 10 m/s v smeri vožnje. Kolikšna je hitrost drsalca po metu? S kolikšno hitrostjo bi moral vreči žogo, da bi se ustavil? Vse hitrosti so dane za opazovalca, ki stoji ob robu drsališča.

Odgovor: 0,23 m/s
13 m/s

12. VRTENJE IN VRTILNA KOLIČINA



Slika 12.1 Kolo z vretenom.

O **vrtenju** govorimo, ko deli telesa krožijo okoli skupne osi. Kakor pri kroženju, tako tudi pri vrtenju govorimo o **obhodnem času** t_0, ki ga telo porabi za en **vrtljaj**, o **frekvenci vrtenja** $\nu = \frac{1}{t_0}$ in o **kotni hitrosti** $\omega = \frac{2\pi}{t_0} = 2\pi\nu$. Dokler se telo enakomerno vrti, so vse naštete količine konstantne.

Postavimo bicikel na krmilo in sedež s kolesoma navzgor. Primimo prednje kolo za obod in ga poženimo s kratkim sunkom v tangentni smeri. Med poganjanjem deluje na kolo roka s svojim navorom. Brž se zavemo povezave med sunkom roke in kotno hitrostjo ali frekvenco, ki jo ima kolo na koncu.

Natančnejši premislek bi nas pripeljal do spoznanja, da sta za kotno hitrost kolesa odločilna **sunek navora,** $M\Delta t$, in vztrajnost kolesa pri vrtenju oziroma **vztrajnostni moment,** J, ki je pri kolesu z radijem r in z maso m enak:

$$J = mr^2 .$$

Da bi zvezo med količinami bolje raziskali, naredimo poskus, ki ga kaže slika 12.1. Okoli vretena z radijem 1 cm ovijemo vrvico in nanjo prek škripca privežemo utež za 100 g. Ko se vrvica odvija, deluje na kolo stalen navor 0,01 m N. Po 13,2 s se vrvica odvije do konca in se odpne. Sunek navora uteži je torej 0,13 N m s. Izmerimo, da ima obroč tedaj kotno hitrost 4,7 s^{-1}. Vztrajnostni moment kolesa, 0,03 kg m^2, izračunamo iz podatkov, da je masa kolesa 700 g, radij pa 20 cm. Ponovimo poskus tako, da kolesu dodamo enako kolo, s čimer se vztrajnostni moment podvoji. Pri enakem sunku navora izmerimo, da je sedaj kotna hitrost 2,3 s^{-1}, torej polovica prejšnje. Brž pa ugotovimo, da je produkt med kotno hitrostjo in vztrajnostnim momentom nespremenjen, v obeh primerih enak 0,13 kg $m^2 s^{-1}$, to pa je ravno sunek navora, saj je

$$M\Delta t = 0{,}13 \text{ m N s} = 0{,}13 \text{ kg m}^2 \text{ s}^{-1} .$$

Poskus tako pokaže, da je kotna hitrost kolesa sorazmerna s sunkom navora in obratno sorazmerna z vztrajnostnim momentom:

$$\omega = \frac{M\Delta t}{J} ,$$

oziroma da je produkt vztrajnostnega momenta in kotne hitrosti enak sunku navora:

$$J\omega = M\Delta t\,.$$

Zveza nas spominja na podobno zvezo med gibalno količino telesa in sunkom sile, ki jo poznamo kot izrek o gibalni količini. Po analogiji imenujemo produkt med vztrajnostnim momentom in kotno hitrostjo **vrtilna količina**:

$$\Gamma = J\omega\,,$$

zvezo med njo in sunkom navora pa **izrek o vrtilni količini**.

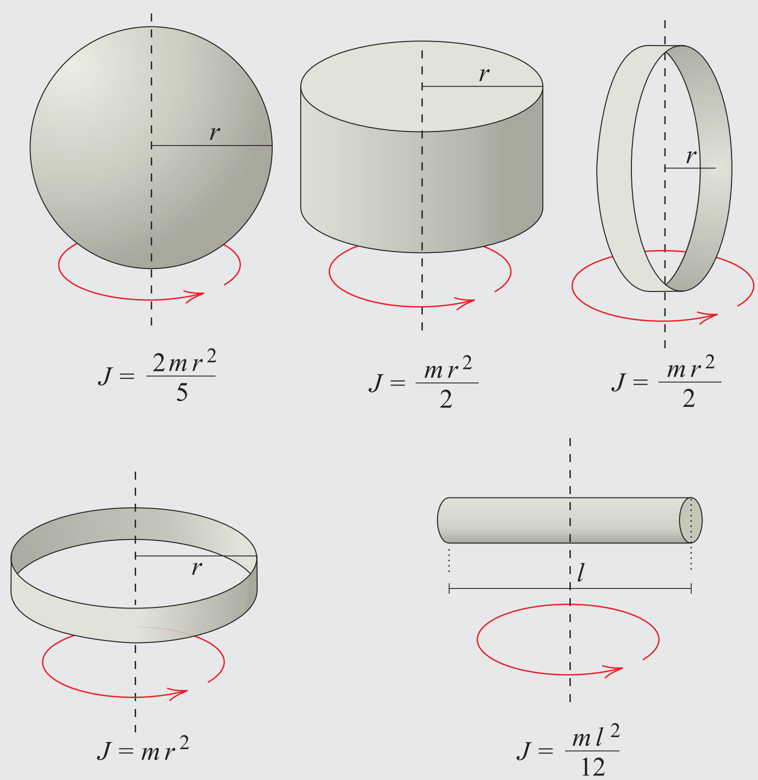
Povzemimo še, da je enota za sunek navora produkt enot za navor in za čas:

$$[M\Delta t] = \mathrm{m\,N\,s}\,,$$

kar je, izraženo z osnovnimi enotami, hkrati enota za vrtilno količino:

$$[M\Delta t] = [\Gamma] = \mathrm{kg\,m^2\,s^{-1}}\,.$$

Vztrajnostni momenti drugih teles z enako maso in radijem so manjši od vztrajnostnega momenta obroča, saj je prispevek k vztrajnostnemu momentu za dele telesa, ki so bližji osi, manjši od prispevka delov, ki so od osi bolj oddaljeni. Za primerjavo si na sliki 12.3 oglejmo nekaj podatkov o vztrajnostnih momentih nekaterih teles okoli geometrijskih osi.



Slika 12.3 *Vztrajnostni momenti nekaterih teles okoli označenih osi.*

Zvezo med izrekoma o gibalni in vrtilni količini spoznamo takole.

Vzemimo, da namesto kolesa poženemo v vrtenje drobno telo, ki ga veže na os vrtenja lahka prečka (slika 12.2). Ko ga sunemo z zelo kratkim sunkom pravokotno na prečko, začne telo enakomerno krožiti. Pri tem ima tangentno gibalno količino, ki je po velikosti enaka začetnemu sunku sile:

$$F\Delta t = mv\,.$$

Enačbo nekoliko predelamo. Uporabimo zvezo med obodno in kotno hitrostjo $v = \omega r$ in množimo enačbo z r, pa dobimo enačbo

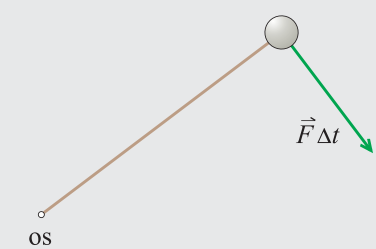
$$(rF)\Delta t = mr^2\omega\,.$$

Produkt na levi strani enačbe prepoznamo kot sunek navora:

$$(rF)\Delta t = M\Delta t\,,$$

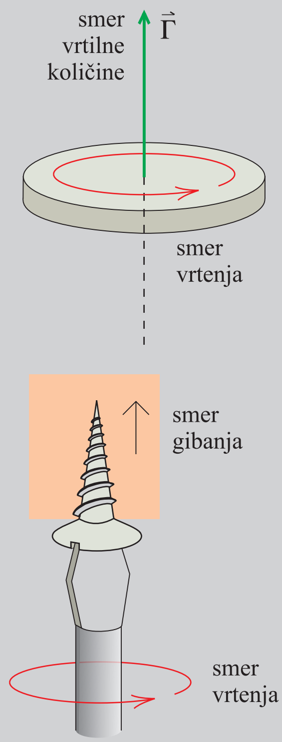
produkt na desni strani pa predstavlja vrtilno količino:

$$\Gamma = mr^2\omega\,.$$



Slika 12.2 *Telo na krajišču lahke prečke.*

Vrnimo se h kolesu. Čeprav ga držimo med poganjanjem z roko le na enem mestu, se hkrati gibljejo pospešeno vsi deli kolesa. Predstavljamo si, da jih pospešujejo sile in navori sosednjih delov, ki so posledica deformacij zaradi sile oziroma navora roke. Učinek vseh navorov na dele kolesa je ravno enak učinku zunanjega navora, to je navora roke, ki poganja kolo. Žal tega neposredno ni mogoče dokazati. O pravilnosti domneve nas prepričajo poskusi, med drugim poskus z obročem.



Slika 12.4 *Vrtilna količina ima smer, v katero leze desni vijak, če ga sučemo v smislu vrtenja telesa.*

Za konec še posplošimo izrek o vrtilni količini. Dopustiti moramo, da se telo že pred delovanjem navora vrti in ima ustrezno vrtilno količino. Sunek navora jo v tem primeru le spremeni. Po prejšnjem velja:

$$M\Delta t = \Gamma_2 - \Gamma_1 = \Delta\Gamma.$$

Posplošeno enačbo preberemo takole:

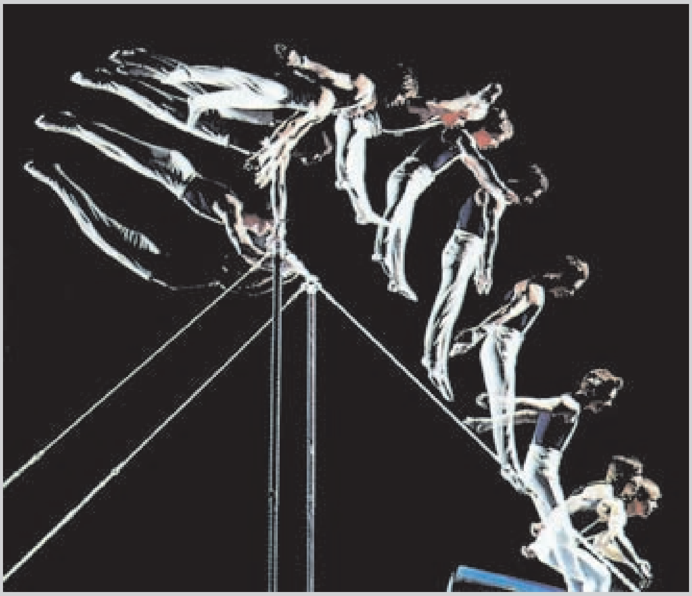
Sprememba vrtilne količine telesa je enaka sunku zunanjega navora.

Mnoge presenetljive pojave lahko opazujemo v primerih, ko je telo ločeno od okolice, ali drugače povedano, ko zunanjih navorov ni. Za ta poseben primer izrek o vrtilni količini pravi, da je, ne glede na spremembe v sistemu, vrtilna količina konstantna oziroma da se ohranja. Da pravilno razumemo pojave, moramo privzeti, da je vrtilna količina vektor. V najpreprostejših primerih je smer vektorja vrtilne količine tista, v katero leze desni vijak, če ga sučemo v smislu vrtenja telesa (slika 12.4).

Ponazorimo pojav, ki ga pogosto opazujemo pri umetnostnem drsanju, ko drsalci uravnavajo svoje vrtenje z rokami in nogami (slika 12.5). Vzemimo v roki kilogramski uteži, ju stisnimo k prsim, sedimo na vrtljiv stol in se zavrtimo z njim. Ko razmaknemo roki v odročenje, se frekvenca vrtenja zmanjša. Ko uteži pritegnemo k telesu, se frekvenca spet poveča. S premikanjem uteži spreminjamo vztrajnostni moment telesa. Ker pri tem ni zunanjih vplivov, ostane vrtilna količina konstantna, zato se spreminja kotna hitrost.

Slika 12.5 *Drsalka uravnava svoje vrtenje z rokami in nogami. Ko roki stisne k telesu, se frekvenca vrtenja poveča.*

Z ohranjanjem vrtilne količine razložimo tudi akrobatsko gibanje orodnih telovadcev ali skakalcev v vodo (slika 12.6). Pri odrivih od tal ali od orodja si podelijo vrtilno količino okoli težišča. Med letom ostaja ta vrtilna količina konstantna, lahko pa spreminjajo kotno hitrost vrtenja s premiki delov telesa. Tako nagonsko kontrolirajo svojo lego v prostoru tudi nekatere živali (slika12.7).



Slika 12.6 *Telovadec pri skoku z orodja.*

Slika 12.7 *Maček vedno pade na noge.*

13. DELO IN ENERGIJA

Slika 13.1 *Ljudje pojmujemo delo zelo široko. Kdaj pa kdaj »delamo« tudi v fizikalnem smislu.*

Delo in energijo in poznamo kot pojma iz vsakdanjega življenja. Povezuje ju množica izjav, kot sta npr. naslednji:

Dela od jutra do večera – neverjetno energijo ima. Le od kod jemlje energijo – vselej je sredi opravkov.

Kaže, da ljudje, ki imajo veliko energije, veliko naredijo (slika 13.1).

Tudi pri fiziki pojma delo in energija uporabljamo na podoben način. Izhajamo iz ugotovitve, da lahko telesa, ki imajo energijo, opravijo delo. Tako spoznamo, kako lahko opredelimo energijo teles in jo izračunamo. Kasneje energije neposredno ne povezujemo z delom, ampak nam pomeni fizikalno količino, ki jo izračunamo na predpisani način in ima nekatere značilne lastnosti. Najlažje nam bo novi količini spoznati pri mehaniki, ki je najbližja izkušnjam. Pri tem se spomnimo na fiziko v osnovni šoli.

DELO

Pri fiziki govorimo o delu, ko sile premikajo telesa. Če se npr. telo v smeri sile F premakne za s, opravi sila delo

$$A = F \cdot s\,.$$

Táko določilo je blizu izkušnjam. Poglejmo za zgled oranje njive. Da je njiva zorana, mora plug zarezati npr. sto brazd. Enojni plug je treba vleči vzdolž njive stokrat, dvojni plug petdesetkrat, četverni samo petindvajsetkrat. Sila, ki vleče dvojni ali četverni plug, je seveda dvakrat oziroma štirikrat tolikšna kot tista, ki vleče enojni plug. Opravljeno delo je v vseh treh primerih enako – enaki so tudi produkti med silami in potmi.

Ni težko najti še druge zglede, ki opravičujejo zgornjo definicijo dela.

Enota za delo je produkt enot za silo in za pot – imenujemo jo **joule** (J):

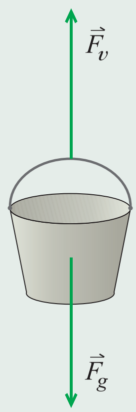
$$[A] = [F] \cdot [s] = \mathrm{Nm} = \mathrm{kg\,m^2\,s^{-2}} = \mathrm{J}\,.$$

Zgled

Za zgled izračunajmo delo, ki ga opravi dvigalo, ko dvigne 200-kilogramsko vedro betona enakomerno na 30 m visoko stavbo.

Dvigalo med enakomernim dviganjem deluje na vedro s silo, ki je nasprotno enaka teži vedra (slika 13.2). Opravljeno delo je tedaj

$$A = F_v s = 2000\ \mathrm{N} \cdot 30\ \mathrm{m} = 60000\ \mathrm{J}\,.$$



***Slika 13.2** Sile na vedro med enakomernim dviganjem.*

Pojem dela razširimo na primere, ko sila in premik telesa nimata iste smeri. Vzemimo, da voziček na tirnicah potiskamo med gibanjem pravokotno na tir (slika 13.3). Voziček se v smeri sile nič ne premakne, sila torej ne opravi dela. Pa potiskajmo voziček poševno na tir (slika 13.4). Silo razstavimo na komponento vzdolž tira in na komponento pravokotno na tir. Po prejšnjem komponenta, ki je pravokotna na tir, med premikanjem vozička ne opravi dela. Delo je tedaj lahko le delo komponente vzdolž tira in ga izračunamo kot produkt te komponente F' in premika:

$$A = F's\,.$$

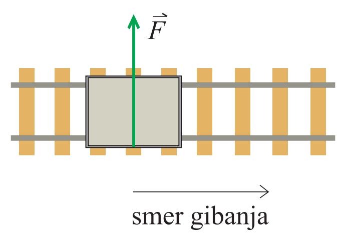
Delo štejemo za pozitivno, kadar ima komponenta smer premika, in za negativno, kadar ima nasprotno smer.

Zapis in dogovor o predznaku strnemo v enega z uporabo kotne funkcije *cosinus*:

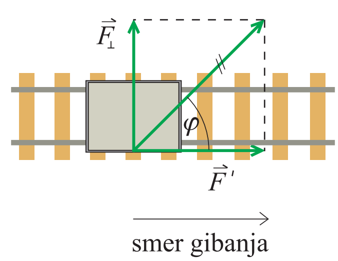
$$A = Fs\cos\varphi\,,$$

če je φ kot med smerjo sile in smerjo premika vozička. Vidimo, da zajame zapis vse dogovore:

- če je kot med smerjo sile in smerjo premika oster, kar pomeni, da ima sila komponento v smeri premika, je delo pozitivno;
- če je kot med silo in premikom pravi, ni komponente sile v smeri premika in ni dela;



***Slika 13.3** Sila, ki je pravokotna na premik, ne opravlja dela.*



***Slika 13.4** Silo, ki nima smeri premika, razstavimo na komponento vzdolž premika in na komponento pravokotno na premik.*

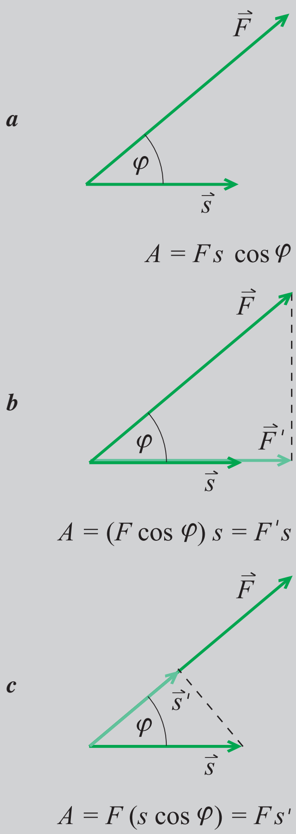
Razširjena definicija dela

$$A = Fs\cos\varphi$$

postane jasna, če tudi premik predstavimo kot vektor (slika 13.5 a). Zapis kaže, da lahko izračunamo delo kot produkt med premikom in komponento sile v smeri premika ali kot produkt med silo in komponento premika v smeri sile. To ponazarjata sliki 13.5 b in c.

Pri matematiki se naučimo, da lahko tako definirane količine predstavimo kot skalarni produkt obeh vektorjev. V našem primeru

$$A = \vec{F} \cdot \vec{s}\,.$$



Slika 13.5 *Delo sile F pri premiku s (a) izračunamo kot produkt premika in komponente sile v smeri premika (b) ali kot produkt sile in komponente premika v smeri sile (c).*

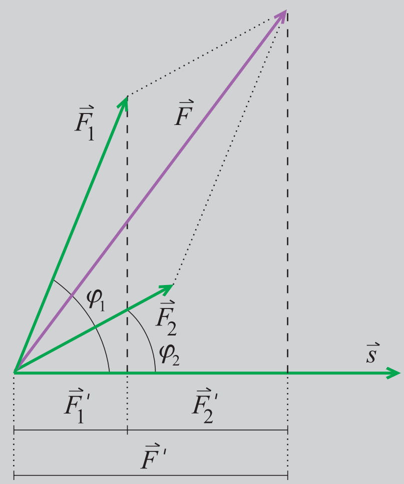
- če je kot med smerjo sile in smerjo premika top, kar pomeni, da ima sila komponento v smeri, ki je nasprotna smeri premika, je delo negativno.

Smiselnost in pomen take definicije dela bomo spoznali malo kasneje.

Kadar deluje na telo več sil hkrati, je skupno delo enako vsoti dela posameznih sil. V primeru, ko imajo sile skupno prijemališče, je skupno delo enako delu rezultante sil. To ni težko dokazati. Vzemimo, da delujeta na telo dve sili z istim prijemališčem (slika 13.6). Pri premiku prijemališča je opravljeno delo.

$$A = A_1 + A_2 = F_1 s\cos\varphi_1 + F_2 s\cos\varphi_2 = (F_1\cos\varphi_1 + F_2\cos\varphi_2)s\,.$$

Izraz v oklepaju pa je ravno komponenta rezultante v smeri premika.



$$\vec{F}' = \vec{F}_1' + \vec{F}_2'$$

Slika 13.6 *Delo sil s skupnim prijemališčem je enako delu rezultante teh sil.*

Sklep je veljaven tudi v primerih, ko sile nimajo skupnega prijemališča, da je le premik vseh prijemališč enak. Tako je, kadar se telo giblje translacijsko in se zaradi sil ne deformira. V splošnem je lahko delo rezultante drugačno od vsote dela posameznih sil.

Razmerje med delom in časom, v katerem je opravljeno delo, imenujemo **moč**:

$$\text{moč} = \frac{\text{delo}}{\text{čas}},$$

ali, zapisano s simboli:

$$P = \frac{A}{t}\,.$$

Enota za moč je enaka kvocientu med enoto za delo in enoto za čas, imenuje se **vat** (W):

$$[P] = \frac{[A]}{[t]} = \frac{\text{J}}{\text{s}} = \text{W}\,.$$

Pogosto uporabljamo tudi večje enote: **kilovat** (kW) = 1000 W ali **megavat** (MW) = 1000000 W = 10^6 W, pa tudi manjše: **milivat** (mW) = 10^{-3} W ali **mikrovat** (μW) = 10^{-6} W.

Delo, ki ga sila opravi v eni uri pri moči enega kilovata, imenujemo **kilovatura** (kWh):

$$1\ \text{kWh} = 1000\ \text{J/s} \cdot 3600\ \text{s} = 3{,}6 \cdot 10^6\ \text{J}.$$

? S kolikšno močjo delujejo naprave v gospodinjstvu? Kolikšne so moči avtomobilskih motorjev in moči električnih central?

Pri delu si pogosto pomagamo z orodji. Že v osnovni šoli smo spoznali preprosta orodja: klanec, škripec, vzvod. Orodja prenašajo sile rok ali strojev na telesa, ki jih želimo premikati ali obdelovati. Omogočajo opravila, ki jih zaradi omejenih sposobnosti ne bi mogli opraviti neposredno. Pri tem je pomembno spoznanje, da je delo, ki ga opravimo, neodvisno od uporabe orodja.

Zgled

Primerjajmo delo, ki ga opravimo, ko zvlečemo telo po gladkem klancu na vrh, z delom, ki ga opravimo pri navpičnem dvigovanju telesa na isto višino.

Vzemimo telo na gladkem klancu z dolžino s in z višino h (slika 13.7). Pri vlečenju po klancu navzgor mora vlečna sila uravnovesiti dinamično komponento teže, torej mora biti po velikosti enaka:

$$F_{vl} = mg\sin\alpha\,.$$

Delo pri vleki telesa z dna klanca do vrha s tolikšno silo je tedaj

$$A = F_{vl}s = mgs\sin\alpha = mgh\,,$$

saj je:

$$h = s\sin\alpha\,.$$

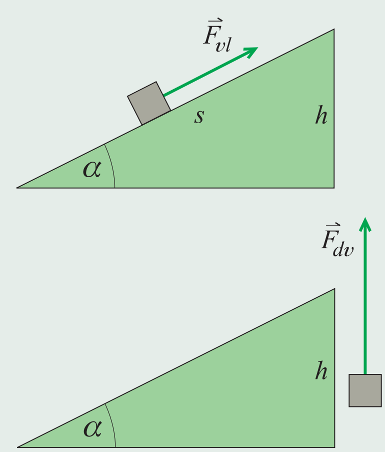
Pri dvigovanju telesa moramo uravnovesiti težo, zato je dvižna sila po velikosti enaka

$$F_{dv} = mg\,,$$

njeno delo pa

$$A' = F_{dv}h = mgh\,,$$

torej enako kakor delo sile pri vlečenju po klancu.



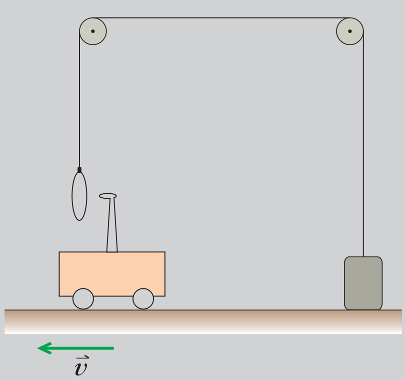
***Slika 13.7** Delo pri vlečenju po klancu (a) je enako kakor pri dvigu za enako višino (b).*

ENERGIJA

Energijo teles bomo na začetku presojali po tem, koliko dela lahko ta telesa opravijo. Spet se spomnimo na osnovno šolo, ko smo govorili, da imajo telesa, ki se gibljejo, **kinetično energijo**, telesa, ki so dvignjena, **potencialno energijo**, napeta prožna telesa pa **prožnostno energijo**.

Energije ne moremo neposredno izmeriti, v nekaterih primerih pa jo lahko določimo tako, da izmerimo delo, ki ga lahko telo opravi zaradi svoje energije. Vzemimo tale primer. Voziček naj se giblje po vodoravnem tiru z izbrano hitrostjo. Med gibanjem zajame vrvico, ki je prek škripca povezana z utežjo, ki miruje na tleh. Energijo vozička presojamo po višini, do katere dvigne utež, preden se ustavi (slika 13.8).

Pri poskusu smo uporabili voziček z maso 0,5 kg in utež za 0,25 kg. Voziček s hitrostjo 1 m/s dvigne utež za okoli 1 dm, pri hitrosti 2 m/s za okoli 4 dm, pri hitrosti 3 m/s za okoli 9 dm. Opravljeno delo je v prvem primeru 0,25 J, v drugem 1 J in v tretjem 2,25 J. Sklepamo, da je kinetična energija vozička pri hitrosti 1 m/s enaka 0,25 J, pri hitrosti 2 m/s enaka 1 J in pri hitrosti 3 m/s enaka 2,25 J. Torej je sorazmerna s kvadratom hitrosti.



Slika 13.8 Kinetično energijo vozička presojamo po višini, do katere dvigne izbrano utež s tal.

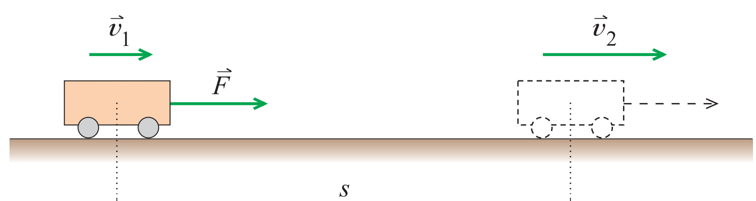
IZREK O KINETIČNI ENERGIJI

Opisani poskus kaže, kako je kinetična energija odvisna od hitrosti telesa. Z nadaljnjimi poskusi bi lahko pokazali, da je odvisna tudi od mase telesa. Pa se odpovejmo poskusom in kinetično energijo kar izračunajmo.

Za izhodišče vzemimo enakomerno pospešeno gibanje telesa pod vplivom stalne rezultante zunanjih sil (slika 13.9). Ko se telo giblje vse hitreje, mu hkrati s hitrostjo narašča kinetična energija. Sklepamo, da jo telo pridobiva zaradi dela rezultante sil.

Naj ima na začetku opazovanja telo hitrost v_1, na koncu opazovanja, med katerim se premakne za pot s, pa hitrost v_2. Z upoštevanjem II. Newtonovega zakona in zvez med hitrostma, pospeškom, potjo in časom dobimo za delo rezultante F naslednji rezultat:

$$A = Fs = mas = m\,\frac{v_2 - v_1}{t}\,\frac{v_2 + v_1}{2}\,t = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2}\,.$$



***Slika 13.9** Delo rezultante pri enakomerno pospešenem gibanju je enako spremembi kinetične energije telesa.*

Delo rezultante je torej enako razliki med količino $\frac{mv^2}{2}$ na koncu in na začetku opazovanja. Ker se pri poskusu zaradi dela povečujeta le hitrost in z njo povezana kinetična energija telesa, količino $\frac{mv^2}{2}$ upravičeno imenujemo **kinetična energija**, $\boldsymbol{W_k}$:

$$W_k = \frac{mv^2}{2}\,.$$

Dobljena enačba tedaj izraža **izrek o kinetični energiji**, ki se glasi:

Sprememba kinetične energije telesa je enaka delu rezultante zunanjih sil:

$$W_{k2} - W_{k1} = A\,.$$

Izrek smo izpeljali za poseben primer, ko ima rezultanta zunanjih sil smer premika telesa. Izrek pa velja tudi tedaj, ko se smer rezultante in smer premika ne ujemata. Pri računu moramo uporabiti razširjeno definicijo dela.

Zgledi

1. Eksperimentalno preverjanje izreka o kinetični energiji ni potrebno, saj ga izpeljemo neposredno iz II. Newtonovega zakona. Vseeno pa vzemimo za zgled poskus na str. 100 (pogl. Sile in gibanje). Utež z maso 5 g pada in vleče voziček z maso 0,51 kg. Ko se utež spusti za 1 m, opravi sila teže delo 0,05 J. Pri poskusu smo ugotovili, da je pospešek pri gibanju 0,1 m/s^2. Po enem metru ima zato prvotno mirujoči voziček z utežjo vred hitrost okoli 0,45 m/s. Za skupno kinetično energijo vozička in uteži izračunamo tedaj 0,051 J, kar je pri naši natančnosti enako delu teže uteži.

2. Izračunajmo še delo, ki ga opravi centripetalna sila pri enem obhodu enakomerno krožečega telesa. Izrek o kinetični energiji takoj pove, da je delo nič, saj je kinetična energija telesa, ki enakomerno kroži, konstantna. Delo pa lahko izračunamo tudi neposredno. Centripetalna sila in premik telesa sta vselej pravokotna drug na drugega. Po posplošeni definiciji je delo pri poljubno majhnem premiku tedaj nič in zato tudi pri polnem obhodu ni dela. Oba sklepa tako vodita do istega rezultata.

3. Izrek o kinetični energiji pomaga pri reševanju nalog iz mehanike. Vzemimo za zgled telo, ki drsi po klancu, zanima pa nas, kolikšno hitrost ima na dnu klanca. Naj bo dolžina klanca 100 m, nagib 30°, koeficient trenja med telesom in klancem pa 0,25.

Slika 13.10 kaže sili, ki delujeta na telo vzdolž klanca. Rezultanta je usmerjena navzdol in je po velikosti enaka razliki med dinamično komponento teže in silo trenja:

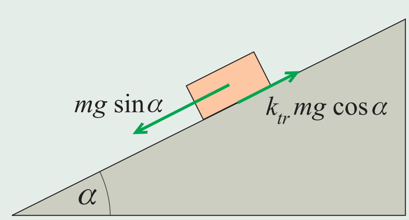
$$F = mg\sin\alpha - k_{tr}mg\cos\alpha = mg(\sin\alpha - k_{tr}\cos\alpha)\,.$$

Telo, ki se spusti po klancu brez začetne hitrosti, ima na dnu kinetično energijo, ki je enaka delu rezultante:

$$\frac{mv^2}{2} = mgs(\sin\alpha - k_{tr}\cos\alpha)\,.$$

Iz enačbe izračunamo hitrost:

$$v = \sqrt{2gs(\sin\alpha - k_{tr}\cos\alpha)} = 24\ \text{m/s}\,.$$



***Slika 13.10** Sili, ki delujeta na drseče telo vzdolž klanca.*

POTENCIALNA ENERGIJA

Ko govorimo o **potencialni energiji**, imamo ponavadi v mislih energijo teles, ki so dvignjena nad zemeljsko površje. Pojem »potencialen« je v rabi tudi sicer in pomeni skrite zmožnosti, ki se lahko pokažejo ali razvijejo ob ustreznih okoliščinah. Raba tega pojma v zvezi z energijo dvignjenih teles kaže, da imajo energijo, ki jo prvi hip ni mogoče opaziti, se pa pokaže takrat, kadar se telesom zmanjša višina. Tako voda za visokim jezom poganja turbine v nižje ležeči elektrarni, dvignjena železna klada ob spustu zabije pilot globlje v tla in podobno. Pogosto se potencialna energija dvignjenih teles izkaže ob škodi, ki jo naredijo, ko padejo z višine. Lastniki avtomobilov se bojijo škode, ki jo povzročita sneg in led, ko se vsujeta s strehe. Še hujšo škodo naredijo plazovi snega ali skalovja, ko se sprožijo s strmih pobočij.

Radi rečemo, da se potencialna energija **sprosti**, ko se telo spusti z dvignjene lege.

Potencialno energijo telo pridobi, ko ga zunanje sile dvignejo nad začetni nivo. Vzemimo breme, ki ga vrv dvigala enakomerno dviga navzgor (slika 13.11). Z delom sile vrvi se v tem primeru povečuje le potencialna energija telesa. Ko se breme dvigne za višino h, je sprememba potencialne energije enaka delu vrvi:

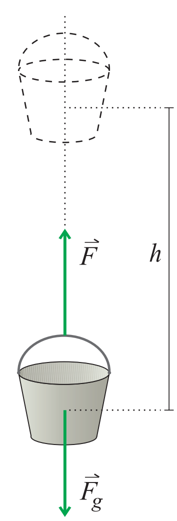
$$\Delta W_p = A_F = Fh\,.$$

Ker je breme med dvigovanjem v ravnovesju, je sila F po velikosti enaka teži bremena:

$$F = mg\,,$$

sprememba potencialne energije pa je tako

$$\Delta W_p = mgh\,.$$



Slika 13.11 *Delo vrvi pri dvigovanju telesa v ravnovesju je enako povečanju potencialne energije.*

V našem primeru, ko se telo dviguje, sta spremembi višine in potencialne energije pozitivni, pri spuščanju telesa pa bi bili negativni.

Doslej smo govorili le o spremembah potencialne energije, o potencialni energiji sami pa ne. Vrednost potencialne energije izberemo, ko se odločimo za nivo, na katerem naj bo ta vrednost nič. Ta izbira je povsem poljubna, zato se odločimo tako, da imamo pri razmišljanju ali računanju najmanj težav. Ko pa je nivo izbran, moramo potencialno energijo teles dosledno računati glede na ta nivo. Če se npr. odločimo, da je potencialna energija nič na tleh prvega nadstropja, imajo telesa v pritličju in v kleti negativno potencialno energijo, telesa nad nivojem tal v prvem nadstropju pa pozitivno potencialno energijo.

Pri računanju potencialne energije teles v vesoljskem prostoru okoli Zemlje postavimo potencialno energijo nič v veliki oddaljenosti od Zemljinega središča. Pri računanju potencialne energije moramo upoštevati, da se teža spreminja z razdaljo – spomnimo se na Newtonov gravitacijski zakon. Pot telesa z velike razdalje na izbrano mesto razdelimo na kratke odseke in seštejemo delo, ki ga teža opravi na njih. Ne da bi računali, navedimo, da je tako dobljena potencialna energija telesa z maso m v razdalji r od Zemljinega središča enaka

$$W_p = -\frac{Gm_Z m}{r} = mV_Z .$$

V izrazu je G gravitacijska konstanta, m_Z pa masa Zemlje. S simbolom

$$V_Z = -\frac{Gm_Z}{r}$$

označimo **težnostni** ali **gravitacijski potencial** Zemlje, ki pove, kolikšna je potencialna energija na kilogram snovi. Na Zemljinem površju je gravitacijski potencial

$$V_Z = -\frac{Gm_Z}{r_Z} = -gr_Z = -6{,}4 \cdot 10^7 \text{ J/kg} .$$

Absolutna vrednost te količine predstavlja delo, ki ga je treba opraviti, da kilogram snovi spravimo iz območja Zemljine težnosti.

IZREK O KINETIČNI IN POTENCIALNI ENERGIJI

Zanimivo povezavo med kinetično in potencialno energijo opazujemo pri telesih, ki se prosto gibljejo nad površjem Zemlje, ko nanje razen teže ne delujejo druge sile ali ko te sile ne opravljajo dela. Pri prostem padanju z višine se zmanjšuje potencialna energija in narašča kinetična. Pri gibanju v nasprotni smeri, to je pri dvigovanju, pa se zmanjšuje kinetična energija in narašča potencialna. Povezavo med energijama hitro razberemo iz že znanih primerov prostega gibanja.

Hkrati s silo vrvi F opravlja delo tudi teža F_g. V zgornjem primeru, ko sta sila vrvi in teža v ravnovesju in je delo sile vrvi pozitivno, je delo teže enako veliko, toda negativno. Iz tega sklepamo, da lahko spremembo potencialne energije namesto z delom sile vrvi predstavimo tudi z nasprotnim delom teže:

$$\Delta W_p = -A_g .$$

V zgornjem primeru je delo teže

$$A_g = -mgh ,$$

kar za spremembo potencialne energije dá že znano vrednost.

Spremembo potencialne energije bomo odslej praviloma predstavljali z negativnim delom teže pri spremembi lege telesa. Pomembna prednost te predstavitve je, da ni treba paziti, ali je telo med premikanjem v ravnovesju ali ne.

Sprememba potencialne energilje je odvisna le od višinske razlike med legama, nič pa od poti, po kateri se premika telo. Za zgled izračunajmo spremembo potencialne energije telesa, ki ga zvlečemo z dna na vrh klanca (slika 13.7). Ko se premakne telo z dna na vrh klanca, opravi teža delo:

$$A_g = -mgs\sin\alpha = -mgh .$$

Tedaj je sprememba potencialne energije

$$\Delta W_p = -A_g = mgh ,$$

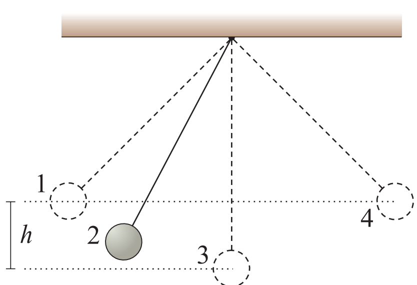
v skladu s povedanim. Enako spremembo bi dosegli, če bi telo kar naravnost dvignili za višino klanca ali pa bi ga privlekli tja po bolj zapleteni poti.

Vzemimo za zgled kamen, ki ga v višini h_0 nad tlemi vržemo v vodoravni smeri z začetno hitrostjo v_0. Izračunali smo že, da prileti kamen na tla s hitrostjo $v_1 = \sqrt{v_0^2 + 2gh_0}$. V rezultatu se skriva enačba za energijo. Kvadrirajmo ga in pomnožimo z $\frac{m}{2}$. Dobimo enačbo

$$\frac{mv_1^2}{2} = \frac{mv_0^2}{2} + mgh_0,$$

ki kaže, da je kinetična energija kamna pri padcu na tla enaka vsoti začetne kinetične in potencialne energije, če štejemo potencialno energijo od tal. Podobno je povezana energija v vmesnih legah. Vzemimo, da pade telo z začetne višine h_0 na višino h, pri čemer se hitrost spremeni od v_0 na v. Pokažemo lahko, da je vsota kinetične in potencialne energije v obeh legah enaka:

$$\frac{mv^2}{2} + mgh = \frac{mv_0^2}{2} + mgh_0.$$



Slika 13.12 Vsota kinetične in potencialne energije pri nihalu se ohranja.

Govorimo, da se pri prostem gibanju v Zemljinem težnem polju ohranja vsota kinetične in potencialne energije.

Ohranitev vsote kinetične in potencialne energije se lepo pokaže pri uteži, ki niha na tanki vrvici (slika 13.12). Gibanje uteži sicer ni prosto, saj jo zadržuje vrvica. Vendar je sila vrvice vselej pravokotna na premik telesa in zato ne opravlja dela. Utež dvignemo nad ravnovesno lego in jo spustimo, da zaniha. Vedno znova se vrača v isto višino nad ravnovesno lego, kar kaže, da je tudi vmes, ko se ob zmanjševanju potencialne energije povečuje kinetična in obratno, skupna energija konstantna.


Slika 13.13 Pri gibanju navzdol po toboganu se potnikom ob zmanjševanju potencialne energije povečuje kinetična.

Povezanost kinetične in potencialne energije na dramatičen način doživljajo potniki na toboganu v zabaviščnem parku (slika 13.13).

Če sile, ki delujejo na telo poleg teže, opravljajo delo, se vsota kinetične in potencialne energije spreminja. Pri zgornjih pojavih delujeta na telesa trenje in upor, ki zavirata gibanje in opravljata negativno delo. Čeprav so sile lahko majhne, se zaradi njihovega dela skupna energija zmanjšuje in gibanje prej ali slej zamre. Izkušnje narekujejo, da spremembo skupne energije enačimo z delom teh sil:

$$A' = \Delta(W_k + W_p).$$

Tako dobljena enačba pa ne pojasnjuje le vpliva trenja in upora, ampak tudi vpliv poljubnih sil, ki delujejo na telo poleg teže.

Vse navedeno strnemo v izrek o kinetični in potencialni energiji:

Če poleg teže ni zunanjih sil, ki bi opravljale delo, ostaja vsota kinetične in potencialne energije med gibanjem telesa konstantna. Če take sile so, je sprememba skupne energije enaka njihovemu delu.

V razmerah, kakršne so na Zemlji, ohranitve kinetične in potencialne energije čez daljše obdobje ni mogoče opazovati, lahko pa jo opazujemo v vesolju. Tako nas opazovanja prepričajo, da lahko v okviru dosegljive natančnosti trdimo, da je konstantna vsota kinetične in potencialne energije pri gibanju planetov okoli Sonca.

Izrek o kinetični in potencialni energiji izhaja neposredno iz izreka o kinetični energiji. V njem skupno delo zunanjih sil predstavimo kot vsoto dela teže in drugih sil:

$$A = A_g + A' = \Delta W_k .$$

Ko nadomestimo delo teže z negativno spremembo potencialne energije:

$$A_g = -\Delta W_p ,$$

takoj sledi izrek o kinetični in potencialni energiji:

$$A' = \Delta(W_k + W_p) .$$

Zgled

Kakor izrek o kinetični energiji tudi izrek o kinetični in potencialni energiji koristno uporabimo pri reševanju fizikalnih problemov v mehaniki. Kot zgled vzemimo že večkrat obravnavano drsenje po klancu (str. 103, 161). Telo v začetku miruje vrh klanca, nato pa zdrsne in drsi do dna. Zanima nas hitrost na dnu.

Izmed sil, ki delujejo na telo poleg teže, opravlja delo sila trenja. Pri spustu telesa z vrha do dna klanca je njeno delo

$$A' = -mgk_{tr} s \cos\alpha ,$$

ki je po izreku enako skupni spremembi kinetične in potencialne energije.

Pri spustu se potencialna energija zmanjša, tako da je njena sprememba enaka:

$$\Delta W_p = -mgh = -mgs\sin\alpha ,$$

kinetična energija pa poveča za

$$\Delta W_k = \frac{mv^2}{2} ,$$

saj telo v začetku miruje.

Vsoto obeh sprememb izenačimo z delom sile trenja in dobimo enačbo

$$-mgk_{tr} s \cos\alpha = -mgh + \frac{mv^2}{2} ,$$

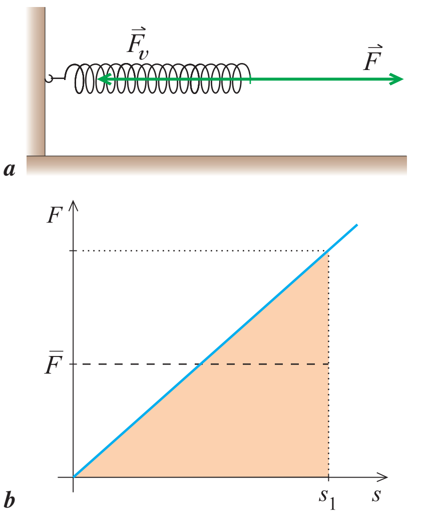
iz katere izračunamo hitrost:

$$v = \sqrt{2gh - 2k_{tr} gs \cos\alpha} = \sqrt{2gs(\sin\alpha - k_{tr}\cos\alpha)} ,$$

ki jo že poznamo. V primeru, da trenja ne bi bilo, bi bila hitrost telesa ob dnu klanca ravno tolikšna, kot da bi telo prosto padlo za višino klanca.

PROŽNOSTNA ENERGIJA

Prožnostno energijo imajo napeta ali stisnjena prožna telesa. Po prejšnjih izkušnjah sklepamo, da si jo telesa pridobijo z delom sil, ki povzročijo deformacijo.



Slika 13.14 Napenjanje vzmeti v ravnovesju (a). Vlečna sila v odvisnosti od raztezka (b).

Opazujmo najprej raztezanje prožne vzmeti, pri katerem poskrbimo, da je vzmet ves čas v ravnovesju. Tedaj je sila, ki napenja vzmet, nasprotno enaka sili vzmeti $F_v = ks$. Sila narašča od nič, ko je vzmet nenapeta, do končne vrednosti (slika 13.14). Opravljeno delo izračunamo tako, da pomnožimo premik, to je raztezek vzmeti, s povprečno silo:

$$\overline{F} = \frac{ks}{2}.$$

Tako dobimo:

$$A = \overline{F}s = \frac{ks^2}{2}.$$

Geometrijsko je to delo enako ploščini lika med premico, ki kaže naraščanje sile, ordinato, ki kaže silo pri končnem raztezku, in absciso, ki kaže raztezek.

Vzmet ima zaradi tega dela **prožnostno energijo W_{pr}**. Vso pridobljeno prožnostno energijo lahko vrne, ko se z opravljanjem dela vrne v začetno stanje.

Uporabnost prožnih materialov in energije, ki jo imajo, so ljudje odkrili že davno, ko so izumili lok (slika 13.15) in druga orožja.

Slika 13.15 Napeti lok ima prožnostno energijo.

Slika 13.16 Skok ob palici.

Odtlej so bili razviti mnogi umetni prožni materiali, ki so uporabni v tehniki. Moderni prožni materiali omogočajo tudi vse imenitnejše športne dosežke (slika 13.16).

Pri prožnih telesih ali pri sistemih teles, ki jih povezujejo prožnostne sile, je prožnostna energija del skupne energije telesa oziroma sistema. Tak sistem npr. sestavljata prožna vzmet in na njej obešena utež. Ko utež na vzmeti niha, je skupna energija sistema vsota kinetične, potencialne in prožnostne:

$$W = W_k + W_p + W_{pr} .$$

Z merjenjem se lahko prepričamo, da je ta vsota med nihanjem konstantna.

Nihanje uteži na prožni vzmeti nas spominja na nihanje uteži na vrvici. V obeh primerih se ohranja skupna energija: pri uteži na vrvici vsota kinetične in potencialne energije, pri uteži na vzmeti pa vsota kinetične, potencialne in prožnostne energije. V nobenem od teh primerov prvi trenutek poleg teže ni videti zunanjih sil, ki bi opravljale delo. V obeh primerih prav zaradi trenja in upora, ki ju v prvem hipu ne upoštevamo, gibanje zamre.

Na osnovi tega in mnogih drugih zgledov lahko sklenemo: če poleg teže ni zunanjih sil, ki bi opravljale delo, ostaja vsota kinetične, potencialne in prožnostne energije telesa ali sistema teles konstantna:

$$W = W_k + W_p + W_{pr} = \text{konst} ,$$

če pa take sile so, je sprememba skupne energije enaka njihovemu delu:

$$\Delta W = \Delta(W_k + W_p + W_{pr}) = A' .$$

Tako smo prišli do razširjenega izreka o kinetični in potencialni energiji, ki mu pravimo **izrek o mehanski energiji**. V primeru, da se skupna energija ohranja, govorimo tudi o **ohranitvi mehanske energije**.

Ohranitev mehanske energije v primeru, ko zunanje sile razen teže ne opravljajo dela, je poseben primer širšega zakona, ki govori o ohranitvi energije v sklenjenem sistemu, ki nima stika z okolico. Poleg kinetične, potencialne in prožnostne energije nastopajo v zakonu o ohranitvi energije še drugi prispevki. O njih bomo govorili kasneje.

Zgled

Pračo, ki je narejena iz gumaste vrvice s koeficientom 20 N/m, napnemo za 20 cm in z njo izstrelimo 5 gramski kamen. S kolikšno hitrostjo odleti kamen s prače?

Ko napnemo pračo, opravimo delo $A = \frac{ks^2}{2} = 0{,}4\ \mathrm{J}$, ki se kaže v prožnostni energiji gumaste vrvice. Ko jo spustimo, pospeši vrvica kamen do končne hitrosti in je na koncu spet nenapeta. Ker medtem na vrvico s kamnom ne delujejo zunanje sile, je po prejšnjem skupna energija konstantna: na začetku je to prožnostna energija prače, na koncu pa kinetična energija kamna.

Tako lahko izenačimo:

$$W_k \text{ (kamna)} = W_{pr} \text{ (prače).}$$

Hitrost kamna po tej enačbi je $v = \sqrt{\frac{k}{m}} = 12{,}7 \text{ m/s}$.

KINETIČNA ENERGIJA SISTEMA TELES

Kinetično energijo sistema teles sestavljajo kinetične energije sestavnih delov. Ni si težko predstavljati, da kinetično energijo vlaka sestavlja kinetična energija lokomotive in vagonov, ki imajo vsi enako hitrost. Pri dveh telesih, od katerih se prvo z maso m_1 giblje s hitrostjo v_1, drugo z maso m_2 pa s hitrostjo v_2, jo bomo zapisali kot

$$W_k = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2}.$$

Mnogokrat je koristno, če kinetično energijo izrazimo s hitrostjo težišča v^*. Od prej vemo, da lahko hitrost telesa predstavimo kot vsoto hitrosti težišča sistema in hitrosti telesa glede na težišče. V našem primeru je tako $v_1 = v^* + v_1'$ in $v_2 = v^* + v_2'$, če sta v_1' in v_2' hitrosti teles glede na težišče. Za kinetično energijo dobimo tako

$$W_k = \frac{(m_1 + m_2)v^{*2}}{2} + \frac{m_1 v_1'^2}{2} + \frac{m_2 v_2'^2}{2} = W_k^* + W_k'.$$

Vidimo, da jo lahko predstavimo z dvema členoma. Prvi člen, to je

$$W_k^* = \frac{(m_1 + m_2)v^{*2}}{2},$$

predstavlja kinetično energijo, ki je vezana na gibanje težišča, drugi člen,

$$W_k' = \frac{m_1 v_1'^2}{2} + \frac{m_2 v_2'^2}{2},$$

pa kinetično energijo delov zaradi gibanja glede na težišče.

Zgled

Za zgled vzemimo, da se voziček z maso $m_1 = 150$ g giblje s hitrostjo 1 m/s, voziček z maso $m_2 = 200$ g pa s hitrostjo 1,5 m/s v isti smeri. Hitrost težišča je tedaj $v^* = 1{,}29$ m/s, hitrosti vozičkov glede na težišče pa $v_1' = -0{,}29$ m/s in $v_2' = 0{,}21$ m/s. Dela kinetične energije sta tedaj $W_k^* = 0{,}29$ J in $W_k' = 0{,}01$ J.

Izračunajte oba dela kinetične energije še za primer, ko se vozička gibljeta drug proti drugemu.

POTENCIALNA ENERGIJA SISTEMA TELES

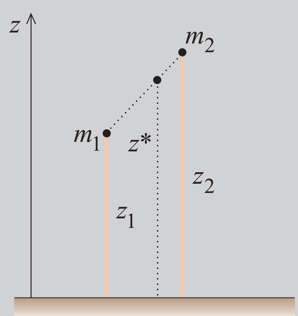
Potencialno energijo sistema teles ali razsežnega telesa izrazimo z višino težišča. Za zgled vzemimo dve drobni telesi: prvo z maso m_1 na višini z_1, drugo pa z maso m_2 na višini z_2 nad nivojem, na katerem naj bo potencialna energija nič (slika 13.17). Skupna potencialna energija teles je tedaj

$$W_p = m_1 g z_1 + m_2 g z_2 = (m_1 + m_2) g z^*$$

kjer je

$$z^* = \frac{m_1 z_1 + m_2 z_2}{m_1 + m_2}$$

višina težišča.



Slika 13.17 *Potencialno energijo več teles lahko izrazimo z višino težišča.*

ENERGIJA PRI TRKIH

Spomnimo se prožnega trka enakih vozičkov. Prvi, ki se giblje, preda drugemu vozičku, ki miruje, ob trku vso svojo gibalno količino in obmiruje. Iz tega sklepamo, da pri trku poleg vse gibalne količine preide na drugi voziček tudi vsa kinetična energija. Tudi pri drugih prožnih trkih ugotovimo isto: Vsoti gibalnih količin in kinetičnih energij po trku sta enaki vsotama pred trkom. To je v skladu z izrekom o gibalni količini in z energijskim izrekom, saj vozička med trkom nimata stika z okolico.

Spomnimo se še na neprožni trk dveh enakih vozičkov. Tako kot prej se prvi voziček pred trkom giblje, drugi pa miruje. Po trku se oba vozička gibljeta s polovico hitrosti prvega vozička pred trkom. Gibalna količina po trku je tako enaka gibalni količini pred trkom.

S kinetično energijo pa je drugače. Kinetična energija sistema pred trkom je kar kinetična energija prvega vozička:

$$W_k = \frac{mv^2}{2},$$

kinetična energija po trku pa je energija spetih vozičkov:

$$W_k' = \frac{1}{2}(2m)\left(\frac{v}{2}\right)^2$$

kar pa je le polovica kinetične energije prvega vozička pred trkom.

Tudi v tem primeru bi pričakovali, da ima sistem po trku enako energijo kot pred njim, saj ni bilo izmenjave z okolico. Zato razliko med začetno in končno kinetično energijo pripišemo spremembi **notranje energije** vozičkov. Med vozičkoma bi lahko bila npr. vzmet z zaklopom, ki bi spel vozička, ko bi se prožna vzmet do konca stisnila. Tedaj bi lahko razliko med kinetičnima energijama pripisali prožnostni energiji vzmeti. Če vozička zlepi kepa plastelina ali se ost na enem vozičku zapiči v zamašek na drugem, povečanja notranje energije ne moremo opredeliti bolj podrobno.

Zgled

Pri prožnem trku vzmeti med vozičkoma za hip prevzamejo del kinetične energije. Ko so vzmeti najbolj stisnjene, se vozička gibljeta z enako hitrostjo, ki je kar enaka hitrosti težišča. Pri trku enakih vozičkov, od katerih se sprva eden giblje, drugi pa miruje, prevzame vzmet polovico kinetične energije. V spodnjem zgledu, ko se vozička gibljeta drug proti drugemu in zato težišče ves čas miruje, pa prevzame vso kinetično energijo.

Vzemimo, da se vozička z maso po 150 kg gibljeta drug proti drugemu s hitrostjo po 0,5 m/s. Zanima nas, za koliko se ob trku, ko vozička za hip obstaneta, stisneta prožni vzmeti v odbijačih, če je njun koeficient 7000 N/m.

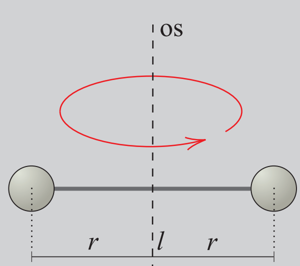
V trenutku, ko vozička mirujeta, vso energijo sistema predstavlja prožnostna energija vzmeti, torej je

$$2\frac{mv^2}{2} = \frac{ks^2}{2} .$$

Izračunamo, da so vzmeti stisnjene za

$$s = \sqrt{\frac{2m}{k}}v = 0{,}10 \text{ m} .$$

KINETIČNA ENERGIJA PRI VRTENJU



***Slika 13.18** Prečka s kroglicama na krajiščih.*

Kinetično energijo telesa, ki se vrti okoli stalne osi, sestavljajo kinetične energije krožečih delov telesa. Oglejmo si tale zgled.

20 cm dolga lahka prečka, ki ima na krajiščih drobni 100-gramski svinčeni kroglici, se vrti s frekvenco 10/s okoli osi skozi težišče, ki je pravokotna na prečko (slika 13.18). Kolikšna je skupna kinetična energija kroglic?

Kinetično energijo posamezne kroglice izračunamo po znanem predpisu. Kroglici imata enako hitrost, zato je skupna kinetična energija

$$W_k = 2\frac{mv^2}{2} .$$

Ker sta kroglici drobni, lahko njuno hitrost izenačimo s hitrostjo središč in jo izrazimo s kotno hitrostjo prečke, saj je

$$v = \omega r ,$$

če je r razdalja od osi do središča kroglic. Tako dobimo izraz

$$W_k = \frac{1}{2}(2mr^2)\omega^2$$

in izračunamo, da je kinetična energija 3,9 J. Izraz za kinetično energijo pa lahko posplošimo. V oklepaju prepoznamo vztrajnostni moment kroglic okoli osi skozi središče prečke,

$$J = 2mr^2,$$

in z novo oznako zapišemo kinetično energijo kroglic takole:

$$W_k = \frac{J\omega^2}{2}.$$

Ta izraz uporabimo tudi pri drugih vrtečih se telesih. Kinetično energijo vrtečega se telesa namreč sestavljajo kinetične energije posameznih delov, ki krožijo z enako kotno hitrostjo v različnih razdaljah od osi. Ko prispevke seštejemo, dobimo prav zgornji izraz. Vztrajnostne momente nekaterih teles ste že spoznali.

PERPETUUM MOBILE

Zgornja razprava je pokazala prepletenost dela in energije. Kadar telo oddaja delo, se mu energija zmanjšuje, kadar pa dela ni, lahko energija ostane konstantna. Kot zgled smo navedli gibanja v težnem polju, za katera je značilno, da se jim ohranja vsota kinetične in potencialne energije. Gibanje bi moralo biti v tem primeru večno, vendar nas izkušnja uči, da prej ali slej zamre. Vzrok iščemo v trenju in uporu, ki se mu pri gibanjih na Zemlji ne moremo izogniti. Večno gibanje je mogoče le v vesoljskih razmerah, kjer teh dveh sil ni.

Ljudje so si dolgo prizadevali, da bi izdelali stroj, ki bi se večno gibal in morebiti za povrh opravljal še delo – **perpetuum mobile.** Obsedenost teh ljudi lahko primerjamo z obsedenostjo alkimistov, ki so si brezuspešno prizadevali, da bi iz različnih kovin izdelali zlato. Predlagali in tudi izdelali so zapletene naprave, ki naj bi tekle same od sebe, seveda brez uspeha. Slika 13.19 kaže eno od teh zamisli.

Slika 13.19 *Predlog za perpetuum mobile na magnetne učinke. Deloval naj bi takole. Magnet A pritegne železno kroglico C po ravnem žlebu navzgor do odprtine E. Kroglica pade skozi odprtino in se po spodnjem žlebu zaradi teže vrne v začetno lego. Ali je stvar delovala, presodite sami.*

VZTRAJNIKI

Vztrajnike, to je kolesa z velikim vztrajnostnim momentom, uporabljajo v tehniki kot shrambe za energijo. Pri batnih motorjih npr. pripomore vztrajnik k mirnejšemu teku. Ponekod uporabljajo vztrajnike za pogon mestnih avtobusov. Na polnilni postaji poženejo vztrajnik z elektromotorjem. S kinetično energijo vztrajnika lahko avtobus do naslednjega polnjenja prevozi nekaj deset kilometrov. Načrtujejo, da bi velike vztrajnike uporabljali kot shrambe za energijo v elektrarnah. V času, ko je poraba majhna, bi poganjali vztrajnik in ga nato uporabljali za pogon generatorjev ob konicah. Uporabnost te zamisli lahko presodite sami. Tipično naj bi imel vztrajnik maso okoli 500 t, premer 5 m in bi se vrtel s frekvenco 50/s.

VPRAŠANJA

1. Ali sila trenja opravlja delo? Kaj pa sila lepenja?

2. Enako narejeni vzmeti iz jeklene in bakrene žice z enakima debelinama raztegnemo na enako dolžino. Pri kateri vzmeti opravimo več dela?

3. Na enako narejeni vzmeti iz jekla in bakra delujemo z enako silo. Pri kateri vzmeti opravimo več dela?

4. Kolikokrat se mora povečati hitrost telesa, da se njegova kinetična energija podvoji?

5. Avto vozi po vodoravni cesti. Nanj deluje več sil. Katere od njih opravljajo delo?

6. Ali je kinetična energija lahko negativna? Kaj pa potencialna in prožnostna energija?

7. Motor poganja tekoče stopnice navzgor s konstantno hitrostjo. Ali je treba povečati moč motorja, če se med vožnjo potniki tudi sami vzpenjajo navzgor s stalno hitrostjo?

8. Ali človek opravlja delo, če:
a) drži utež v iztegnjeni roko,
b) z eno roko dvigne utež, z drugo pa spusti enako utež,
c) nosi tovor po vodoravni cesti,
č) hodi po klancu navzdol?

9. Satelit potuje okrog Zemlje po eliptičnem tiru. Kako se spremeni potencialna energija satelita pri prehodu iz bližnje točke

Zemlji (perigej) v oddaljeno točko (apogej)? Zakaj je v apogeju hitrost satelita manjša kot v perigeju?

10. Padalec pada s stalno hitrostjo. Kako bi zanj uporabili izrek o kinetični energiji ali izrek o kinetični in potencialni energiji? Pojasnite odgovor.

11. Pri nekem poskusu je delo enako nič. Ali iz tega sledi, da je ali sila ali pot enaka nič?

12. Miza stoji ob steni. Nanjo postavimo voziček, na katerega je pritrjena vzmet. Voziček pritisnemo ob steno tako, da se vzmet stisne. Nato ga spustimo, da se odbije od stene. Pojasnite dogajanje s stališča energije.

13. Avto vozi enakomerno pospešeno po vodoravni cesti. Opišite sile, ki delujejo nanj. Katere sile opravljajo delo? Ali velja izrek o kinetični energiji?

14. Ko se helikopter dviguje, opravlja delo njegov motor. Od kod pa dobi energijo vodikov balon, ki se enakomerno dviguje? Ali lahko za balon uporabimo izrek o kinetični energiji? Kaj pa za helikopter?

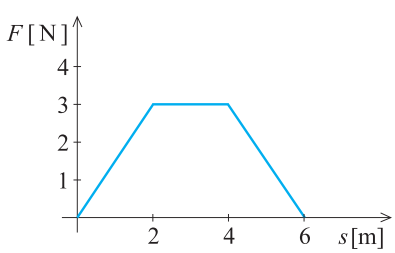
NALOGE

1. Deček z maso 40 kg steče po stopnicah iz pritličja v drugo nadstropje na višino 8 m.
a) Koliko dela opravi?
b) Ali je opravljeno delo odvisno od njegove hitrosti?
c) Ali je odvisno od njegove moči?

Odgovor: a) 3,2 kJ

2. Graf kaže silo, ki med gibanjem deluje na telo, v odvisnosti od poti. Za vsak del poti posebej povejte, kako se giblje telo. Izračunajte delo sile na vsej poti.

Odgovor: 12 J



3. Na tleh ležečo desko z maso 5 kg in z dolžino 2 m dvignemo tako, da jo primemo na enem krajišču in jo postavimo pokonci, ne da bi se drugo krajišče dvignilo s tal. Koliko dela opravimo?

Odgovor: 50 J

4. Okensko navojnico (roleto) z maso 1 kg in z dolžino 2 m navijemo na tanek valj nad oknom. Koliko dela opravimo? Trenje zanemarimo.

Odgovor: 10 J

5. Kolikšno delo je treba opraviti:

a) da se vlaku z maso 800 ton poveča hitrost od 36 km/h na 54 km/h,

b) da se vlak ustavi, če spočetka vozi s hitrostjo 72 km/h? Upor zraka zanemarite.

Odgovor: a) 50 MJ
b) 160 MJ

6. Tekoče stopnice prepeljejo v minuti 10 ljudi na višino 6 m. Povprečna masa človeka naj bo 75 kg. Izračunajte povprečno moč motorja, ki poganja stopnice.

Odgovor: 750 W

7. Avto z 20-kilovatnim motorjem lahko vozi z največjo hitrostjo 90 km/h. Če enak motor vgradimo v motorni čoln, lahko le-ta vozi z največjo hitrostjo 15 km/h. Kolikšno silo »premaguje« med vožnjo motor avtomobila in kolikšno motor čolna?

Odgovor: 800 N
4,8 kN

8. Avto z maso 1 t se začne gibati enakomerno pospešeno. V 2 s prevozi pot 20 m. Kolikšna je pri 20 m moč motorja, če avto v začetku miruje?

Odgovor: 200 kW

9. Vlak z maso 2000 t vozi z mesta s pospeškom 0,2 $\mathrm{m\,s^{-2}}$ in doseže polno hitrost v 1 minuti. Kolikšno moč doseže motor med pospeševanjem?

Odgovor: 4,8 MW

10. Avto z maso 700 kg pospešuje z mesta. Motor mu podeljuje pospešek 8 $\mathrm{m\,s^{-2}}$ vzdolž poti 100 m. Najmanj kolikšna je povprečna moč njegovega motorja?

Odgovor: 112 kW

11. V dvigalu je vgrajen motor z močjo 2,6 kW. Kolikšna je največja hitrost, s katero lahko dviga breme z maso 250 kg?

Odgovor: 1 m/s

12. Avto z maso 1,5 t zapelje s hitrostjo 100 km/h v klanec. Ko se dvigne za 25 m, ima hitrost 80 km/h. Najmanj koliko dela pri tem opravi motor? Izgube seveda zahtevajo večje delo.

Odgovor: $1{,}7 \cdot 10^5$ J

13. Po strmini z višino 2 m in z osnovnico 5 m (spodnja stranica) se spustijo sani, ki od vznožja dalje prevozijo še 35 m, preden se ustavijo. Kolikšen je koeficient trenja med drsno ploskvijo sani in podlago?

Odgovor: 0,05

14. Črpalka v 8 minutah prečrpa 1000 kg vode v bazen, ki leži 24 m višje. Kolikšna je moč črpalke?

Odgovor: 500 W

15. Telo vržemo s hitrostjo 16 $\mathrm{m\,s^{-1}}$ navpično navzgor. Na kateri višini je kinetična energija telesa enaka njegovi potencialni energiji?

Odgovor: 6,4 m

16. S kolikšno začetno hitrostjo moramo vreči žogo z višine h navpično navzdol, da se po odboju od tal dvigne na višino $2h$? Vzemite, da je trk prožen in da ni upora zraka. Kaj pa, če žogo vržemo navzgor?

Odgovor: $v_0 = \sqrt{2gh}$ v obeh primerih

17. Kolikšna je kinetična energija kamna z maso 0,1 kg po 3 sekundah gibanja, če ga vržemo z vrha strmega hriba s hitrostjo 10 $\mathrm{m\,s^{-1}}$ v vodoravni smeri?

Odgovor: 50 J

18. V loncu s polmerom 10 cm je zmrznjena voda, ki sega do višine 10 cm. Za koliko se spremeni potencialna energija vode, ko se stali? Gostota ledu je 917 kg m^{-3}.

Odgovor: –0,11 J

19. Kocka s stranico 10 cm stoji na mizi. Najmanj koliko dela moramo opraviti, da kocko prevrnemo? Gostota kocke je 2,7 kg dm^{-3}.

Odgovor: 0,55 J

20. Lesena klada z maso 2,0 kg visi na dolgih vrvicah in miruje. Izstrelek z maso 10 g se s hitrostjo 500 m s^{-1} zapiči v leseno klado in ostane v njej. Za kolikšno višino se zato dvigne klada? Kolikšen del kinetične energije izstrelka se pri trku spremeni v notranjo energijo?

Odgovor: 0,31 m
99,5 %

21. Svinčena krogla z maso 500 g se giblje s hitrostjo 10 m s^{-1} in trči v mirujočo kroglo iz voska z maso 200 g. Po trku se krogli gibljeta skupaj. Izračunajte kinetično energijo krogel po trku.

Odgovor: 18 J

22. Z 1,8 m dolgim drogom dvigamo breme s težo 1200 N tako, da podpremo drog na razdalji 30 cm od tistega konca, kjer je breme. Kolikšno delo moramo opraviti, da breme dvignemo za 5 cm? Kolikšno delo opravi med dviganjem teža bremena?

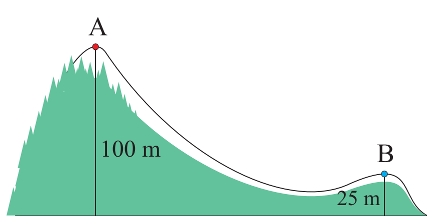
Odgovor: 60 J
–60 J

23. Krogla, ki izleti iz puškine cevi s hitrostjo v_0, prebije nekaj enakih desk, ki so na majhni razdalji ena od druge. V kateri deski se ustavi krogla, če njena hitrost po prehodu skozi prvo desko pade na $^5/_6$ prvotne hitrosti?

Odgovor: v četrti deski

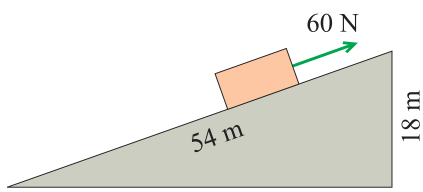
24. Smučar se z vrha vzpetine v točki A s hitrostjo 5 m/s požene v smuk. Kolikšna bi bila hitrost smučarja v točki B na vrhu sosednje vzpetine, če bi ne bilo trenja in upora? Kolikšen je koeficient trenja med smučmi in snegom, če privozi smučar na vrh B z enako hitrostjo, kot jo je imel v A, in je vodoravna razdalja med vrhovoma 1200 m?

Odgovor: 39 m/s
0,06



25. Po klancu na sliki vlečemo zaboj z maso 6 kg navzgor. Za enakomerno gibanje zaboja je potrebna vlečna sila 60 N, ki deluje vzporedno s klancem. Koliko dela opravi sila na poti 54 m? Za koliko se pri tem spremeni potencialna energija zaboja? Kolikšen je izkoristek klanca?

Odgovor: 3,2 kJ
1,1 kJ
33 %



26. Gasilci rešujejo ljudi iz višjih nadstropij zgradb tako, da uporabijo posebno ponjavo, po katerih jih spuščajo navzdol. Trenje omogoča, da ljudje med spuščanjem ne dosežejo prevelike hitrosti. Predpostavljamo, da se med spustom po takšni ponjavi 75 % potencialne energije izgubi zaradi trenja. Moški z maso 80 kg se spusti po ponjavi iz drugega nadstropja, ki je 9 m nad tlemi. Ponjava je dolga 12 m.

a) Kolikšna je sprememba potencialne energije moža med spustom?
b) Kolikšna je povprečna sila trenja?
c) S kolikšno hitrostjo moški pristane na tleh?

Odgovor: a) 7,2 kJ
b) 450 N
c) 6,7 m/s

27. V zabaviščnem parku imajo napravo, s katero lahko izmerimo svojo moč (slika). Recimo, da dvignemo kladivo z maso 2 kg in udarimo po napravi. Tik pred trkom z napravo ima kladivo hitrost 6 m s^{-1}. Predpostavimo, da se vsa kinetična energija kladiva prenese na napravo.

a) Kolikšna je kinetična energija kladiva pred trkom?
b) Utež z maso 1 kg, ki se zaradi udarca s kladivom začne vzpenjati, doseže višino 2 m. Koliko potencialne energije dobi?
c) Koliko energije se izgubi zaradi trenja uteži ob vodilo med dviganjem?
č) Kolikšna je sila trenja, ki med dviganjem deluje na utež?
d) Utež se mora dvigniti 3 m visoko, da zadene zvonec na vrhu. Koliko potencialne energije mora dobiti in koliko dela je treba opraviti za premagovanje trenja?
e) Kolikšno hitrost mora imeti kladivo ob udarcu, da zvonec zazvoni?

Odgovor: a) 36 J
b) 20 J
c) 16 J
č) 8 N
d) 30J, 24J
e) 7,3 m/s

28. Kepo plastelina z maso 50 g spustimo z višine 1,5 m, da pade na skodelico vzmetne tehtnice z zanemarljivo maso. Za koliko se poda vzmet, če je njen koeficient 150 N/m?

Odgovor: 10 cm

29. Kadar velika zvezda eksplodira, večina snovi odleti v vesolje, jedro zvezde pa postane tako gosto, da je ubežna hitrost na površju enaka svetlobni hitrosti. Izračunajte, kolikšen je radij takega jedra, če je njegova masa enaka masi Sonca, to je $2{,}0 \cdot 10^{30}$ kg. Hitrost svetlobe je $3{,}0 \cdot 10^{8}$ m/s.

Odgovor: 1,5 km

14. GIBANJE TEKOČIN

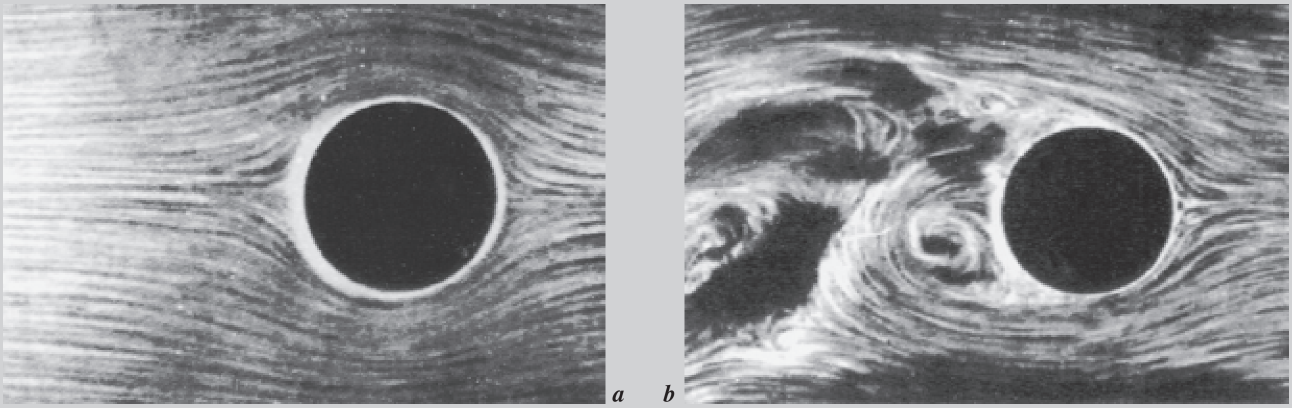
Vedno znova nas privlači raznolikost tekoče vode. Potoček, ki se vije mimo kamnov, preskakuje pragove in se umirja v tolmunih, lahko opazujemo ure in ure, ne da bi se dolgočasili. Otroci se radi igrajo z vodo – zlivajo jo v bazenčke, nato pa jo po različnih strugah speljujejo navzdol. Ob morski obali smo znova in znova očarani nad nenehno igro valov. Na gibanje zraka nas opominjata veter in gibanje oblakov.

Ali lahko navidez neponovljiva dogajanja razumemo z doslej znanimi zakoni fizike? Kot smo se že navadili, se bomo najprej lotili preprostejših pojavov, ki jih lahko kadarkoli povzročamo sami in jih tudi nadzorujemo. Najprej bomo obravnavali gibanje vode, tekočine, ki nam je najbližja. Kar bomo spoznali, bo v veliki meri veljalo tudi za druge tekočine, pa tudi za pline, npr. za zrak. Namenoma se bomo odrekli obravnavi **viskoznih** tekočin, kot sta med ali olje, ki se že na prvi pogled razlikujeta od vode ali zraka.

Opazujmo tok vode po prozorni cevi. Pri vstopu v cev naj voda obteka kristalček hipermangana ali košč™ek »tintnega svinčnika«. Dokler je hitrost vode majhna, se potem, ko se tok umiri, vleče od svinčnika tanka obarvana nit. Po njej tečejo deli vode, ki so pri vstopu v cev obtekali oviro. V ploščati posodi, v kateri bi obarvali vodo na več mestih, bi opazovali več vzporednih obarvanih niti. Pravimo, da je tak tok **laminaren**. Predstavljamo si lahko, da je razdeljen na množico **tokovnih niti**, v katerih teče tekočina gladko in brez mešanja. Ko povečamo hitrost vode, se začnejo obarvane niti vrtinčiti in kmalu je voda povsod bolj ali manj enakomerno obarvana. Pravimo, da je postal tok **vrtinčen** ali **turbulenten**.

Turbulentnega toka ne moremo opazovati tako, kot je opisano zgoraj, saj se barvilo takoj razmaže. Več izvemo, če po toku natresemo droben prah in ga fotografiramo. Na fotografiji vsak delec pusti kratko sled – pot v času, ko je zaklop fotoaparata odprt. Sledi bližnjih delcev, ki si sledijo vzdolž toka drug za drugim, lahko povežemo v črte – **tokovnice**. Pri laminarnem gibanju so tokovnice gladke in se ne spreminjajo s časom. Pri turbulentnem gibanju pa so zvite in na vsakem posnetku drugačne (slika 14.1).

Obravnavali bomo **stacionarno gibanje** tekočine, pri katerem je hitrost na izbranem mestu ves čas enaka. Tako gibanje je vedno laminarno. Tekočina se giblje v stacionarnih **tokovnih ceveh**, ki si



a *b*

Slika 14.1 *Tokovnice v laminarnem (a) in turbulentnem toku (b).*

jih predstavljamo tako, kot da so omejene s plaščem tokovnic. Pridobljena spoznanja pa nam bodo povedala tudi nekaj o toku po ceveh nasploh.

PROSTORNINSKI TOK

Odprimo vodovodno pipo in izmerimo, kolikšna prostornina vode izteče iz nje na enoto časa ali kolikšen je **prostorninski tok** vode. Če je V prostornina vode, ki izteče v času t, je prostorninski tok

$$\Phi_V = \frac{V}{t} .$$

Izražamo ga v m^3/s, l/s in podobnih enotah. Brez merjenja sklepamo, da je prostorninski tok odvisen od preseka cevi in od hitrosti vode. Naj bo S presek cevi in v srednja hitrost vode po preseku. Tedaj je prostorninski tok

$$\Phi_V = Sv .$$

S prostorninskim tokom je povezan masni tok, ki smo ga že spoznali. Ni težko uganiti, da je

$$\Phi_m = \rho \Phi_V ,$$

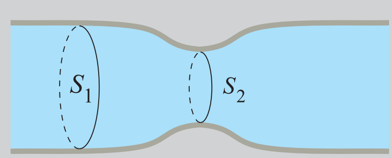
če je ρ gostota tekočine.

Mislimo si, da je cev mestoma široka, tam naj bo presek S_1, mestoma ozka, tam naj bo presek S_2 (slika 14.2). Če med mestoma ni razpok ali stranskih cevi, skozi katere bi lahko tekočina pritekala ali odtekala, morata biti prostorninska tokova skozi oba preseka enaka, če je tekočina nestisljiva:

$$S_1 v_1 = S_2 v_2 .$$

To zagotovo drži za vodo in druge kapljevine, pa tudi za pline pri majhni hitrosti.

Prostorninski tok je konstanten tudi po tokovni cevi, saj vanjo ne doteka tekočina od strani.

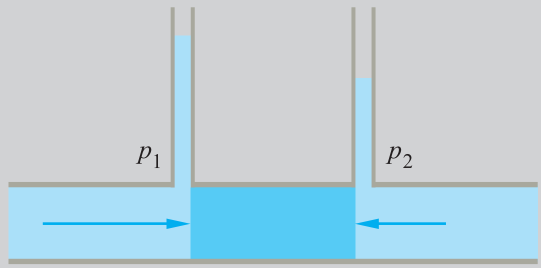


Slika 14.2 *Cev s spremenljivim presekom.*

TLAK V GIBAJOČI SE TEKOČINI

Vodoravno stekleno cev s konstantnim presekom, v katero je zavarjen niz navpičnih cevk, rekli jim bomo **manometrske cevke**, priključimo na vodovodno pipo. Višina vode v cevkah kaže, za koliko je tlak v vodi na izbranem mestu večji od tlaka zunaj cevi. Vidimo, da tlak vzdolž toka pada. Voda teče torej v smeri padajočega tlaka.

Opazujmo del vode med manometrskima cevkama (slika 14.3). Nanj delujeta okoliška voda in stena. Sili vode sta p_1S in p_2S, in imata rezultanto v smeri toka. Sila stene je ploskovno porazdeljena. Komponente sil, ki so pravokotne na steno, se paroma uravnovešajo. Vzdolžne komponente pa skupaj uravnovešajo razliko med silama vode, saj se voda giblje enakomerno.

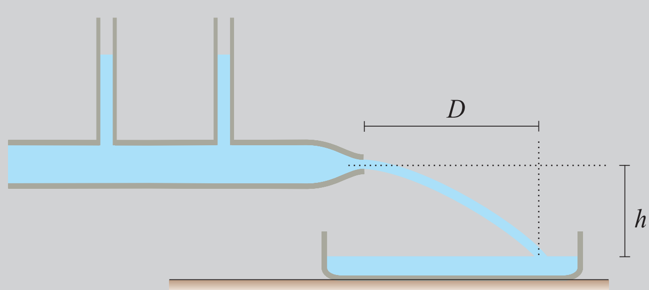


Slika 14.3 *Sili tlaka na označeni del vode v vodoravni cevi.*

Vzdolžne sile stene, ki zavirajo gibanje, imenujemo **upor**. Odvisen je od hitrosti tekočine.

Pri nadaljnji razpravi se bomo omejili na primere, v katerih upor ni izrazit in ga lahko za začetek zanemarimo. Za zgled si vzemimo naslednji poskus.

Cev z nizom zataljenih manometrskih cevk, ki ima na koncu kratko vodoravno šobo, priključimo na vodovodno pipo in jo rahlo odpremo (slika 14.4). Voda izteka iz šobe v tankem curku, iz pipe pritekajoča voda pa iztečeno sproti nadomešča. V manometrskih cevkah je voda približno enako visoko, kar kaže, da je znotraj cevi tlak približno konstanten. Ker je presek cevi veliko večji od preseka šobe, je tok vode po cevi počasen in upor zato zanemarljiv.



Slika 14.4 *Curek vode izteka v vodoravni smeri iz cevi s povečanim tlakom.*

Določimo hitrost iztekajoče vode. Šobo namestimo v vodoravni legi v izbrani višini nad kadjo in izmerimo razdaljo, ki jo prepotuje curek v vodoravni smeri, preden zadene dno kadi. Pri nekem poskusu je iztekal curek v višini 12 cm nad kadjo in dosegel 21 cm v vodoravni smeri. V manometrskih cevkah je bila voda 10 cm visoko, kar pomeni, da je bil tlak v cevi za 1000 Pa večji od zunanjega. Upoštevajoč lastnosti gibanja curka – spomnimo se vodoravnega meta – izračunamo, da je hitrost pri iztekanju nekaj manj kot 1,4 m/s. Ko povečamo tlak v cevi, se poveča hitrost.

Povezava med hitrostjo iztekajoče vode in tlakom v cevi nas spodbuja k razmišljanju. Poskusimo si jo razložiti z uporabo energijskega zakona. Do njega smo sicer prišli pri opazovanju točkastih in togih teles. Iz rezultatov pa bomo videli, ali ga smemo uporabiti tudi za tekočine, kakršna je voda.

Ko voda izteka, jo sproti nadomešča pritekajoča voda. Prav tako je, kakor da bi s premičnim batom potiskali vodo proti šobi. Bat, ki se prilega cevi s presekom S, moramo potiskati s silo

$$F = (p_0 + \Delta p)S$$

in pri tem opravljati delo. Da iztisnemo vodo s prostornino ΔV, moramo potisniti bat za

$$\Delta s = \frac{\Delta V}{S}$$

in opraviti delo

$$A = F\Delta s = (p_0 + \Delta p)\Delta V.$$

Del tega dela, $p_0\Delta V$, odda iztekajoča voda zraku, ki pritiska od zunaj s tlakom p_0, drugi del, $\Delta p\Delta V$, pa se porabi za povečanje kinetične energije vode:

$$\Delta p\Delta V = \Delta W_k.$$

Ker je kinetična energija vode pred vstopom v šobo zanemarljiva, lahko enačimo opravljeno delo in kinetično energijo vode v curku. Upoštevajoč, da je masa iztečene vode

$$\Delta m = \rho\Delta V,$$

dobimo

$$\Delta p\Delta V = \frac{1}{2}\Delta m v^2 = (\rho\Delta V)v^2,$$

kar nam da povezavo med tlakom v cevi in hitrostjo vode v curku:

$$\Delta p = \frac{\rho v^2}{2}.$$

Za hitrost vode pri našem poskusu dobimo iz zgornje enačbe nekaj več kot 1,4 m/s, kar se ujema z izmerjeno hitrostjo.

Zgled potrjuje, da smemo tudi za tekočine, kot je voda, uporabiti izrek o kinetični energiji. V zgornjem zgledu dobimo s tem povezavo med tlačno razliko Δp in gostoto kinetične energije v iztekajočem curku, $\frac{\rho v^2}{2}$.

Zgled

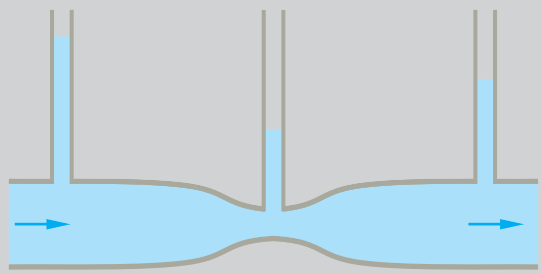
Znano je, da voda iz počenih vodovodnih cevi izteka z veliko hitrostjo. Izračunajmo, s kolikšno hitrostjo izteka voda iz cevi, v kateri je tlak za 2,5 bara večji kakor zunaj.

Iz zgornje enačbe sledi

$$v = \sqrt{\frac{2\Delta p}{\rho}} = 22 \text{ m/s} .$$

BERNOULLIJEVA ENAČBA

Tok tekočin skriva marsikaj zanimivega. Ponovimo prejšnji poskus s cevjo, ki je na enem mestu zožena (slika 14.5).

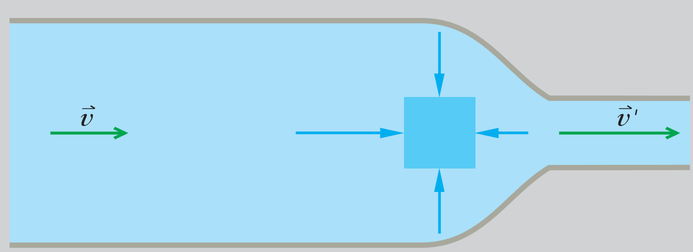


Slika 14.5 *Tlak v zoženem delu cevi je manjši.*

Na zoženem mestu je hitrost vode večja kot na širokem. Proti pričakovanju kaže višina vode v manometrskih cevkah, da je tam tlak manjši kot v širokem delu.

Pojav so svoj čas imeli za paradoks, saj ni v skladu s pričakovanji. Toda, ali res ni?

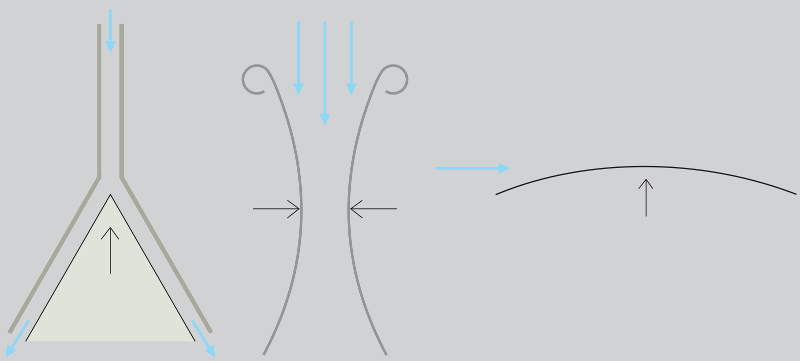
Opazujmo del vode v cevi (slika 14.6). Pri prehodu iz širokega v zoženi del se vodi poveča hitrost. Po II. Newtonovem zakonu mora tedaj nanj delovati sila v smeri proti zoženemu delu. Do take sile pride, če se zmanjša tlak pri prehodu v zoženi del.



Slika 14.6 *Sile na zaznamovani del vode v cevi.*

Slika 14.7 ponazarja poskuse, ki kažejo različice zgoraj opisanega pojava.

V razširjeni del lija vtaknemo papirnat stožec, ki se liju dobro prilega. Ko hočemo odpihniti stožec iz lija, se še bolj prilepi obenj (slika 14.7 a). Iz kartona oblikujemo papirnati loputi in ju pritrdimo na vilice (slika 14.7 b). Ko pihnemo mednji, se stakneta. Ko pihamo nad zakrivljenim listom papirja, se krajišče lista dvigne (slika 14.7 c).



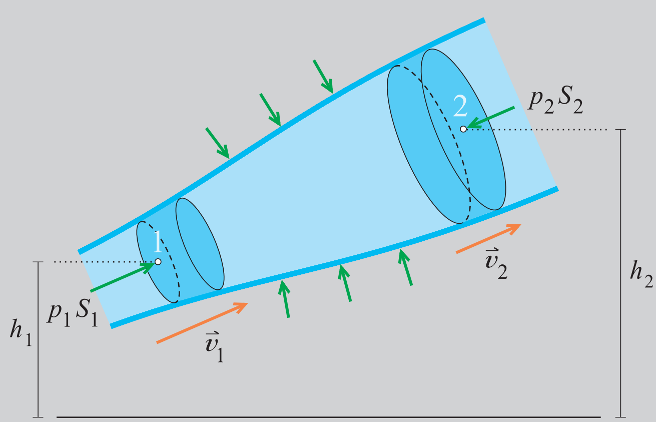
Slika 14.7 *Lij s papirnatim stožcem (a). Loputi (b). List papirja (c).*

Vsi trije pojavi imajo enak vzrok. Na zoženih delih se hitrost zraka v curku poveča, zato pa je tam tlak manjši kot na nezoženih delih, kjer je tlak enak okoliškemu tlaku. Zaradi razlike tlakov okoliški zrak še bolj stisne zoženi curek. Zato se stožec prilepi ob lij, loputi se stakneta in list papirja se dvigne.

Podobne pojave srečujemo tudi izven laboratorija. Na Krasu in na Vipavskem pravijo, da burja dviguje strehe. V resnici jih dviguje zrak, ki miruje na podstrešju, burja le poskrbi, da se vrh strehe ob njenem toku zmanjša tlak. Ko se vozimo s kolesom, lahko čutimo, kako nas rahlo pritegne k tovornjaku, ki nas tesno prehiteva z veliko hitrostjo. Podobne pojave opazujemo v vodnem toku.

Poiščimo povezavo med spremembo hitrosti in spremembo tlaka. Uporabili bomo izrek o kinetični in potencialni energiji, kot smo ga uporabili za iztekajočo tekočino.

Opazujemo tekočino v tokovni cevi. Ta naj ima spremenljiv presek, pa še vzpenja naj se (slika 14.8). Tekočina naj bo nestisljiva.



Slika 14.8 *Sile na tekočino v tokovni cevi.*

Okoliška tekočina naj deluje na izbrano cev s silami, ki so povsod pravokotne na stene. V izbranem času Δt priteče v opazovani del cevi pri oznaki 1 tekočina s prostornino ΔV in z maso Δm, ravno toliko tekočine pa izteče iz tega dela pri oznaki 2. Tekočina v označenem odseku prejme pri tem delo

$$(p_1 - p_2)\Delta V,$$

ki pokrije razliko med kinetično in potencialno energijo pritečene oziroma odtečene tekočine:

$$(p_1 - p_2)\Delta V = \left(\frac{\Delta m v_2^2}{2} - \frac{\Delta m v_1^2}{2}\right) + (\Delta m g h_2 - \Delta m g h_1).$$

Ko enačbo delimo s prostornino in jo preuredimo, dobimo enačbo

$$p_2 + \frac{\rho v_2^2}{2} + \rho g h_2 = p_1 + \frac{\rho v_1^2}{2} + \rho g h_1,$$

ki povezuje vsoto tlaka p, gostote kinetične energije $\frac{\rho v^2}{2}$ in gostote potencialne energije $\rho g h$ na različnih mestih vzdolž tokovne cevi. Enačbo imenujemo **Bernoullijeva enačba**. Lahko jo razumemo kot obliko izreka o kinetični in potencialni energiji za idealne nestisljive tekočine.

Vemo, da predpostavke o silah na tokovno cev, ki smo jih uporabili pri izpeljavi, niso povsem na mestu, zato nas ne preseneti, da se v resnici vsota tlaka, gostote kinetične in gostote potencialne energije v smeri toka zmanjšuje. Razlog za to so strižne sile, ki zavirajo tok tekočine. Kljub temu pa bomo enačbo uporabljali v primerih, ko opazovani mesti vzdolž tokovne niti ali tokovnice nista preveč narazen.

Enačbo smemo uporabiti tudi za tok po cevi. V tem primeru nam daje primerjavo med povprečnimi količinami na izbranih mestih vzdolž cevi.

Zgledi

1. V ceveh s spremenljivim presekom se hkrati s presekom spreminja tudi tlak. Izračunajmo tlačno razliko med širokim in ozkim delom cevi na sliki 14.6. Naj bosta v in p hitrost in tlak v širokem delu ter v' in p' hitrost in tlak v ozkem delu. Če je cev vodoravna, mora biti

$$p + \frac{\rho v^2}{2} = p' + \frac{\rho v'^2}{2}.$$

Od tod je tlačna razlika

$$\Delta p = p - p' = \frac{\rho}{2}(v'^2 - v^2).$$

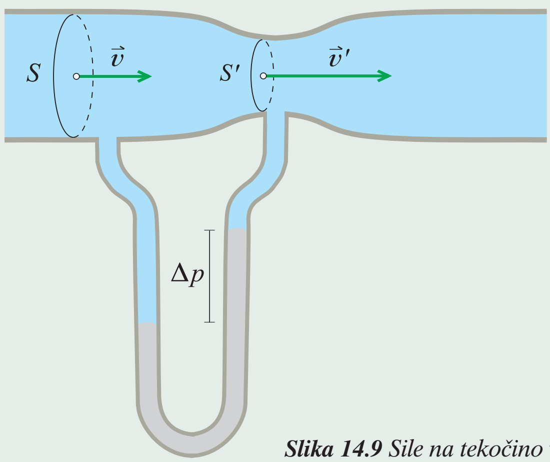
To razliko lahko povežemo s prostorninskim tokom po cevi, saj je

$$\Phi_V = vS = v'S',$$

če sta S in S' preseka širokega in ozkega dela cevi. Ko izrazimo hitrosti s prostorninskim tokom, dobimo zvezo

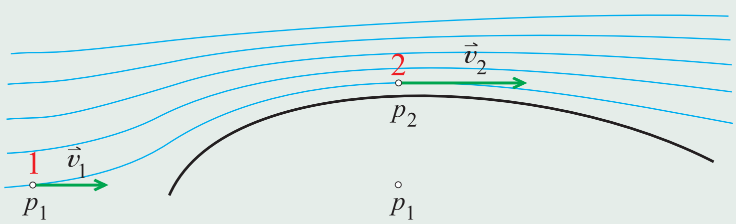
$$\Delta p = \frac{\rho \Phi_V^2}{2}\left(\frac{1}{S'^2} - \frac{1}{S^2}\right).$$

Ko tlačno razliko izmerimo z manometrom, ki ga priključimo med dela cevi, lahko določimo prostorninski tok tekočine po cevi. Pripravo, ki je namenjena temu, imenujemo **Venturijeva cev**. Njen vzdolžni presek kaže slika 14.9.



Slika 14.9 *Sile na tekočino v tokovni cevi.*

2. Bernoullijeva enačba omogoči razlago poskusov na sliki 14.7. Oglejmo si dvigovanje lista papirja. Tokovnice zraka nad listom papirja z označenimi hitrostmi kaže slika 14.10.



Slika 14.10 *Tokovnice nad listom papirja.*

Po Bernoullijevi enačbi primerjamo razmere v označenih točkah 1 in 2 vzdolž tokovne niti. Stran od papirja je tok zraka nemoten, zato lahko postavimo, da je v točki 1 tlak p_1 enak atmosferskemu tlaku, hitrost v_1 pa je enaka hitrosti v nemotenem toku. Nad papirjem je hitrost $v_2 > v_1$, zato je $p_2 < p_1$. Tlak pod papirjem je enak atmosferskemu tlaku p_1. Razlika tlakov

$$p_1 - p_2 = \frac{\rho v_2^2}{2} - \frac{\rho v_1^2}{2}$$

povzroča silo, ki dviguje papir.

Z Bernoullijevo enačbo razložimo tudi sile na letalsko krilo (slika 14.11) ali na jadra in trup pri jadrnici (slika 14.12).

Slika 14.11 *Letalo se dviga zaradi sile zraka na krila.*

Slika 14.12 *Jadrnica med plovbo.*

VPRAŠANJA

1. Ko se med vožnjo srečata ladji, se lahko zgodi, da trčita z boki, če je njuna oddaljenost premajhna. Pojasnite, zakaj lahko pride do takšnega trka.

2. Če s sušilnikom za lase usmerimo curek zraka pod žogico za namizni tenis in jo previdno spustimo iz rok, žogica lebdi v zraku, kot da bi bila brez teže. Zakaj?

3. V šolskem kemijskem laboratoriju si oglejte vodno črpalko, s katero dosežejo majhen podtlak, ki ga potrebujejo za filtriranje kapljevin. Pojasnite njeno delovanje.

4. Pojasnite, zakaj lahko jadrnica pluje proti vetru.

5. Curek iz vodovodne pipe postaja vedno tanjši, ko voda pada navzdol. Zakaj?

NALOGE

1. Skozi cev, ki ima v začetku premer 0,40 m, zatem pa se zoži do premera 0,30 m, se pretoči 24 litrov vode v sekundi. Kolikšna je hitrost vode v širšem in ožjem delu cevi?

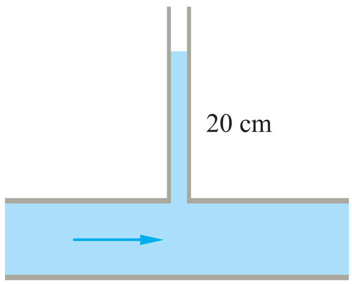
Odgovor: $19\ \mathrm{cm\,s^{-1}}$
$34\ \mathrm{cm\,s^{-1}}$

2. Voda se s stalno hitrostjo $7\ \mathrm{m\,s^{-1}}$ pretaka skozi cev s premerom 8 cm, ki se razcepi v dve cevi. Hitrost vode v prvi cevi s premerom 5 cm je $10\ \mathrm{m\,s^{-1}}$. S kolikšno hitrostjo teče voda v drugi cevi, ki ima premer 4 cm?

Odgovor: $12\ \mathrm{m\,s^{-1}}$

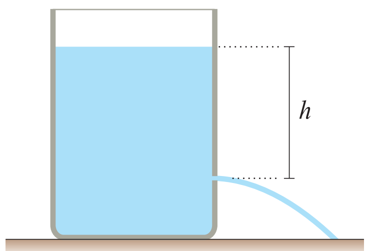
3. Kolikšen je celotni tlak v vodoravni cevi na sliki, skozi katero teče voda s hitrostjo 24 m s^{-1}, če je višina vodnega stolpca v navpični cevki 20 cm?

Odgovor: 102 kPa



4. S kolikšno hitrostjo izteka voda iz posode na sliki, če je odprtina 1,2 m pod gladino vode?

Odgovor: 4,9 m s^{-1}



5. Sod, v katerem voda sega do višine 1,2 m nad dnom, ima v dnu majhno odprtino s ploščino 1 cm^2. S kolikšno hitrostjo izteka v začetku voda iz soda? Koliko vode izteče takrat v 1 sekundi?

Odgovor: 4,9 m s^{-1}
0,5 l/s

6. Po cevi priteka voda v pokonci stoječ sod, ki ima v dnu odprtino s ploščino 0,8 cm^2. Prostornina soda je 200 litrov. Pri kateri višini vodne gladine se naraščanje vode v sodu ustavi, če je prostorninski tok vode v cevi 0,20 litra na sekundo? V kolikšnem času pa se v začetku prazen sod napolni, potem ko odprtino zamašimo?

Odgovor: 3,1 dm
1000 s

7. Voda iz počene cevi brizga 18 m visoko. Z najmanj kolikšno hitrostjo izteka voda iz cevi? Najmanj kolikšna tlačna razlika povzroči tak dvig?

Odgovor: 19 m s^{-1}
1,8 bar

8. V zoženem delu Venturijeve cevi se presek zmanjša na četrtino prvotnega preseka. Voda vstopa v Venturijevo cev s hitrostjo 20 cm s^{-1}. Kolikšno tlačno razliko odčitamo na manometru? Kolikšen je prostorninski tok vode, če meri večji presek 8 cm^2?

Odgovor: 300 Pa
0,16 l/s

9. Človek lahko pri pihanju ustvari tlačno razliko 0,1 bar. Kolikšna je največja hitrost, s katero zrak izteka iz ust med pihanjem? Gostota zraka je 1,2 kg m^{-3}.

Odgovor: 130 m s^{-1}

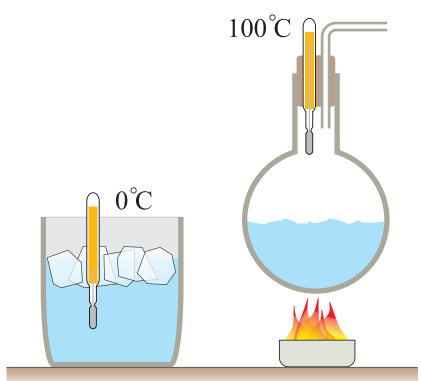
15. TEMPERATURA

S **temperaturo** so povezani pojmi, kot so mrzlo, toplo, mlačno, vroče. Vemo, da temperaturo zaznavamo s čutnicami, ki jih imamo v koži, vendar je to zaznavanje negotovo.

Za enolično določevanje temperature uporabimo **termometer**. Pri merjenju poskrbimo za stik med termometrom in merjenim telesom. Čez čas, ko se temperaturi telesa in termometra izenačita, termometer pokaže temperaturo telesa.

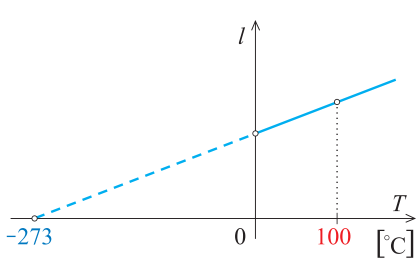
Termometer si lahko zgradimo na podlagi kake lastnosti teles ali snovi, ki se spreminja s temperaturo. Termometri, ki jih največ uporabljamo, temeljijo na spreminjanju prostornine kapljevin. Največkrat so v njih živo srebro, alkohol ali petrolej. S skale odberemo temperaturo v **stopinjah Celzija (°C)**.

Domenjeno je, da označimo temperaturo mešanice ledu in vode pri tlaku 1,013 bar z 0 stopinj Celzija, temperaturo pare nad vrelo vodo pri tlaku 1,013 bar pa s 100 stopinj Celzija (slika 15.1). Temperaturni interval med obema točkama je torej 100 stopinj Celzija.



Slika 15.1 *Ledišče in vrelišče vode.*

Pri podrobnejši razdelitvi skale med izbranima temperaturama moramo biti previdni. Termometri z različnimi kapljevinami, ki jim skalo med oznakama 0 stopinj in 100 stopinj razdelimo na enake dele, namreč ne kažejo enakih vmesnih temperatur. Le termometri, v katerih so razredčeni plini, kažejo vsi enako. **Temperaturno skalo zato definiramo s termometrom na razredčen plin, pri katerem interval med lediščem in vreliščem vode razdelimo na 100 enakih delov.** Skale drugih termometrov potem narišemo tako, da kažejo enako temperaturo kot plinski termometer. Pri živosrebrovem termometru je razdelitev skale približno enakomerna.



Slika 15.2 *Dolžina zračnega stolpca v kapilari pri konstantnem tlaku.*

Plinski termometer pri konstantnem tlaku si lahko naredimo sami. To je kar kapilara z zrakom, ki je zaprt z živosrebrno kapljo. Da termometer umerimo, ga najprej vtaknemo v mešanico ledu in vode, nato pa v paro nad vrelo vodo. V prvem primeru označuje lega kaplje na skali temperaturo 0°C, v drugem pa 100°C. Interval med obema enakomerno razdelimo. Temperaturna skala je sedaj taka, da je prostornina plina, pri našem poskusu pa dolžina zračnega stolpca v kapilari, **linearna funkcija temperature** (slika 15.2).

Linearno odvisnost raztegnemo na obe strani definicijskega območja. Pri tem ugotovimo, da bi bila pri temperaturi –273° C, natančneje –273,15° C, prostornina plina nič. To temperaturo imenujemo **absolutna ničla**.

Namesto v stopinjah Celzija v fiziki radi izražamo temperaturo v novi skali, ki ima ničlo premaknjeno v absolutno ničlo. Po njej je prostornina plina, pri našem poskusu pa dolžina zračnega stolpca, **sorazmerna s temperaturo**. Stopinje na tej skali – po lordu Kelvinu – imenujemo **kelvini (K)**, v njih izraženo temperaturo pa **absolutna temperatura**. Ledišče vode ima 273,15 K, vrelišče pa 373,15 K. Temperaturna razlika med točkama meri tako v Celzijevi kot v absolutni skali po 100 enot. Kelvin in stopinja Celzija zato pomenita enako temperaturno razliko.

Raziskovalci so se z zapletenimi postopki približali absolutni ničli na nekaj milijardink kelvina in na drugi strani dosegli temperature nekaj tisoč kelvinov. V središčih zvezd so temperature nekaj deset milijonov kelvinov in več. Še večje so temperature pri eksplozijah zvezd. Raziskovalci morajo za vsako temperaturno območje ponovno definirati temperaturo glede na način merjenja in pri tem paziti, da je nova temperaturna skala usklajena s tisto, ki je definirana po plinskem termometru.

Tekočinski termometri so nam najbolj domači, so pa žal le malo natančni in se tudi zelo počasi prilagajajo spremembam temperature. Za eksperimente so bolj prikladni električni termometri, pri katerih kot senzorje uporabljamo termočlene ali termistorje. Za hitro oceno površinske temperature uporabljajo tudi lističe s holesteričnimi tekočimi kristali, ki se jim ob spremembah temperature spreminja barva. Nekaj termometrov kaže slika 15.3. Za primerjavo je na sliki 15.4 nekaj prvih termometrov, ki so stari okoli 300 let.

***Slika 15.4** Ene najzgodnejših termometrov je izdelala Academia del Cimento (1657–1667) v Firencah.*

***Slika 15.3** Termometri.*

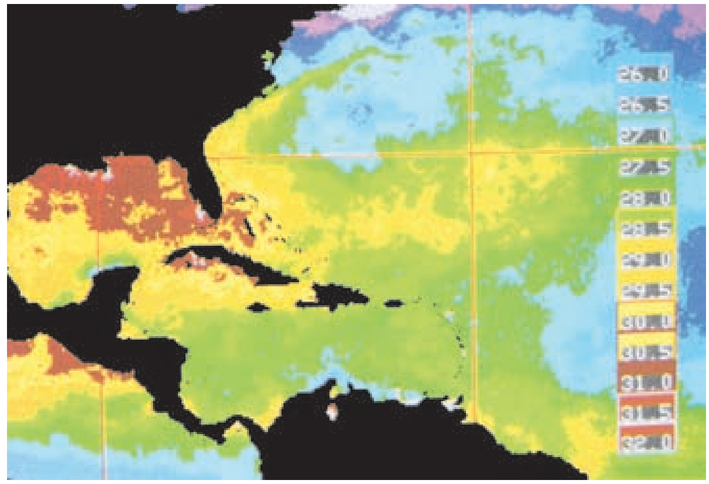
Po mednarodnem dogovoru je mera za absolutno temperaturo tlak razredčenega plina v termometru s konstantno prostornino. Temperatura je sorazmerna s tlakom v termometru in pri trojni točki vode enaka $T_0 = 273{,}16$ K*. Če je tlak plina v termometru pri tej temperaturi p_0, pri neki drugi temperaturi pa p, je ta temperatura

$$T = T_0 \frac{p}{p_0}.$$

Ledišče in vrelišče vode pri normalnem tlaku imata že znani temperaturi 273,15 K oziroma 373,15 K. Absolutna temperatura, ki smo jo pri naših poskusih definirali s plinskim termometrom pri konstantnem tlaku, je namreč identična z zgornjo. Pri razredčenih plinih je tudi prostornina pri konstantnem tlaku sorazmerna s temperaturo, če je tlak pri konstantni prostornini sorazmeren s temperaturo, in obratno.

* Trojna točka vode je stanje, v katerem so v ravnovesju tekoča voda, led in vodna para. Po Celzijevi temperaturni skali je temperatura v tem stanju 0,01° C, po absolutni torej 273,16 K.

Od daleč določajo temperaturo po infrardečem sevanju, ki ga oddajajo telesa. Tako je nastala satelitska slika temperature morske vode, ki jo kaže slika 15.5.



Slika 15.5 *Temperatura vode v Karibskem območju avgusta 1990. S slike, posnete z vremenskim satelitom, lahko razberemo, da je voda dosegla temperaturo 32° C.*

TEMPERATURNO RAZTEZANJE TRDNIH SNOVI IN KAPLJEVIN

Vemo, da se večina snovi razteza, če jih segrevamo. Izjema je voda, ki se krči, ko jo segrejemo od 0° C do 4° C, nato pa se pri nadaljnjem segrevanju razteza. Pri segrevanju trdnih teles se povečajo linearne razsežnosti in prostornina teles, pri segrevanju kapljevin se poveča prostornina.

Za zgled vzamemo 1 m dolgo žico iz cekasa, ki jo z električnim tokom segrejemo za nekaj 100 K. Podaljšek žice je nekaj milimetrov. Meritve pri različnih temperaturah bi nas prepričale, da je podaljšek sorazmeren s temperaturno spremembo. Sklepamo, da je sorazmeren tudi z dolžino, saj se pri nekaj metrov dolgi žici vsak meter enako podaljša. Torej je

$$\Delta l = \alpha l \Delta T,$$

ali drugače,

$$\frac{\Delta l}{l} = \alpha \Delta T.$$

Vidimo, da je **relativni raztezek sorazmeren s temperaturno spremembo**.

Koeficient α imenujemo **dolžinska temperaturna razteznost**. V našem primeru je

$$\alpha = \frac{1}{l}\frac{\Delta l}{\Delta T} = 10^{-5}\ \mathrm{K}^{-1}.$$

Razteznost večine trdnih snovi je tega reda velikosti. Izjema je kremenovo steklo, ki ima koeficient le $0{,}5 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{K}^{-1}$. Podrobnejše podatke najdemo v priročnikih. Iz njih tudi izvemo, da je temperaturna razteznost odvisna od temperature.

Dolžinska temperaturna razteznost nekaterih snovi (pri okoli 20° C)

aluminij	$23 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{K}^{-1}$
beton	$12 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{K}^{-1}$
cink	$30 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{K}^{-1}$
medenina	$19 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{K}^{-1}$
steklo	$8{,}5 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{K}^{-1}$
pyrex steklo	$3 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{K}^{-1}$
železo, jeklo	$12 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{K}^{-1}$

Slika 15.6 *Železniške tračnice, ki so se zvile zaradi hude vročine.*

Temperaturno raztezanje je treba upoštevati pri tehničnih konstrukcijah. Tirnice železniških prog se lahko ob nepravilni vgradnji krivijo zaradi velikih temperaturnih sprememb (slika 15.6). Da se ne bi krivile ali pokale konstrukcije mostov, so mostovi na podporiščih prosto gibljivi. Za trdnost železobetonskih konstrukcij je pomembno, da imata železo in beton enako temperaturno razteznost.

Hkrati z linearnimi razsežnostmi se trdnim telesom spreminja prostornina. Pri tem je relativna sprememba prostornine sorazmerna s temperaturno spremembo:

$$\frac{\Delta V}{V} = 3\,\alpha \Delta T\,.$$

Relativna sprememba prostornine telesa je trikrat tolikšna kot relativna sprememba linearnih razsežnosti.

? Kako dokažete to zvezo? Nasvet: Izračunajte spremembo prostornine kocke pri segrevanju in primerjajte relativno spremembo prostornine z relativno spremembo dolžine robu.

Tudi pri kapljevinah je relativna sprememba prostornine sorazmerna s temperaturno spremembo. Oboje povezuje **prostorninska temperaturna razteznost**, ki jo označujemo z β:

$$\frac{\Delta V}{V} = \beta \Delta T\,.$$

Koeficient znaša od 10^{-4} do $10^{-3}\ \mathrm{K}^{-1}$, torej je okoli desetkrat tolikšen kakor koeficient pri trdnih snoveh. Podatki za nekatere snovi so v tabeli, več pa jih najdemo v priročnikih.

Prostorninska temperaturna razteznost nekaterih snovi (pri okoli 18° C)

alkohol	$11 \cdot 10^{-4}\ \mathrm{K}^{-1}$
petrolej	$10 \cdot 10^{-4}\ \mathrm{K}^{-1}$
živo srebro	$1{,}8 \cdot 10^{-4}\ \mathrm{K}^{-1}$
voda pri 0° C	$-7 \cdot 10^{-5}\ \mathrm{K}^{-1}$
voda pri 4° C	$0{,}0 \cdot 10^{-5}\ \mathrm{K}^{-1}$
voda pri 20° C	$20 \cdot 10^{-5}\ \mathrm{K}^{-1}$

Zaradi temperaturnega raztezanja lahko poči posoda, v kateri je kapljevina tesno zaprta. To se pogosto dogaja pri živosrebrovih termometrih, potem ko je presežen obseg in živo srebro povsem napolni kapilaro.

RAZTEZANJE PLINOV

Temperaturno skalo smo določili tako, da je prostornina razredčenega plina pri konstantnem tlaku linearna funkcija temperature. Z vpeljavo absolutne temperature postane ta odvisnost še preprostejša: **Prostornina razredčenega plina pri konstantnem tlaku je sorazmerna z absolutno temperaturo**. To pomeni, da je pri konstantnem tlaku tudi razmerje med prostornino izbrane mase plina in absolutno temperaturo konstantno:

$$\frac{V}{T} = \frac{V_1}{T_1} = \text{konst}\,.$$

To je znano kot **Gay-Lussacov zakon**, ki povezuje prostornine in temperature plina pri konstantnem tlaku. Konstanta v enačbi je odvisna od tlaka, vrste in mase plina.

Od prej poznamo **Boylov zakon**, ki povezuje stanja izbrane mase plina pri konstantni temperaturi:

$$pV = p_1 V_1 = \text{konst}\,.$$

Z dvema spremembama, eno pri konstantni temperaturi in drugo pri konstantnem tlaku, lahko povežemo poljubni stanji izbranega plina. To nam da enačbo, ki povezuje tlak, prostornino in temperaturo v prvem stanju s tlakom, prostornino in temperaturo v drugem stanju.

Narišimo ti dve spremembi na diagramu *p(V)* (slika 15.7) in zapišimo zakonitosti, ki veljata pri spremembah

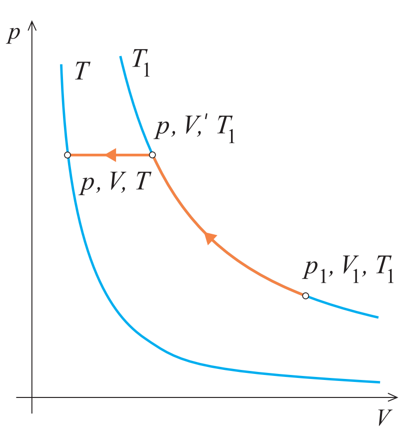
$$p_1 V_1 = p V'$$

$$\frac{V'}{T_1} = \frac{V}{T}$$

Iz enačb izločimo vmesno prostornino V' in dobimo enačbo

$$\frac{pV}{T} = \frac{p_1 V_1}{T_1} = \text{konst}\,,$$

ki sedaj povezuje tlak, prostornino in temperaturo v prvem in drugem stanju. Prostornina plina pri izbranem tlaku in temperaturi je seveda sorazmerna z maso plina, pa je zato tudi konstanta v enačbi sorazmerna s to maso. Razmerje $\frac{pV}{T}$ za različni množini istega plina je tedaj kar enako razmerju mas. Če za standardno množino plina vzamemo kilomol, zapišemo



Slika 15.7 *Z izotermno spremembo in s spremembo pri konstantnem tlaku povežemo poljubni stanji plina.*

$$\frac{\frac{pV}{T}}{\left(\frac{pV}{T}\right)_0} = \frac{m}{M},$$

kjer smo z indeksom 0 označili količine, ki se nanašajo na kilomol. Po Avogadrovem zakonu zavzema kilomol kateregakoli plina pri enakih okoliščinah enako prostornino: pri temperaturi 0° C = 273 K in pri tlaku 1,013 bar je to 22,4 m^3. Te količine nam dajo za $\left(\frac{pV}{T}\right)_0$ vrednost R = 8317 J/K, ki jo poznamo kot **splošno plinsko konstanto**. S tem dobimo **splošno plinsko enačbo**

$$\frac{pV}{T} = \frac{m}{M}R,$$

ki jo dobro poznamo iz kemije. Enačbo imenujemo tudi **enačba stanja za idealni plin**. Pri zračnem tlaku in sobni temperaturi lahko skoraj vse pline obravnavamo kot idealne.

? Katere zakonitosti lahko razberete iz splošne plinske enačbe za spremembe, ki potekajo pri konstantni temperaturi, pri konstantnem tlaku ali pri konstantni prostornini?

Zmanjševanje tlaka in gostote zraka z višino

Plinska enačba skriva tudi povezavo med tlakom, temperaturo in gostoto plina. To hitro vidimo, ko enačbo stanja za plin:

$$pV = \frac{m}{M}RT$$

delimo z maso. V dobljeni enačbi

$$\frac{p}{\rho} = \frac{R}{M}T$$

namesto prostornine nastopa gostota. Vidimo, da sta pri izbrani temperaturi tlak plina in gostota premosorazmerna.

S tem razložimo, zakaj se tlak v atmosferi z višino ne spreminja enakomerno, tako kakor tlak v vodi, ampak pri tleh hitreje kakor v večji višini. Sprememba tlaka je sicer vselej sorazmerna z višinsko razliko, pri tem pa je odločilna gostota v tisti višini:

$$\Delta p = -\rho g \Delta z$$

Z negativnim znakom smo opozorili na to, da tlak z naraščajočo višino pada. Pri tleh na morskem nivoju pri temperaturi 0°C, kjer je gostota zraka 1,29 kg/m^3, se tlak zmanjša za 1 mb, ko se dvignemo za okoli 8 m. Na višini 8000 m pri temperaturi –37°C, kjer je gostota zraka 0,53 kg/m^3, se moramo za isto spremembo tlaka dvigniti za 19 m. Ti podatki so osnova za višinomere, ki jih uporabljajo alpinisti.

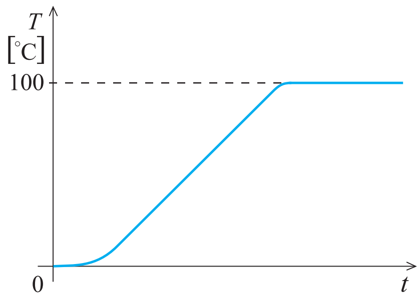
a

b

***Slika 15.8** Dušik je lahko tudi tekoč (a), ogljikov dioksid pa trden (b).*

TALJENJE IN IZHLAPEVANJE

Doslej smo snovi ločevali v trdne snovi, kapljevine in pline. Nekatere snovi v našem okolju običajno res srečujemo le v eni od na-

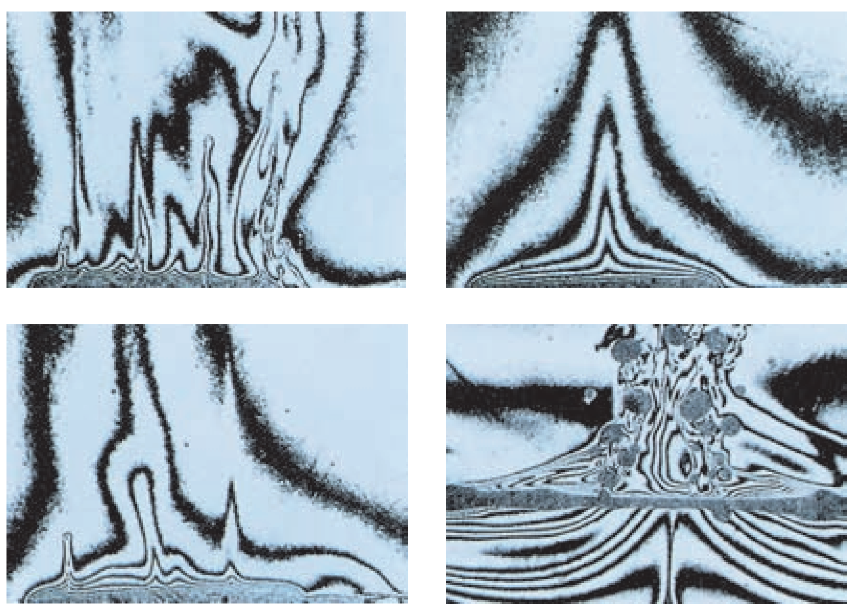


Slika 15.9 *Časovni potek temperature vode v posodi, ki jo enakomerno ogrevamo.*

štetih oblik: kamnine kot trdne, olje kot kapljevino, zrak in njegove sestavine kot plin (slika 15.8), za druge pa vemo, da lahko nastopajo v vseh treh oblikah. Največ izkušenj imamo z vodo. Navadno je tekoča, v zmrzovalnikih ali pozimi zmrzne v led, povsod jo najdemo tudi kot plin.

Naredimo tale znan poskus. Lonec, v katerem je mešanica vode in zdrobljenega ledu ali snega, postavimo na kuhalnik. Vodo ves čas mešamo in merimo temperaturo. Časovni potek temperature kaže diagram na sliki 15.9.

Spočetka, ko se led tali, je temperatura mešanice konstantna, enaka 0° C. Nato začne temperatura vode naraščati. Kmalu opazimo na notranjih stenah lonca, ki so hladnejše, kapljice vode. Voda s površja izhlapeva in se kondenzira na hladnejših stenah. Izhlapevanje postaja vse močnejše, dokler pri temperaturi okoli 100° C voda ne zavre. Vretje spremlja burno brbotanje in mešanje kapljevine (slika 15.10), ki je povezano z nastajanjem mehurjev pare na stenah in v notranjosti vode. Pravimo, da voda izpareva. Temperatura se tedaj ustali in ostane konstantna, dokler je kaj vode v loncu. Vodna para uhaja v zrak, kjer se kondenzira v drobne kapljice, ki jih vidimo kot meglo nad loncem z vrelo vodo.



Slika 15.10 *Tik pred vretjem postaja gibanje vode v ogrevani posodi vse bolj živahno. Voda se dviguje nad ogrevanim dnom, in ko zavre, nastajajo v njej mehurčki pare.*

Temperaturo, pri kateri se tali led, smo imenovali **ledišče**. Sicer pa temperaturo, pri kateri se trdne snovi talijo, imenujemo **tališče**. Pri isti temperaturi se talina tudi strjuje. Pravimo, da sta staljena in trdna snov pri tališču v ravnovesju.

Temperaturi, pri kateri kapljevina vre, pravimo **vrelišče**. Pri isti temperaturi se uparjena kapljevina ali **para** spet kondenzira v kapljevino. Pravimo, da sta pri vrelišču kapljevina in para v ravnovesju.

Podatki o tališču in vrelišču nekaterih snovi pri tlaku 1 bar so v tabeli.

Tališče in vrelišče nekaterih snovi (pri tlaku 1 bar)

Snov	Tališče [°C]	Vrelišče [°C]
helij	–	–269
kisik	–219	–183
voda	0	100
alkohol	–114	78
baker	390	2360
svinec	327	1750
železo	1530	3050
živo srebro	–39	357

Izkušnje nas učijo, da sta tališče in vrelišče odvisna od tlaka.

Pri tlaku 1,013 bar je tališče čiste vode pri 0° C. Pri povečanem tlaku, npr. pod drsalko, se led tali pri nižji temperaturi.

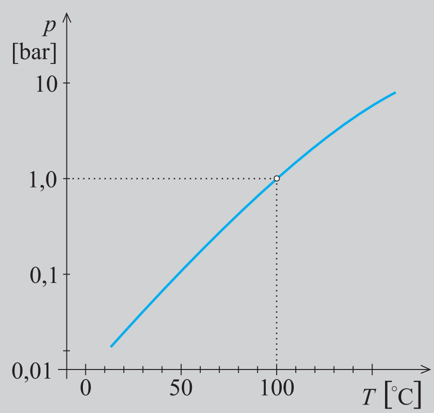
O prvem se lahko prepričamo z zanimivim poskusom. Kocko ledu prevežemo s tanko jekleno žico in nanjo obesimo kilogramsko utež. Čez čas se žica pretali skozi kocko, ne da bi se to videlo na kocki. Pod žico se led tali, nad njo pa voda spet zmrzuje.

Temperatura vrelišča vode pri tlaku 1,013 bar je 100° C. Temperatura vrelišča se zviša, ko se tlak poveča. V gospodinjstvu pogosto uporabljamo »ekonom« lonce, v katerih se hrana kuha pri povišanem tlaku in zato pri višji temperaturi. Pri znižanem tlaku voda vre pri nižji temperaturi. O tem se prepričamo, če izčrpamo zrak nad vodo v stekleni bučki. Voda zakipi, ko je tlak dovolj nizek.

Da bomo bolje razumeli zvezo med temperaturo vrelišča in tlakom, moramo opazovati tlak vodne pare, ki je v ravnovesju z vodo brez prisotnosti drugih plinov. Para je v tem primeru **nasičena**, njen tlak, imenujemo ga tudi **izparilni tlak**, pa odvisen le od temperature. Kaže ga graf na sliki 15.11. Opazimo, da je pri 100° C tlak nasičene pare enak 1,013 bar. Spomnimo se, da je tolikšen tudi tlak v vodi, ki vre v odprti posodi. Sklepamo, da voda zavre pri temperaturi, pri kateri je izparilni tlak enak tlaku v kapljevini. Pri tlaku 1,013 bar je temperatura vrelišča 100° C, pri tlaku 1,98 bar 120° C, pri tlaku 0,123 bar pa 50° C.

Ravnovesje med kapljevino in nasičeno paro je skoraj neodvisno od skupnega tlaka. O tem se lahko prepričamo s temle poskusom. V buči s priključenim manometrom razbijemo ampulo etra. Nekaj etra izpari, tlak v posodi se zato poveča za tlak etrovih par. Pri temperaturi 20° C se tlak poveča za 0,6 bar. V tabeli preberemo, da je to ravno izparilni tlak etra pri tej temperaturi. Iz tega lahko sklepamo, da ravnovesja med etrom in njegovo paro ne moti zrak v posodi.

Do enakega sklepa pridemo tudi po opazovanju drugih kapljevin. Kapljevina izhlapeva toliko časa, da je tlak njene pare enak izparilnemu tlaku pri tisti temperaturi. V zaprtem prostoru s temperaturo 20° C, v katerem imamo odprt lonec vode, bo torej izhlapelo toliko vode, da bo tlak vodne pare enak 0,0233 bar. Na odprtem prostoru do ravnovesja ne more priti in prej ali slej izhlapi vsa voda.



***Slika 15.11** Nasičeni parni tlak vode v odvisnosti od temperature.*

VLAŽNOST

Pravimo, da je zrak, v katerem je vodna para, **vlažen**. **Vlažnost** določata podatka o gostoti ali o tlaku vodne pare. Največkrat govorimo o **relativni vlažnosti**, ki je podana v odstotkih **nasičene vlažnosti**. Vlažnost 50 % npr. pomeni, da je tlak vodne pare v zraku polovica nasičenega tlaka pri tisti temperaturi. Vlažnost je lahko za krajši čas tudi večja od 100 %. To se zgodi v čistem zraku, kjer je lahko tlak vodne pare večji od nasičenega tlaka. Pravimo, da je tedaj zrak **prenasičen**. Ko v tak zrak vnesemo kondenzacijska jedra, se odvečna vodna para hitro kondenzira.

O tem se prepričamo s poskusom. V čisto prozorno plastenko natočimo malo vode in jo tesno zapremo. Plastenko stisnemo, da se poveča tlak, in potresemo, da se zrak nasiti z vodnimi hlapi. Ko jo spustimo, se zrak v njej raztegne in ohladi. Tako postane prenasičen, vendar kondenzacije ni. Če v plastenko pihnemo dim s prižgane vžigalice, se pri poskusu pojavi megla.

Higrometer na suhi in mokri termometer sestavljata enaka termometra, od katerih ima eden bučko ovito z mokro krpo. Pri merjenju ustvarimo ob bučkah tok zraka. Suhi termometer pri tem kaže temperaturo zraka, mokri pa nižjo, ker voda, ki izhlapeva z mokre krpe, ohlaja zrak. Bolj ko je zrak suh, več vode izhlapi in večja je temperaturna razlika med termometroma.

Na vlago v zraku nas opozarja tudi rosa, ki se nabere na ohlajenih predmetih. Če je temperatura predmetov nižja od temperature, pri kateri bi postal zrak ob ohlajanju nasičeno vlažen, se na predmetih nabira vlaga iz zraka. Če še neorosene predmete ohlajamo, lahko iz temperature, pri kateri se orosijo, določimo vlago v zraku. Tlak vodne pare v zraku je namreč kar enak nasičenemu tlaku pri temperaturi rosišča. Razmerje med tako določenim tlakom in tlakom nasičene vodne pare pri temperaturi zraka je kar relativna vlažnost.

Zgled

Vzemimo, da je temperatura zraka v sobi 25° C, predmeti v njej pa se orosijo, ko se ohladijo na 18° C.

Iz tabele razberemo, da je tlak nasičene pare pri 25° C enak 0,035 bar, pri 18° C pa 0,020 bar.

Sledi, da je relativna vlažnost

$$\eta = \frac{p_{\mathrm{nas}}(18°\,\mathrm{C})}{p_{\mathrm{nas}}(25°\,\mathrm{C})} = \frac{0{,}020}{0{,}035} = 0{,}57\text{ , to je 57-odstotna.}$$

__Slika 15.12__ Higrometer na las kaže relativno vlažnost.

Vlažnost določamo s **higrometri.** Delovanje **higrometra na rosišče** smo opisali v zgornjem razdelku. Natančnejši je **higrometer na mokri in suhi termometer**, ki ga uporabljajo pri meteoroloških merjenjih. V splošni rabi so najbolj razširjeni **higrometri na las**, ki izrabljajo pojav, da se ob spremembah relativne vlažnosti spreminja dolžina las (slika 15.12). Vse bolj se uveljavljajo električni načini za merjenje vlažnosti.

TEMPERATURA IN KINETIČNA ENERGIJA MOLEKUL PLINA

Spoznali smo že, da je plin sestavljen iz neodvisnih molekul, ki se nenehno neurejeno gibljejo. Med trki se molekule gibljejo premo, pri tem se vrtijo okoli težiščnih osi, atomi v njih pa nihajo. Vse to imenujemo **termično gibanje**.

Povprečne razdalje med molekulami so velike v primerjavi s premeri molekul. Ker so sile med njimi kratkega dosega, lahko molekule obravnavamo kot neodvisne. Za sedaj zanemarimo tudi njihovo razsežnost in notranjo zgradbo in jih obravnavajmo kot toge točkaste delce, ki se gibljejo, kakor se sicer gibljejo težišča molekul. Molekule razen ob trkih ne delujejo niti druga na drugo niti na stene posode.

Tako smo prišli do **modela idealnega plina**. Njegov tlak si predstavljamo kot posledico idealno prožnih trkov točkastih molekul s stenami posode.

Izrazimo enačbo stanja za idealni plin na tak način, da bo razvidna molekulska slika. Naj bo m_1 masa molekule plina. Tedaj je masa plina $m = Nm_1$, masa kilomola pa $M = N_A m_1$. N je število molekul v opazovanem plinu, $N_A = 6.0 \cdot 10^{26}$ pa Avogadrovo število. To dvoje vnesemo v plinsko enačbo in izračunamo tlak:

$$p = \frac{N}{V}\frac{R}{N_A}T.$$

Kvocient N/V predstavlja število molekul v enoti prostornine ali **številsko gostoto** (odslej ga bomo označevali z n), $\frac{R}{N_A}$ pa predstavlja novo konstanto:

$$k = \frac{R}{N_A} = 1{,}38 \cdot 10^{-23}\ \mathrm{J/K},$$

ki jo imenujemo **Boltzmannova konstanta**.

Z novimi oznakami zapišemo tlak plina kot

$$p = nkT.$$

Vidimo, da je tlak plina pri konstantni temperaturi sorazmeren s številsko gostoto molekul. V enačbi je skrit Avogadrov zakon: pri izbranem tlaku in temperaturi je številska gostota molekul pri vseh plinih enaka.

Sedaj izrazimo tlak plina kot posledico trkov molekul s stenami. Vzemimo, da je plin z n molekulami na enoto prostornine in s temperaturo T zaprt v kockasti posodi. Hitrosti molekul naj bodo po velikosti enake in usmerjene pravokotno na stene kocke. Po tej predstavi, ki naj nadomesti resnično sliko neurejenega gibanja molekul, se po $^1/_6$ molekul v izbranem delu kocke giblje proti vsaki od šestih ploskev kocke. V času Δt zadene izbrano ploskev $^1/_6$ molekul, ki so v kvadru, ki ima za osnovno ploskev ploskev kocke, za višino pa premik molekul v času Δt, torej

$$\Delta N = \frac{1}{6}nSv\Delta t.$$

V posodi z mešanico različnih plinov odloča o tlaku skupna številska gostota molekul. Številske gostote molekul posameznih plinov n_1, n_2, n_3,… določajo **delne tlake**:

$$p_1 = n_1kT, \quad p_2 = n_2kT,$$

$$p_3 = n_3kT, \ldots$$

Tako kakor je skupna številska gostota vsota delnih, je skupni tlak enak vsoti delnih tlakov:

$$p = (n_1 + n_2 + n_3 + \ldots)kT =$$

$$= p_1 + p_2 + p_3 + \ldots$$

To je tudi vsebina **Daltonovega zakona**.

Iz tega določimo tok molekul $\Phi = \frac{\Delta N}{\Delta t} = \left(\frac{1}{6}\right) nSv$ in masni tok $\Phi_m = \left(\frac{1}{6}\right) nm_1 Sv$. Pri trku se curek molekul odbije z nasprotno hitrostjo in deluje na steno s silo

$$F = \Phi_m \Delta v = \Phi_m (2v) = \tfrac{1}{3} nm_1 v^2 S .$$

Vidimo, da je tlak

$$p = \frac{F}{S} = \tfrac{1}{3} nm_1 v^2 .$$

Izraz lahko še skrajšamo, saj je produkt $m_1 v^2$ sorazmeren s kinetično energijo molekule. Tako dobimo

$$p = \tfrac{2}{3} n W_k .$$

Tlak je torej sorazmeren s prostorninsko gostoto kinetične energije v plinu.

V tem smislu smemo dobljeno enačbo uporabiti tudi v primeru, ko molekule nimajo enakih kinetičnih energij, le da je tedaj v izrazu povprečna kinetična energija (gl. dodatek):

$$p = \tfrac{2}{3} n \overline{W_k} .$$

Tako izračunani tlak se mora ujemati s tlakom, ki ga izraža plinska enačba. Torej mora biti

$$nkT = \tfrac{2}{3} n \overline{W_k} .$$

Vidimo, da je povprečna kinetična energija molekul plina sorazmerna s temperaturo:

$$\overline{W_k} = \tfrac{3}{2} kT .$$

Za temperaturo smo tako našli nov nazoren pomen: je merilo za povprečno translacijsko kinetično energijo molekul v plinu. Tudi vrtenje molekul in nihanje atomov v molekulah, ki ga tu nismo obravnavali, je odvisno od temperature. Zato lahko rečemo, da je **temperatura merilo za živahnost termičnega gibanja**.

Vzemimo, da je v plinu na enoto prostornine n_1 molekul s kinetično energijo W_{k1}, n_2 molekul s kinetično energijo W_{k2} in tako naprej. Tedaj je tlak

$$p = \tfrac{2}{3}(n_1 W_{k1} + n_2 W_{k2} + \ldots) .$$

Vpeljemo **povprečno kinetično energijo** molekule

$$\overline{W_k} = \frac{n_1 W_{k1} + n_2 W_{k2} + \ldots}{n_1 + n_2 + \ldots}$$

kot kvocient med skupno kinetično energijo in številom vseh molekul na enoto prostornine. Tlak je tedaj

$$p = \frac{2}{3} n \overline{W_k} ,$$

pri čemer je

$$n = n_1 + n_2 + \ldots$$

Zgled

Izračunajmo povprečno translacijsko kinetično energijo molekul zraka pri sobni temperaturi 300 K ter značilni hitrosti molekul kisika in dušika pri tej temperaturi.

Po zgornjem je

$$\overline{W_k} = \frac{3}{2} kT = \frac{3}{2}\, 1{,}38 \cdot 10^{-23}\ \mathrm{J/K} \cdot 300\ \mathrm{K} = 6{,}21 \cdot 10^{-21}\ \mathrm{J} .$$

Vidimo, da je joule kaj neprimerna enota za izražanje energije v molekulskem in atomskem svetu. Raje uporabljamo **elektronvolt (eV)**:

$$\mathrm{eV} = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \mathrm{J} .$$

Nazoren pomen te enote bomo spoznali kasneje. Povprečna kinetična energija molekul pri 300 K je tedaj

$$\overline{W}_k = \frac{6{,}21 \cdot 10^{-21}\ \mathrm{J}}{1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \mathrm{J/eV}} = 0{,}039\ \mathrm{eV}\,.$$

Iz izraza za povprečno kinetično energijo določimo še značilno ali **efektivno hitrost** molekul:

$$\hat{v} = \sqrt{\frac{2\overline{W}_k}{m_1}} = \sqrt{\frac{3kT}{m_1}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}\,.$$

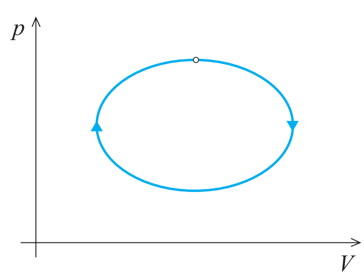
Za kisik pri sobni temperaturi izračunamo 480 m/s, za dušik pa 520 m/s. Hitrost molekul vodika pri sobni temperaturi bi bila 1900 m/s.

VPRAŠANJA

1. Pri enaki temperaturi imamo jeklenko kisika in jeklenko vodika. Katere molekule imajo večjo značilno hitrost in zakaj?

2. V grafu $p(V)$ načrtajte krivulje, ki kažejo spremembe idealnega plina:
   a) pri konstantni temperaturi,
   b) pri konstantnem tlaku,
   c) pri konstantni prostornini.
   Isto ponovite v grafih $p(T)$ in $V(T)$.

3. Kako se spremeni temperatura idealnega plina pri spremembi, ki jo kaže spodnji graf $p(V)$?



4. Ali voda v aluminijasti posodi, ki plava v drugi posodi z vrelo vodo, zavre?

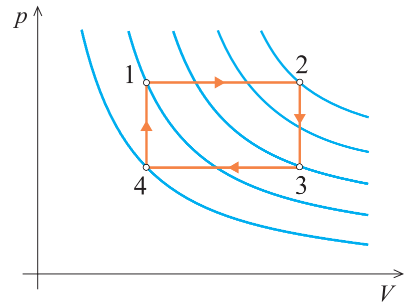
5. Zakaj človek v gumijasti obleki težko prenaša vročino?

6. Voda ima največjo gostoto pri 4° C. Kako se spreminja gostota vode, ko jo segrevamo od 0° C do 10° C?

7. Zakaj začne jezero zmrzovati na površju?

8. Zakaj je na travi več rose kot na kamenju?

9. Graf $p(V)$ kaže krožno spremembo idealnega plina. Narišite še ustrezno spremembo v grafu $p(T)$ in $V(T)$.



10. Termometer v avtomobilu je narejen iz bimetalnega traka, ki je zvit v polža. Na prostem koncu traka je kazalec. Kako deluje tak termometer?

NALOGE

1. Pri 0° C je steklena cevka dolga 2000,0 mm. Kolikšna je njena dolžina pri 100° C? Dolžinsko temperaturno razteznost stekla poiščite v tabeli.

Odgovor: 2001,7 mm

2. Ko kolar natika železen obroč na leseno kolo, ga segreje za 600° C. Premer kolesa je 1310 mm, premer hladnega obroča pa 1300 mm. Ali mu to uspe?

Odgovor: ne

3. Pri 150° C je ploščina cinkove plošče 1,00 dm^2. Kolikšna je njena ploščina pri 10° C?

Odgovor: 0,99 dm^2

4. Kolikšna sila mora delovati na jekleno palico s presekom 1 cm^2, da je raztezek enak raztezku, ki ga povzroči sprememba temperature za 1 K? Prožnostni modul jekla je $200 \cdot 10^9$ N/m^2.

Odgovor: 240 N

5. Pri 0° C ima železna kocka prostornino 800 cm^3. Kolikšna je njena prostornina pri 200° C?

Odgovor: 806 cm^3

6. Plinski termometer vsebuje 3 cm^3 plina pri temperaturi 0° C. Notranji premer cevke je 1,0 mm. Kako dolga je stopinja na skali, če je tlak konstanten?

Odgovor: 1,4 cm

7. Jeklen merilni tlak kaže pravilno dolžino pri temperaturi 20° C. Pri temperaturi –10° C s tem trakom izmerimo dolžino bakrene palice. Odčitamo 2364,5 mm. Kolikšna je ta dolžina v resnici?

Odgovor: 2363,6 mm (merilo je skrčeno in zato namerimo preveč)

8. Temperatura zraka je 20° C. Do katere temperature ga moramo segreti pri stalnem tlaku, da se njegova prostornina podvoji?

Odgovor: 313° C

9. Na neki višini je tlak zraka 310 mbar, temperatura pa –43° C. Kolikšna je tam gostota zraka? Uporabite podatek, da je masa kilomola zraka 29 kg.

Odgovor: 0,47 kg m^{-3}

10. V posodi s prostornino 250 litrov je zmes 0,7 kg kisika in 1,5 kg dušika. Kolikšen je tlak zmesi, če je temperatura 27° C?

Odgovor: 7,5 bar

11. Ko spustimo iz jeklenke nekaj plina, pade tlak v njej za 40 %, absolutna temperatura plina pa se zmanjša za 20 %. Kolikšen del prvotne mase plina smo spustili?

Odgovor: 25 %

12. Črpalka kompresorja zajame pri vsakem hodu bata 0,20 litra zraka pri tlaku 1,0 bar in 22° C in ga po cevi potiska v jeklenko s prostornino 0,015 m^3. V začetku je v jeklenki zrak s tlakom 1,0 bar. Koliko hodov mora napraviti bat, da bo tlak v jeklenki 4,0 bar pri 27° C?

Odgovor: 220

13. V zaprti posodi je idealni plin. Za koliko odstotkov se poveča tlak plina, če se med segrevanjem plina povprečna hitrost plinskih molekul poveča za 20 %?

Odgovor: za 44 %

14. Pri 0° C je značilna hitrost molekul kisika 460 m s^{-1}. Kolikšna je pri tej temperaturi značilna hitrost molekul dušika?

Odgovor: 490 m s^{-1}

15. Kolikšna je povprečna kinetična energija helijevih atomov pri temperaturi 10 K? Rezultat izrazite tudi v elektronvoltih.

Odgovor: $2{,}1 \cdot 10^{-22}$ J
$1{,}3 \cdot 10^{-3}$ eV

16. Delni tlak vodne pare v zraku pri 20° C je 1,3 kPa. Koliko gramov vode je v m^3 tega zraka, če je tlak 1,0 bar? Kolikšna je relativna vlažnost tega zraka? Delni tlak vodne pare v nasičeno vlažnem zraku je pri 20° C 2,3 kPa. Masa kilomola vode je 18 kg.

Odgovor: 9,6 g
57 %

17. Koliko vode lahko še izhlapi v prostor s prostornino 100 m^3, če je temperatura zraka 22° C in relativna vlažnost 70 %? Delna gostota nasičene pare pri tej temperaturi je 19,4 g m^{-3}.

Odgovor: 580 g

18. Kolikšna je prostornina vodne pare, ki nastane pri 100° C iz 1,0 litra vode? Zračni tlak je 1,013 bar. Masa kilomola vode je 18 kg.

Odgovor: 1,7 m^3

16. NOTRANJA ENERGIJA IN TOPLOTA

NOTRANJA ENERGIJA IN ENERGIJSKI ZAKON

Notranjo energijo (W_n) smo že večkrat omenili. K njej smo npr. šteli prožnostno energijo oziroma energijo termičnega gibanja molekul plina. Pri obravnavi trkov smo spoznali, da se pri sistemu, kjer ni vpliva okolice, lahko notranja energija izmenjuje s kinetično energijo delov sistema.

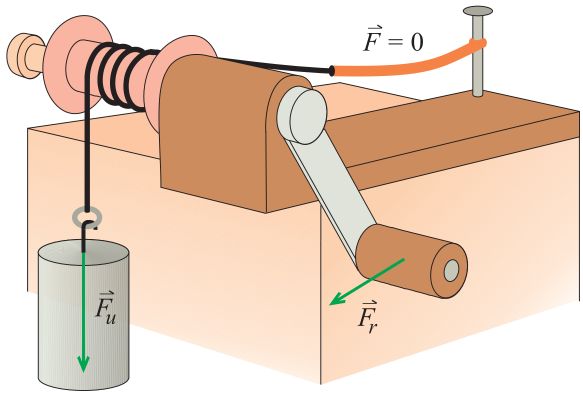
Sedaj bomo pomen te količine razširili. Vsakemu telesu ali sistemu v izbranem stanju, ki ga določajo temperatura, tlak, prostornina, lahko pa tudi kemijski sestav in drugo, pripišemo notranjo energijo, ki je odvisna od teh količin in od mas sestavnih delov. Najbolj se bomo zanimali za homogena telesa, pri katerih je notranja energija sorazmerna z maso telesa. Predstavljati si smemo, da jo sestavljata vsaj dva dela: prvi del je **energija termičnega gibanja**, drugi del pa **vezavna energija** atomov in molekul v snovi.

Ko se zaradi vpliva okolice spremeni notranja energija, se spremeni tudi stanje telesa in obratno. O tem se lahko prepričamo s preprostimi poskusi.

Vzemimo kos svinca in s kladivom nekajkrat udarimo po njem. Večkrat upognimo železno ali aluminijasto žico. Opazimo, da se pri deformiranju telesa segrejejo. Kovač lahko s kovanjem segreje železno palico do tolikšne temperature, da se ob njej prižge vžigalica. Povečana temperatura je izraz spremembe stanja, hkrati pa izraz povečane notranje energije, saj pri upogibanju ali kovanju telesa sprejemajo delo.

Lotimo se še poskusa, pri katerem lahko delo merimo. Opazovano telo hkrati **toplotno izoliramo**, da se ne segreje ali ohladi pri stiku s telesi v okolici. (O toplotni izolaciji bomo govorili nekoliko kasneje. Za sedaj se spomnite le svojih izkušenj.)

Uporabili bomo **torno vreteno** (slika 16.1). Glavni del naprave je bakreno vreteno, okoli katerega je nekajkrat ovita plastična vrvica. Na viseče krajišče vrvice obesimo nekajkilogramsko utež, drugo krajišče pa pritrdimo na podlago z mehko gumico. Ko valj s pomočjo gonilke vrtimo, je gumica nenapeta, kar kaže, da pritrjeni del vrvice na vreteno ne deluje. Vreteno se tare ob mirujoči vrvici in s trenjem uravnoveša težo uteži.



Slika 16.1 *Torno vreteno.*

Izmerimo temperaturo vretena, nato pa ga enakomerno zavrtimo za polno število vrtljajev. Nato ponovno izmerimo temperaturo. Pri naši pripravi ima vreteno 300 g, na vrvico pa obesimo petkilogramsko utež. Pri nekem poskusu najprej opravimo 100 vrtljajev. Temperatura se poveča za 4,4 K. Enako se poveča po naslednjih 100 vrtljajih. Pri tem sploh ni pomembno, kako vrtimo vreteno: hitro ali počasi, z vmesnim postankom ali v enem delu.

Ko vrtimo vreteno, opravljamo delo, ki ga sprejemata vreteno in vrvica. Delež vrvice pa je tako majhen, da ga lahko zanemarimo. Upravičeno sklepamo, da se zaradi vloženega dela povečuje notranja energija vretena, saj drugih sprememb ni. Veljati mora torej:

$$A = \Delta W_n \, .$$

Ker se vreteno vrti enakomerno, sklepamo, da je navor gonilke enak navoru uteži. Iz tega določimo silo, s katero moramo potiskati ročaj gonilke v tangentni smeri, in delo te sile. Pri opisanem poskusu pri enem vrtljaju gonilke opravimo delo 5 J. Po 100 vrtljajih je torej opravljeno 500 J, za toliko se poveča tudi notranja energija. Ker se pri tem vreteno segreje za 4,4 K, sklepamo, da je potrebno okoli 110 J za 1 K.

Vretenu pa bi se temperatura povečala tudi v primeru, če bi ga postavili na toplo ploščo štedilnika. Pravimo, da bi tedaj prejelo **toploto**. Tako kot prej z delom se tudi s toploto spreminja notranja energija in z njo temperatura. Sklepamo, da pri tem enaka sprememba temperature pomeni tudi enako spremembo notranje energije, v našem primeru 110 J na 1 K.

V splošnem se lahko vreteno segreva deloma z delom, deloma s toploto. Sprememba notranje energije je odvisna le od njune vsote:

$$\Delta W_n = A + Q \, .$$

Enačba predstavlja zapis **energijskega zakona** za primer, ko se telesu spreminja le notranja energija. Seveda lahko hkrati pride tudi do spremembe kinetične, potencialne in prožnostne energije.

Zgled

Vrnimo se k poskusu s tornim vretenom. Vzemimo, da opravimo 1000 J dela, zaradi česar se vretenu poveča temperatura za 8,8 K. Čez čas se vreteno ob stiku z okolico ohladi za 5 K. Koliko toplote odda?

Nalogo hitro rešimo. Že prej smo ugotovili, da potrebuje vreteno okoli 110 J za 1 K. Ko se ohladi za 5 K, odda torej okoli 550 J toplote.

Energija telesa, ki z okolico ne izmenjuje ne dela ne toplote, je konstantna. To pomeni, da je vsota kinetične, potencialne, prožnostne in notranje energije konstantna ne glede na spremembe v sistemu.

Za zgled vzemimo svinčeno kroglo, ki jo zavijemo v papir, da jo toplotno izoliramo, in jo spustimo, da pade na toga tla. Krogla se ob padcu na tla deformira in obstane. Z občutljivim termometrom lahko zaznamo, da se ob tem segreje, kar kaže, da se ji poveča notranja energija. Z natančnim merjenjem lahko pokažemo, da je sprememba notranje energije enako velika kot sprememba potencialne energije.

Za drugi zgled vzemimo votel valj, ki ga do polovice napolnimo s peskom. Postavimo ga na vrh klanca in spustimo, da se zakotali po njem. Valj se enakomerno kotali in ustavi, brž ko doseže dno klanca. Vsa potencialna energija, ki jo ima na začetku, se pri tem prenese v notranjo.

TOPLOTA

Segrevanje s toploto so sprva ločevali od segrevanja z delom. Ugotovili so, da je toplota, ki jo homogeno telo izmenja z okolico, sorazmerna s temperaturno spremembo in z maso telesa:

$$Q = cm\Delta T\,.$$

Pri tem so sorazmernostni koeficient $\boldsymbol{c}$ imenovali **specifična toplota**. Ta je odvisna od okoliščin, pri katerih poteka izmenjava toplote. Največkrat imamo opraviti z izmenjavo toplote pri konstantnem tlaku oziroma pri konstantni prostornini. V prvem primeru govorimo o **specifični toploti pri konstantnem tlaku**, $\boldsymbol{c_p}$, v drugem pa o **specifični toploti pri konstantni prostornini**, $\boldsymbol{c_V}$. Iz zgornje enačbe razberemo, da je enota za specifično toploto **J/kgK**, saj tako toploto kakor delo izražamo v joulih. Za toploto so uvedli tudi posebno enoto, **kilokalorijo**, ki predstavlja toploto, ki jo pri konstatnem tlaku izmenja z okolico kilogram vode, ko se mu spremeni temperatura za 1 K.

Spoznanje, da sta delo in toplota za segrevanje teles enakovredna, omogoča neposredno določevanje specifičnih toplot. Na podlagi poskusa s tornim vretenom lahko tako določimo specifično toploto bakra.

Spomnimo se, da je za 300-gramski valj potrebno okoli 110 J za temperaturno spremembo 1 K. Sklepamo, da je tedaj za kilogram bakra potrebno okoli 370 J. To delo je številsko enako specifični toploti bakra pri konstantnem tlaku. Saj lahko iz opisa sklepamo, da je potekal poskus pri konstantnem tlaku in da je bil tako enakovreden poskusu, pri katerem bi valju dovajali toploto.

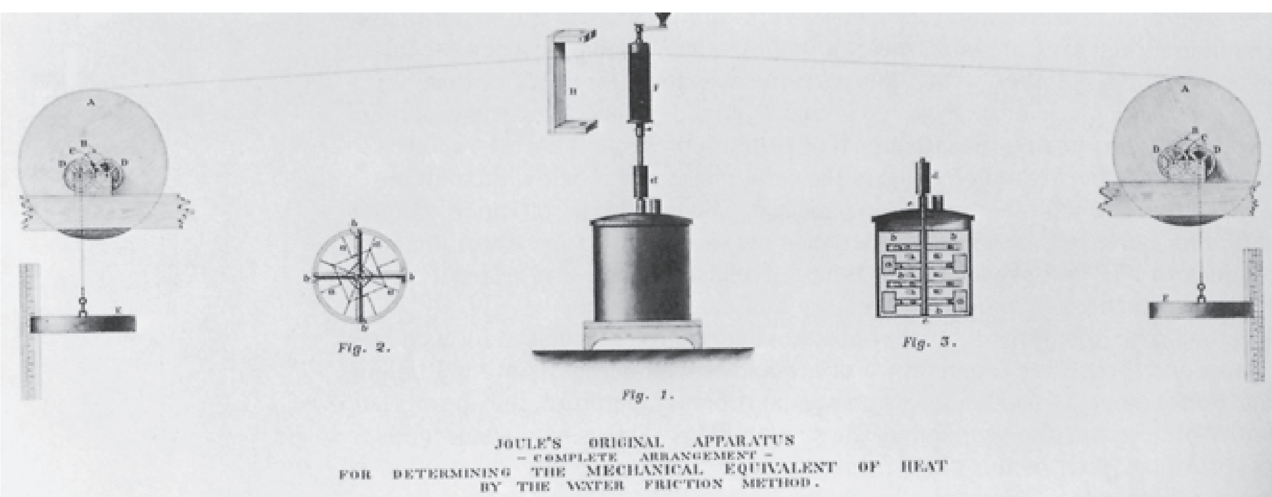
Iz zgodovinskih pa tudi iz praktičnih razlogov je pomemben podatek o delu, ki je potrebno, da se za 1 K segreje kilogram vode. To delo, **4190 J**, ki ga je prvi določil J. P. Joule kot **mehanični ekvivalent toplote** (slika 16.2), predstavlja pretvorbeni faktor med enoto za delo – joulom – in že opuščeno enoto za toploto – kilokalorijo (kcal):

$$1\ \mathrm{kcal} = 4190\ \mathrm{J}.$$

Hkrati določa tudi specifično toploto vode, 4190 J/kg K.

Specifična toplota, specifična talilna in izparilna toplota nekaterih snovi

Snov	c_p [J/kg K]	q_t [kJ/kg]	q_i [kJ/kg]
voda	4190	334	2260
alkohol	2430	105	846
aluminij	880	350	9200
baker	390	210	5400
svinec	130	23	880
železo	460	290	6300



***Slika 16.2** Da bi določil mehanični ekvivalent toplote, je J. P. Joule v letih 1843–78 natančno meril delo in temperaturne spremembe pri mešanju vode. Slika kaže eno od njegovih naprav.*

Zgled

Izračunajmo, koliko toplote prejme liter vode, ko se od temperature 18° C segreje do vrelišča pri 100° C:

$$Q = mc_p\Delta T = 1\ \mathrm{kg} \cdot 4190\ (\mathrm{J/kg\,K}) \cdot 82\ \mathrm{K} = 3{,}44 \cdot 10^5\ \mathrm{J} = 0{,}10\ \mathrm{kW\,h}$$

Vzemimo, da grejemo vodo s 300-vatnim potopnim grelcem. Gretje bi trajalo okoli 19 minut, če voda ne bi oddajala toplote v okolico.

Ko se voda greje, se razteza in pri tem opravi nekaj dela. Povečanje prostornine izračunamo takole:

$$\Delta V = \beta V \Delta T = 45 \cdot 10^{-5}\ \mathrm{K}^{-1} \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m}^3 \cdot 82\ \mathrm{K} = 3{,}7 \cdot 10^{-5}\ \mathrm{m}^3 .$$

V računu smo uporabili podatek za povprečno temperaturno razteznost vode, $\beta = 45 \cdot 10^{-5}\ \mathrm{K}^{-1}$. Delo

$$A = p\Delta V = 4{,}5\ \mathrm{J} ,$$

ki ga voda opravi oziroma odda pri raztezanju, je zanemarljivo v primerjavi s prejeto toploto.

Poznavanje specifične toplote vode lahko uporabimo pri določevanju specifičnih toplot drugih snovi, ne da bi se morali vsakič lotiti dovajanja dela.

Poskus izvedemo v toplotno izolirani posodi – **kalorimetru**. V kalorimeter natočimo stehtano množino vode z maso m_1, ki ji izmerimo temperaturo T_1. Nato spustimo v vodo stehtan vzorec snovi z maso m_2 in s temperaturo T_2, pa z neznano specifično toploto c_{p2}. Vodo mešamo, da se temperaturi vode in vzorca čimprej izenačita, in izmerimo temperaturo T. Če ima vzorec na začetku višjo temperaturo kot voda, se voda ob vzorcu segreje. Vzorec odda toploto, voda pa je ravno toliko prejme. Iz enačbe

$$m_1 c_{p1}(T - T_1) = m_2 c_{p2}(T_2 - T)$$

lahko izračunamo neznano specifično toploto vzorca. Če hočemo biti natančnejši, moramo upoštevati tudi to, da se del toplote, ki jo odda vzorec, porabi za segrevanje kalorimetrske posode.

Zgled

Pri nekem poskusu imamo v kalorimetru 200 g vode s temperaturo 18° C. V vodo spustimo 100-gramsko utež s temperaturo 100° C. Temperatura vode se ustali pri 21,5° C.

Iz podatkov lahko hitro določimo specifično toploto snovi, iz katere je utež. Vidimo, da se voda segreje za 3,5 K, utež pa ohladi za 78,5 K. Tako dobimo

$$c_{p2} = c_{p1}\frac{m_1}{m_2}\frac{T - T_1}{T_2 - T} = 4190\ (\mathrm{J/kg\,K}) \cdot 2 \cdot \frac{3{,}5}{78{,}5} = 370\ \mathrm{J/kg\,K} .$$

Snovem dovajamo toploto tudi med faznimi spremembami, to je med taljenjem in izhlapevanjem oziroma izparevanjem. Med taljenjem se dovedena toplota porablja za taljenje trdne snovi, med vretjem pa za izparevanje kapljevine. Temperatura je v obeh primerih konstantna. Pri obratnih spremembah, to je med strjevanjem in utekočinjanjem ali kondenzacijo, snovi oddajajo toploto.

Toploti, ki jo dovajamo med taljenjem, pravimo **talilna toplota**. Sorazmerna je z maso staljene snovi, sorazmernostni koeficient pa je **specifična talilna toplota**, ki pove, koliko toplote moramo dovesti kilogramu snovi pri tališču, da preide iz trdne v tekočo fazo:

$$Q = q_t m \,.$$

Pri vodi je specifična talilna toplota 334 kJ/kg.

Pri strjevanju snov talilno toploto oddaja.

Pri izparevanju moramo snovi dovajati **izparilno toploto**. Sorazmerna je z množino izparele kapljevine, sorazmernostni koeficient pa je **specifična izparilna toplota**, ki pove, koliko toplote moramo dovesti kilogramu kapljevine pri vrelišču, da izpari:

$$Q = q_i m \,.$$

Pri vodi je specifična izparilna toplota 2,26 MJ/kg.

Ko se para kondenzira, izparilno toploto spet odda.

Talilno in izparilno toploto določamo v kalorimetru. Na kaj moramo pri tem paziti, lahko razberemo iz spodnjega zgleda.

Pri izparevanju se za okoli tisočkrat poveča prostornina sistema. Ko pri 100° C in 1 bar povre 1 kg vode s prostornino 1 l, nastane skoraj 2000 l pare pri istem tlaku in temperaturi.

Natančneje izračunamo prostornino pare kar iz plinske enačbe

$$V_p = \frac{m}{M}\frac{RT}{p} = 1{,}7 \text{ m}^3 \,.$$

Pri tolikšnem raztezanju opravi para znatno delo

$$A = p\Delta V \approx pV_p = 1{,}7 \cdot 10^5 \text{ J} \,,$$

zaradi katerega je sprememba notranje energije manjša od dovedene toplote:

$$\Delta W_n = Q + A = 2{,}09 \text{ MJ} \,.$$

Delo pare smo v enačbi šteli za negativno.

Zgled

V vodo v kalorimetru vrzimo nekaj ledu pri temperaturi 0° C in se najprej vprašajmo, kaj lahko pričakujemo v kalorimetru, ko se stanje ustali.

Najbolj preprosto je, če se stali ves led in ostane temperatura vode nad lediščem. Lahko pa ostane mešanica ledu in vode pri ravnovesni temperaturi 0° C. Da bi se voda strjevala ali da bi se mešanica ohladila pod ledišče, ni mogoče pričakovati.

Pri kvantitativni presoji o tem, kaj se zgodi v posameznem primeru, si pomagamo z naslednjim premislekom.

Led se lahko tali zaradi toplote, ki jo dobi od vode. Ker se lahko voda ohladi kvečjemu do ledišča pri temperaturi 0° C, lahko odda največ toploto

$$Q_v = m_v c_p (T_1 - T_0) \,.$$

S to toploto se lahko stali

$$m_{\max} = \frac{Q_v}{q_t} = \frac{m_v c_p (T_1 - T_0)}{q_t}$$

ledu. Če je torej ledu, ki ga vržemo v vodo, manj ali pa toliko, kolikor se ga lahko največ stali, se stali ves, sicer pa ostane v kalorimetru ravnovesna mešanica ledu in vode.

Vzemimo, da je v kalorimetru 200 g vode pri 18° C in da vanj vržemo 50 g ledu pri 0° C. Po zgornjem lahko odda voda največ 15 kJ toplote, ki lahko stali 45 g ledu. Iz tega sledi, da ostane v kalorimetru voda pri ledišču s 5 g nestaljenega ledu.

Premislite, kakšno bi bilo končno stanje, če bi bilo ledu manj kot 45 g.

Premislite tudi, kakšna so možna stanja, ko v vodo uvajamo paro.

Na toploto, ki se izmenja ob faznih spremembah, nas opozarjajo tudi vsakdanje izkušnje.

S kockami ledu učinkovito hladimo pijače, s paro pa jih učinkovito grejemo. Zazebe nas v tisti del telesa, kamor nas zadene curek iz pršila. Ko mokri pridemo iz vode, nas začne kmalu zebsti. Z vročo paro se lahko močno opečemo.

TOPLOTNI TOK

Zaradi temperaturnih razlik med telesi ali znotraj njih se neprestano pretaka toplota z mest z višjo temperaturo na mesta z nižjo temperaturo. Šele ko se temperaturne razlike izravnajo, **toplotni tokovi** prenehajo. Pravimo, da je tedaj doseženo **toplotno ravnovesje**.

Toplotni tok definiramo kot kvocient med množino prenesene toplote in časom:

$$P = \frac{Q}{t}.$$

Enota za toplotni tok je enaka enoti za moč, to je **vat** (1 W = 1 J/s). V primeru, da je toplotni tok spremenljiv, predstavlja zgornji izraz povprečni toplotni tok.

Toplota se prenaša na več načinov. Ločimo prenos s **prevajanjem**, s **konvekcijo** in s **sevanjem**.

Pri **prevajanju** se toplota prenaša s termičnim gibanjem. To je živahnejše na mestih z višjo temperaturo in se prenaša na mesta z nižjo temperaturo. V stacionarnem stanju, ko so temperature po snovi konstantne, molekule ali atomi na mestih z višjo temperaturo zanihavajo molekule ali atome na mestih z nižjo temperaturo in tako prenašajo toploto od izvira do ponora.

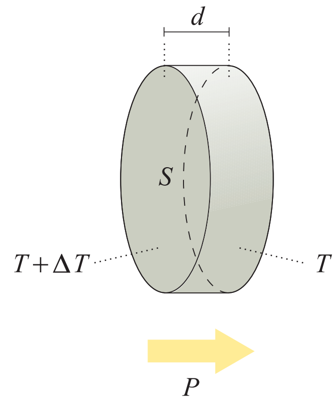
Vzemimo za zgled plast snovi, npr. dno lonca s ploščino S in z debelino d (slika 16.3). Z merjenji pokažemo, da je toplotni tok skozi plast sorazmeren s temperaturno razliko in ploščino in obratno sorazmeren z debelino:

$$P = \lambda S \frac{\Delta T}{d}.$$

Kvocient $\frac{\Delta T}{d}$ imenujemo tudi **temperaturni gradient**. Koeficient λ je **koeficient toplotne prevodnosti**, ali krajše, **toplotna prevodnost.** Nekaj podatkov o toplotni prevodnosti različnih materialov je v tabeli. Številsko je enaka toplotnemu toku, ki bi tekel po kocki z robom 1 m, ko bi bila med nasprotnima ploskvama temperaturna razlika 1 K. Podajamo jo v enoti W/m K, ki sledi iz formule za toplotni tok. Dobri **prevodniki toplote**, med katere štejemo nekatere kovine, imajo toplotno prevodnost 100 W/m K in več. Z majhno toplotno prevodnostjo, to je od nekaj desetin do nekaj stotin W/m K, se odlikujejo **toplotni izolatorji**. Med najboljšimi so zrak in snovi, ki vsebujejo mnogo zraka.

Snovi z veliko toplotno prevodnostjo so na dotik hladne, snovi z majhno toplotno prevodnostjo pa tople. Občutki so posledica temperaturnih razlik, ki se ustvarijo v koži zaradi spremenjenih toplotnih tokov. Nekatere presenetljive izkušnje (sliki 16.4 in 16.5) si lahko delno razložimo z majhno toplotno prevodnostjo snovi.

Snov	Toplotna prevodnost [W/m K]
srebro	420
baker	390
aluminij	210
jeklo	50
svinec	35
opeka	0,6
papir	0,15
steklo	0,8
voda	0,6
volna	0,03
steklena volna	0,04–0,08
penasta snov	0,04–0,06
zrak	0,025



Slika 16.3 Toplotni tok skozi tanko plast.

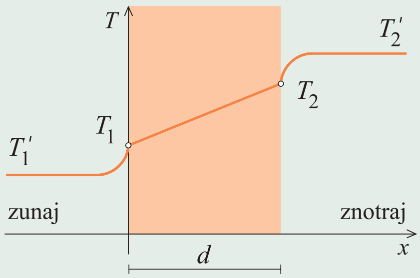
Slika 16.4 *Pri dovolj urni hoji po vročih ogorkih z majhno specifično toploto in majhno toplotno prevodnostjo tudi na bosih nogah ni opeklin.*

Slika 16.5 *Kocko iz posebnega materiala lahko držimo v roki kljub temu, da je segreta na 1260° C. Iz tega materiala so bile narejene krovne ploščice za vesoljsko vozilo Space Shuttle.*

Zgled

Izračunajmo toplotni tok, ki uhaja skozi 20 m^2 veliko in 50 cm debelo steno iz opeke s toplotno prevodnostjo 0,6 W/m K, če je notranja stran pri temperaturi 20° C, zunanja pa pri temperaturi 0° C.

Potek temperature v stacionarnem stanju kaže slika 16.6 a. S slike tudi razberemo, da je temperatura notranje strani stene nekaj



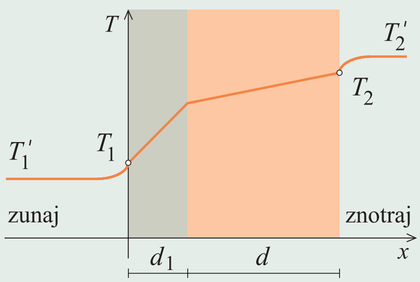
***Slika 16.6a** Potek temperature v zidu.*

manjša od temperature zraka, temperatura zunanje strani pa nekaj večja od temperature zraka. Ob steni je namreč tanka mirujoča plast zraka, skozi katero mora toplota prodreti pri vstopu in izstopu iz stene. Temperatura po steni se enakomerno spreminja, gradient po njej je konstanten:

$$\frac{\Delta T}{d} = \frac{T_2 - T_1}{d} .$$

Tako je toplotni tok

$$P = \lambda S \frac{T_2 - T_1}{d} = 0{,}6 \, \frac{\mathrm{W}}{\mathrm{mK}} \cdot 20 \ \mathrm{m}^2 \cdot \frac{20 \ \mathrm{K}}{0{,}5 \ \mathrm{m}} = 480 \ \mathrm{W} .$$



***Slika 16.6b** Potek temperature v zidu s plastjo izolacije.*

Steno obložimo s 5 cm debelo plastjo toplotnega izolatorja s toplotno prevodnostjo 0,06 W/m K. Zaradi tega se spremeni potek temperature po steni (slika 16.6 b). Toplotni tok v stacionarnem stanju je po vsej steni enak. Ker je toplotna prevodnost izolatorja 10-krat manjša kot toplotna prevodnost opeke, je gradient v izolacijski plasti 10-krat tolikšen kot v opeki. Ker je hkrati izolacijska plasta debela za desetino debeline opeke, odpade na vsako plast polovica temperaturne razlike med notranjo in zunanjo ploskvijo. Pomeni, da se toplotni tok zmanjša na polovico, torej na 240 W. V resnici je zmanjšanje nekaj manjše, ker se zaradi izolacije poveča temperaturna razlika na steni.

***Slika 16.8** Jadralci za letenje izkoriščajo dvigajoče se tokove toplega zraka.*

Čeprav sta zrak in voda slaba prevodnika toplote, lahko toploto učinkovito prenašata s svojim gibanjem oziroma s **konvekcijo**. V centralnih grelnih napravah vroča voda, segreta v kotlovnici, odteka v radiatorje, ki toploto oddajajo zraku, ta pa jo prenaša po prostoru. Ohlajena voda se iz radiatorjev vrača v kotlovnico.

Prenašanje toplote s konvekcijo je pomembno za vremenske pojave (sliki 16.7 in 16.8).

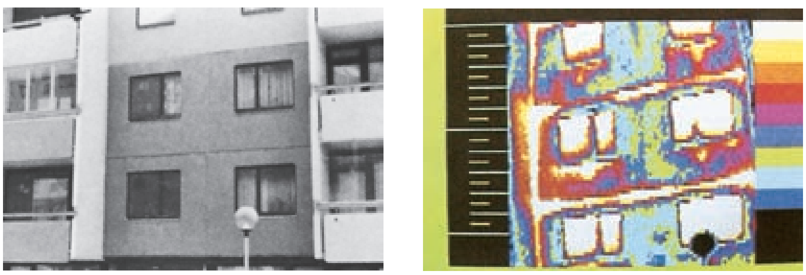
***Slika 16.7** Kumulonimbus je oblak vertikalnega razvoja: topel in vlažen zrak se dviga do višine 16 km. Zrak se pri dvigovanju ohladi in vodna para v njem se kondenzira v vodne kapljice in ledene kristalčke (spodnja slika). Na višini 12 km vetrovi razvlečejo zgornje plasti oblaka (srednja slika), tako da je podoben nakovalu (zgornja slika).*

Vsa telesa oddajajo in prejemajo toploto tudi **s sevanjem**. Najboljši sevalci so **črna telesa**, ki absorbirajo vse vpadlo sevanje, najslabši pa tisti, ki večino odbijejo. Med prve sodijo s sajami prekrita ali kako drugače počrnjena hrapava telesa, med druge pa zglajena kovinska ali belo pobarvana telesa. Vendar so lahko učinkoviti sevalci tudi telesa, ki so v sončni svetlobi videti svetla, npr. človeško telo, ki seva, kakor da bi bilo črno.

Telesa z dovolj visoko temperaturo oddajajo tudi vidno svetlobo. Pri okoli 600 K npr. žarijo telesa rdeče, pri okoli 1000 K pa rumeno.

S termografsko kamero, ki deluje podobno kot fotografska, lahko dobimo slike teles na osnovi nevidnega sevanja, ki ga oddajajo (sliki 16.9 in 16.10). Sevanje kaže tudi površinsko temperaturo teles (slika 16.11).

Slika 16.10 *Zgornja fotografija je posneta v vidni svetlobi, spodnja pa v infrardeči svetlobi, zato izdaja položaje vojakov.*



Slika 16.9 *Slika v vidni in infrardeči svetlobi. Barvna lestvica ob strani kaže gostoto izsevanega toplotnega toka. Čim svetlejša je barva, tem večja je gostota svetlobnega toka.*

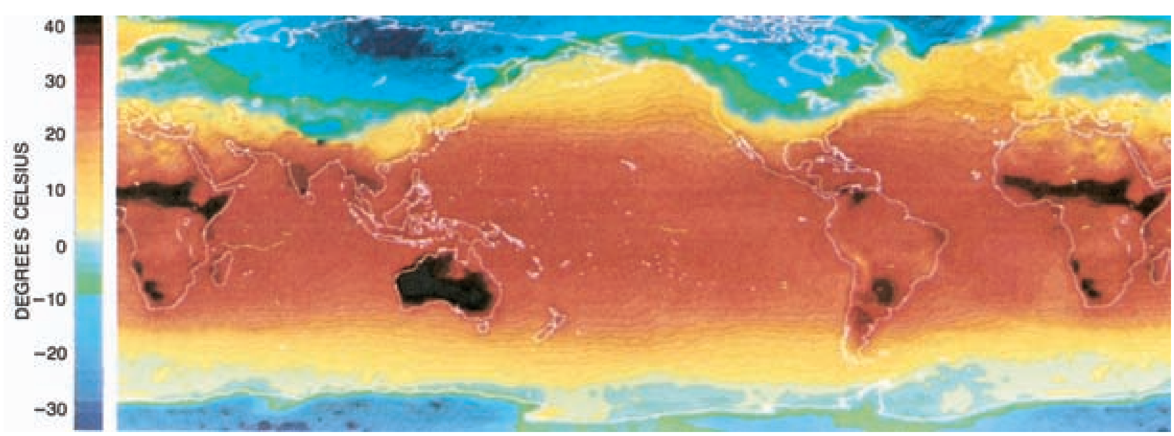
Gostota toplotnega ali svetlobnega toka, ki ga oddaja površje črnega telesa, je sorazmerna s temperaturo površja na štiri:

$$j^* = \sigma T^4 .$$

Toplotni tok je tedaj

$$P = j^* S = \sigma S T^4 ,$$

če je S površina telesa.



Slika 16.11 *Površinska temperatura Zemlje, posneta s satelitom.*

To je znani **Stefanov zakon**, imenovan po **Jožefu Stefanu** (1835 do 1893), slovenskem znanstveniku, profesorju fizike na dunajski univerzi. Po njem se imenuje tudi konstanta

$$\sigma = 5{,}67 \cdot 10^{-8}\ \mathrm{W/m^2\,K^4}\,.$$

V okolju z enako temperaturo je sevanje, ki ga telo oddaja, v ravnovesju s sevanjem, ki ga telo prejema iz okolice. V okolju z drugačno temperaturo pa je toplotni tok, ki ga telo izmenjuje z okolico, enak

$$P = \sigma S(T^4 - T_0^4)\,.$$

Če je temperatura okolice T_0 manjša od temperature telesa T, telo izseva več kakor prejme, če je obratno, pa izseva manj kakor prejme.

Zgledi

1. Izračunajmo, kolikšna je sevalna izmenjava med lončeno pečjo, ki ima površinsko temperaturo 60° C, in okolico v sobi, ki ima 20° C.

Peč lahko obravnavamo kot črno. Tedaj je gostota izsevanega toplotnega toka

$$j^* = \sigma T^4 = 700\ \mathrm{W/m^2}\,,$$

gostota prejetega toplotnega toka pa

$$j^{*\prime} = \sigma T_0^4 = 420\ \mathrm{W/m^2}\,.$$

Razliko med obema, 280 W/m^2, je treba nadomestiti s kurjenjem.

2. Iz vesolja vpada v zemeljsko atmosfero sončno sevanje. Okoli 30 % se ga odbije, ostalih 70 % pa se absorbira pretežno v tleh. Tla oddajajo toploto zraku in sevajo. Z zračnimi tokovi in s sevanjem se toplota prenaša v zgornje dele atmosfere, od koder se nazadnje izseva nazaj v vesoljski prostor.

Bilanca toplotnih tokov nam da oceno za površinsko temperaturo Zemljine atmosfere. Gostota sončnega svetlobnega oziroma toplotnega toka ob vrhu atmosfere je okoli 1,4 kW/m^2. V računu bomo upoštevali le del, ki prodira v atmosfero, to je okoli 1 kW/m^2. Označimo ga z j. Ker je Zemlja vedno osvetljena le z ene strani, prejema toplotni tok

$$P = \pi r^2 j\,,$$

če je πr^2 ploščina Zemljinega preseka. Vzemimo, da se prejeta toplota enakomerno porazdeli po vsej Zemlji in je zato tudi temperatura povsod enaka, izsevani toplotni tok P^* pa po vsem površju enakomerno porazdeljen. Tedaj lahko zapišemo, da je

$$P^* = 4\pi r^2 j^* = 4\pi r^2 \sigma T^4 .$$

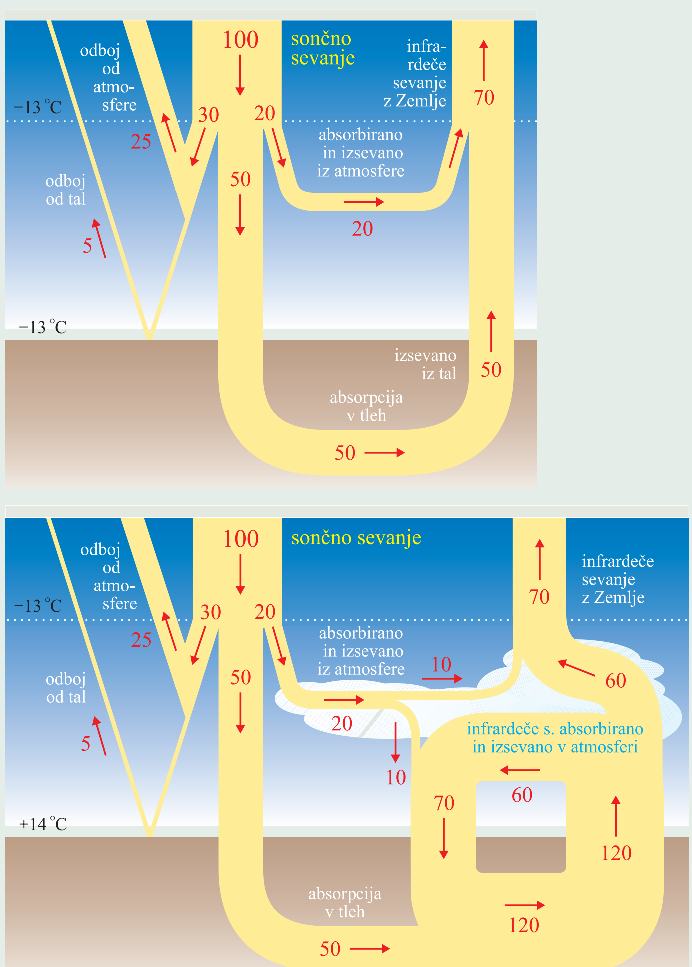
Ker mora biti izsevani toplotni tok enak prejetemu, oba izenačimo in dobimo, da je površinska temperatura

$$T = \sqrt[4]{\frac{j}{4\sigma}} = 260\ \mathrm{K} = -13\,^\circ\mathrm{C} .$$

Tolikšna bi bila tudi temperatura Zemljinega površja, če bi ne bilo atmosfere ali če bi bila povsem prozorna. Atmosfera na Zemlji pa poskrbi, da se toplota ne more izsevati naravnost iz tal. Pri tem imajo veliko vlogo ogljikov dioksid, metan in vodni hlapi, ki absorbirajo sevanje iz tal in ga izsevajo naprej. Čim več jih je v atmosferi, tem počasnejši je prenos in tem višje so zaradi tega temperature pri tleh. Te pline zato imenujemo tudi **pline tople grede**. Zlasti k množini ogljikovega dioksida precej prispeva človek s kurjenjem fosilnih goriv. Prenos toplote po prozorni atmosferi in po atmosferi s primesjo plinov tople grede lahko primerjamo na sliki 16.12.

a

b



***Slika 16.12** Prenos toplote po prozorni atmosferi (a) in po atmosferi s primesjo plinov tople grede (b).*

Telesa, ki del vpadlega sevanja odbijejo, sevajo manj kot črno telo pri isti temperaturi. O tem imamo nekaj izkušenj sami, saj vemo, da črna peč seva bolj kot svetla. Lahko pa se o tem prepričamo tudi s poskusi.

Lastnosti površja podamo z **odbojnostjo** ali z **albedom**, to je z razmerjem med odbitim in vpadlim toplotnim oziroma svetlobnim tokom:

$$a = \frac{P_{\mathrm{odb}}}{P_{\mathrm{vp}}}.$$

Gostota izsevanega toplotnega toka s površja z odbojnostjo a je

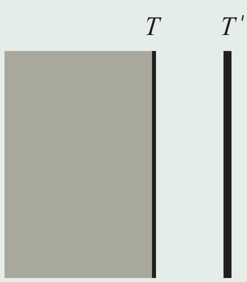
$$j^* = (1-a)\sigma T^4,$$

in je torej $(1-a)$-krat manjša od gostote izsevanega toplotnega toka s črnega površja.

Odbojnosti nekaterih površij za sončno svetlobo najdemo v tabeli.

Snov	**Odbojnost**
Poliran aluminij	0,95
Bel papir	0,60–0,70
Pobeljen zid	0,50
Moten črn premaz	0,05
Vlažna tla	0,08

Zgled



Slika 16.13 *Toplotni ščit zmanjša izsevani toplotni tok.*

Da bi zmanjšali sevanje z vročih površij, jih pogosto obdajo s toplotnim ščitom. To je svetla aluminijeva obloga, ki je nekaj centimetrov odmaknjena od vročega površja. V stacionarnem stanju ima obloga nižjo temperaturo kot vroče površje, zaradi česar se zmanjšajo sevalne izgube.

Učinek toplotnega ščita lahko ocenimo tudi računsko. Vzemimo, da je temperatura vročega črnega površja T, temperatura prav tako črnega ščita pa T'. Temperatura okolice naj bo veliko nižja od teh temperatur, da lahko zanemarimo sevanje okolice (slika 16.13).

Gostota toplotnega toka z nezaščitenega površja je

$$j_0^* = \sigma T^4,$$

gostota toplotnega toka s toplotnega ščita v okolico pa

$$j_0^* = \sigma T'^4,$$

pri čemer je T' še neznana temperatura. Določimo jo iz pogoja, da mora biti v stacionarnem stanju gostota toplotnega toka s površja enaka gostoti toplotnega toka s ščita, pri tem pa moramo upoštevati, da seva ščit tudi nazaj proti vročemu površju. Po tem sklepu zapišemo, da je

$$\sigma T^4 - \sigma T'^4 = \sigma T'^4,$$

in od tod

$$\sigma T'^4 = \frac{1}{2}(\sigma T^4).$$

Enačba naravnost pove, da se toplotni tok s toplotnim ščitom zmanjša na polovico. Temperatura ščita pa je

$$T' = \frac{T}{\sqrt[4]{2}}.$$

V primeru, da je temperatura črnega površja 100° C = 373 K, je temperatura ščita 41° C = 314 K.

NOTRANJA ENERGIJA PLINOV

V idealnem plinu, ki ga sestavljajo neodvisne toge točkaste molekule, sestavlja notranjo energijo le kinetična energija molekul. Izračunali smo, da je povprečna kinetična energija

$$\overline{W_k} = \frac{3}{2}kT.$$

Plin z maso m, v katerem je $N = \frac{m}{m_1}$ molekul, ima torej notranjo energijo

$$W_n = N\overline{W_k} = \frac{m}{m_1}\frac{3kT}{2} = \frac{3}{2}\frac{R}{M}mT,$$

ki je odvisna le od temperature. Ko se plinu zaradi dela ali toplote spremeni notranja energija, se mu spremeni tudi temperatura. Pri spremembah pri konstantni temperaturi je konstantna tudi notranja energija.

Lastnosti razredčenih plinov res kažejo, da je njihova notranja energija odvisna le od temperature. To seveda še ne pomeni, da je njihova notranja energija kar enaka tisti, ki smo jo določili za plin s togimi točkastimi molekulami.

O veljavnosti modela za realne pline največ pove specifična toplota pri konstantni prostornini. Ko namreč dovajamo toploto pri konstantni prostornini, plin ne opravlja dela, zato je dovedena toplota kar enaka spremembi notranje energije:

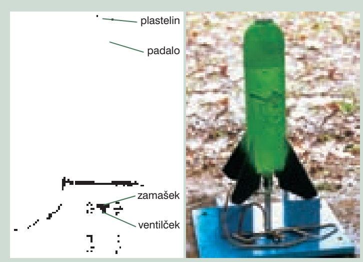
$$Q = mc_V \Delta T = \Delta W_n.$$

Pri plinu iz togih točkastih molekul bi torej bilo

$$mc_V \Delta T = \frac{3}{2}\frac{R}{M}m\Delta T.$$

Raketa na vodo in stisnjen zrak

Raketo naredimo iz plastenke z majhno maso. Do polovice jo napolnimo z vodo in vanjo napumpamo zrak do okoli 3 bare. Postavimo jo v navpično lego v podstavek. Ko s kratkim potegom izvlečemo zamašek, stisnjeni zrak v hipu iztisne vodo in plastenka poleti navzgor. Zrak se pri iztiskanju vode ohladi za okoli 80 K, večino pri tem izgubljene notranje energije preda plastenki.



Iz enačbe razberemo, da bi morala biti specifična toplota pri konstantni prostornini enaka:

$$c_V = \frac{3}{2}\frac{R}{M}.$$

Tabela kaže primerjavo med specifičnimi toplotami nekaterih plinov s specifično toploto, ki jo zanje izračunamo po zgornji formuli.

Plin	**M [kg]**	**c_V [J/kg K]**	**$\frac{3}{2}\frac{R}{M}$ [J/kg K]**
helij	4,0	3150	3120
neon	20,2	630	620
argon	39,9	310	310
kisik	32,0	650	390
zrak	29,4	720	420
ogljikov dioksid	44,0	630	280

Izračunane specifične toplote se ujemajo z izmerjenimi pri žlahtnih plinih. Vemo, da žlahtne pline sestavljajo neodvisni atomi, in kaže, da je njihova notranja energija res le translacijska kinetična energija atomov.

Specifične toplote plinov, pri katerih molekulo sestavlja več atomov, so večje od izračunanih. Poleg translacijske kinetične energije molekul pri njih prispevajo k notranji energiji še gibanja atomov v molekuli. Vendar je tudi v tem primeru, če je plin dovolj redek, notranja energija odvisna le od temperature.

MIKROSKOPIČNA PREDSTAVA O RAVNOVESNEM STANJU SNOVI

V začetnem poglavju smo si ustvarili grobo sliko snovi v različnih agregatnih stanjih. Predstavljali smo si, da so snovi sestavljene iz gradnikov, imenujmo jih molekule, ki so tako ali drugače povezane med seboj in se neprestano gibljejo. Najbolj preproste snovi so plini, ki jih sestavljajo neodvisne molekule, ki se prosto gibljejo po praznem prostoru. Tudi kapljevine sestavljajo prosto gibljive molekule, le da so vezane z nevidnim lepilom medsebojnih sil. Molekule se tudi v kapljevinah neprestano neurejeno gibljejo. Pri tem se združujejo v kratkotrajne bolj ali manj urejene skupke, ki se pojavljajo zdaj tu zdaj tam. V trdnih snoveh so molekule zaradi delovanja medsebojnih sil urejeno razmeščene po vozliščih prostorskih mrež, ki zapolnjujejo ves prostor. Molekule lahko le nihajo okoli vozlišč, svoja mesta pa redko menjavajo.

Prosto gibanje molekul v plinu in kapljevini oziroma nihanje molekul okoli ravnovesnih leg v trdnih snoveh smo imenovali *termično gibanje*, energijo tega gibanja pa *termično energijo*. V plinih je termična energija molekul edini prispevek k notranji energiji. Videli smo, da molekuli enoatomskega plina pripišemo povprečno termično kinetično energijo $\frac{3kT}{2}$. Enako povprečno termično kinetično energijo pa imajo tudi molekule v kapljevini, čeprav so vezane med seboj. Termično energijo molekul v trdni snovi predstavimo kot energijo nihanja okoli ravnovesnih leg in meri okoli $3kT$ na molekulo. Tako je pri vseh snoveh živahnost termičnega gibanja odvisna le od temperature.

Tako tudi mora biti. Predstavljajmo si, da imamo v posodi s stalno temperaturo sten mešanico, ki jo sestavljajo plin, kapljevina in trdna snov. Zaradi neprestanega gibanja molekul v snovi in v stenah si molekule ob medsebojnih trkih izmenjujejo termično energijo. Ravnovesno stanje je mogoče le tedaj, ko je termično gibanje po vsej posodi in v njenih stenah enako živahno. Še več; v termičnem ravnovesju z molekulami so tudi telesa, ki so z njimi v neposrednem stiku. Delci prahu, ki migotajo v curku svetlobe, ali kapljice olja v vodni raztopini mleka imajo v ravnovesju enako termično kinetično energijo kot molekule, ki jih obdajajo.

V posodi je tudi termično sevanje, ki se neprestano rojeva in absorbira v snovi in stenah posode. Lahko si predstavljamo, da sevanje oddajajo in sprejemajo mikroskopični oddajniki v paketih, katerih energija je sorazmerna s temperaturo. Povprečna energija paketov je okoli $3kT$.

Vse to kaže na splošno zakonitost, da je v sistemu v termičnem ravnovesju pri dani temperaturi T povprečna termična energija reda velikosti kT. Pri sobni temperaturi 300 K je

$$kT = 1{,}38 \cdot 10^{-23}\,\frac{J}{K} \cdot 300\ \mathrm{K} = 4{,}1 \cdot 10^{-21}\ \mathrm{J} = 0{,}026\ \mathrm{eV}$$

Za hitro računanje pride prav podatek, da je pri temperaturi 11600 K termična energija $kT = 1$ eV.

Doslej smo imeli pri govoru o termični energiji predvsem v mislih kinetično energijo molekul in nihajno energijo molekul, ki so vezane v trdno snov. Mnoge molekule imajo zapleteno zgradbo. Zaradi tega se lahko ob medsebojnih trkih spreminja tudi njihova notranja energija. Da se to zgodi, morajo imeti molekule ob trku dovolj veliko kinetično energijo. Molekule povečano notranjo energijo zgubijo pri naslednjih trkih ali pa jo oddajo s sevanjem, ki lahko vzbudi druge molekule. Tudi notranjo energijo molekul štejemo k termični energiji. Njen vpliv se kaže na specifični toploti plinov pri konstantni prostornini (glejte tabelo specifičnih toplot plinov).

Z naraščajočo temperaturo se ob trkih lahko vzbudijo notranja gibanja z vse večjo energijo, pri tem lahko molekule razpadejo na sestavne dele, lahko se vzbudijo tudi atomi, pri zelo visokih temperaturah pa lahko razpadejo tudi ti. Temperaturo, pri kateri se začne razpad snovi, lahko ocenimo s primerjavo med karakteristično energijo termičnega gibanja kT in vezavno energijo. Pri sobni temperaturi 300 K in karakteristični energiji 0,026 eV ~ $\frac{1}{40}$ eV ter pri nižji temperaturi so obstojne organske snovi in snovi, ki sestavljajo živa bitja, med drugim DNA. Pri temperaturi plamena okoli 1500 K in karakteristični energiji 0,1 eV organske snovi razpadejo, ostanejo pa kovine in kovinski oksidi in druge snovi, v katerih so atomi ali molekule kovalentno ali ionsko povezane. Pri temperaturi okoli 6000 K, kakršna vlada na Sončevem površju, je karakteristična energija okoli 0,5 eV. Pri tej energiji tudi te snovi razpadejo na atome, majhen del atomov je pri tej temperaturi že ioniziran. V notranjosti Sonca, kjer je temperatura okoli 11 milijonov Kelvinov in karakteristična energija okoli 1 keV, je ionizacija popolna in snov je v *plazemskem stanju*: sestavljajo jo elektroni in atomska jedra. To zgodbo lahko v mislih nadaljujemo do zgodnjih faz vesolja, ko je bila ob velikem poku temperatura 10^{33} K s karakteristično energijo 10^{20} bilijonov eV. Vesolje je tedaj sestavljala gosta mešanica svetlobnih in drugih delcev, ki so se ob trkih neprestano pretvarjali drug v drugega.

Pri temperaturi, ki je nižja od sobne, postaja termično gibanje vse manj živahno. Zaradi tega se npr. hrana, ki je na hladnem v hladilnikih, počasneje kvari. Še bolj učinkovito je globoko zamrzovanje. Pri dovolj nizki temperaturi je termično gibanje že tako umirjeno, da se lahko utekočinjajo snovi, ki jih sicer poznamo kot pline, pri še nižji temperaturi pa se te snovi tudi strdijo. Pri 77 K se utekočini dušik, pri 4 K celo helij.

Pri tem se pokažejo novi pojavi, ki bi jih sicer termično gibanje prekrilo. Eden od njih je *supraprevodnost*, ki jo je leta 1911 odkril danski raziskovalec Kammerlingh Onnes, ko je ohladil živo srebro na temperaturo tekočega helija. Pri tej temperaturi je nenadoma padla električna upornost živega srebra na nič. Šele mnogo kasneje, potem ko je bil odkrita supraprevodnost v številnih drugih snoveh, so ugotovili, da je pojav posledica rahle vezave med elektroni, ki sicer pri višji temperaturi prevajajo električni tok kot neodvisni delci. Po tem, kar smo spoznali doslej, lahko sklepamo, da je vezavna energija parov elektronov le nekajkratnik $kT = 0{,}3$ meV. Pri nadaljnjem zmanjševanju temperature termično gibanje vse bolj zamira. Pri absolutni ničli naj bi termičnega gibanja ne bilo več. Fizikalni zakoni kažejo, da absolutna ničla ni dosegljiva, lahko pa se ji poljubno približamo. Doslej najnižja dosežena temperatura je nekaj milijardink K. Karakteristična energija termičnega gibanja pri tej temperaturi je okoli 10^{-13} eV. Na poti proti absolutni ničli raziskovalci odkrivajo v različnih snoveh vse več presenetljivih pojavov, ki so posledica urejenosti, katere kljub rahli vezavi med gradniki snovi termično gibanje ne more podreti.

Ob zgornjem razmišljanju se moramo zavedati, da ima v sistemu v termičnem ravnovesju velik del molekul energijo, ki za faktor 10 ali več presega karakteristično energijo. Zaradi njih so pri vsaki temperaturi možne spremembe, ki terjajo precej več energije kot je karakteristična. Opazovanje svetlobe s Sončevega površja, kjer je karakteristična energija okoli 0,5 eV, npr. kaže, da je tam ioniziran tudi del atomov vodika, čeprav je potrebna za ionizacijo energija 13,6 eV, kar je okoli tridesetkrat toliko.

To pojasni tudi ravnovesje med kapljevino in paro pri izbrani temperaturi, npr. med tekočo vodo in paro. Iz tekoče faze morejo preiti v paro le molekule, ki imajo kinetično energijo večjo kot okoli 0,4 eV, medtem ko je povprečna kinetična energija le okoli 0,03 eV. Ker je takih molekul okoli tisočina vseh, je gostota molekul v plinski fazi okoli 1000-krat manjša kot v tekoči fazi. Z rastočo temperaturo se delež hitrih molekul hitro povečuje.

Neenakomerna porazdelitev energije med molekulami ali v splošnem med gradniki je prav posledica termičnega gibanja. Gradniki si ob medsebojnih trkih ali drugih interakcijah neprestano izmenjujejo energijo. Pri tem se lahko zgodi, da se delu delcev poveča energija na škodo drugih. Igra se nadaljuje, dokler se ne vzpostavi ravnovesje, v katerem je največ delcev z malo energije, vse manj pa delcev z vse več energije. V podrobnostih je porazdelitev energije odvisna še od lastnosti množice delcev.

Prenos energije v termičnem ravnovesju si lahko predstavimo s statistično igro, ki gre takole. Mislimo si kvadrat s 6 krat 6 polji - celicami, od katerih vsaka predstavlja gradnik snovi. V začetku si mislimo, da ima vsaka celica po en obrok energije. Celico oštevilčimo s številko stolpca in vrstice, v katerima je. Nato s parom igralnih kock izberemo eno od celic, ji odvzamemo energijski obrok ter ga nato prenesemo v drugo celico, ki jo izberemo z drugim metom kock. Že po nekaj 10 izmenjavah se vzpostavi stanje, v katerem je približno polovica celic brez energije, približno polovica preostalih ima en energijski obrok, približno polovica preostalih dva obroka, polovica preostalih tri obroke in tako naprej. Slika se z nadaljnjim igranjem v povprečju ne spreminja več. Rezultat je še bolj prepričljiv pri večjem številu celic. Izmenjavo energije med celicami tedaj prepustimo računalniku s primernim programom.

Igro lahko nadaljujemo za primer, ko je v začetku v celicah več obrokov energije. Spet se vzpostavi ravnovesno stanje, v katerem je največ celic brez energije, le njihov delež v celotnem številu je manjši. Prav tako se počasneje zmanjšuje število celic z vse večjo energijo. Razmerje med številoma celic, ki se po energiji razlikujejo za eno enoto, je konstantno.

Dejavnost Preigrajte opisano statistično igro pri več različnih začetnih energijah celic. Pokažete lahko, da je porazdelitev energije v ravnovesnem stanju odvisna le od skupne energije, t. j. od skupnega števila energijskih paketov, v sistemu celic. Napišite program za izvajanje te igre na računalniku. Število celic je lahko v tem primeru veliko večje in rezultati bolj prepričljivi.

VPRAŠANJA

1. Kolikšna je gostota toplotnega toka, ki ga oddaja nečrno telo v ravnovesju s črnimi telesi pri isti temperaturi?

2. Zakaj je podnebje na otokih zmerno?

3. Zakaj je v puščavah podnevi vroče, ponoči pa hladno?

4. Zakaj se ne opečemo, če za trenutek sežemo v kuhinjsko pečico, segreto na 300° C? Zakaj pa se opečemo, če primemo pekač, ki je bil v tej pečici?

5. V srednjem veku so branilci gradov na napadalce zlivali vrelo olje (specifična toplota olja je polovica specifične toplote vode, olje vre pri 300° C). Zakaj niso uporabili kar vrele vode?

6. Zakaj so opekline, ki jih povzroči para pri 100° C, hujše od tistih, ki jih povzroči vrela voda?

7. Alpinisti v visokih gorah trpijo zaradi nizkih temperatur in vetra. Pojasnite, zakaj se v vetru človeško telo hitreje ohlaja.

8. Kako najbolj učinkovito ohladimo vroče napitke?

9. Zakaj beduini pitno vodo hranijo v mehovih iz živalskih kož?

NALOGE

1. Koliko litrov vode pri 95° C je treba doliti k 30 litrom vode pri 25° C, da bo zmesna temperatura 67° C?

Odgovor: 45 l

2. V 210 g vode s temperaturo 25° C vržemo 50 g kovine s temperaturo 550° C. Kolikšna je temperatura, ko nastopi ravnovesje? Sistem je toplotno izoliran, specifična toplota kovine je 500 J kg^{-1} K^{-1}.

Odgovor: 39° C

3. V bakreni kalorimeter z maso 0,15 kg, v katerem je 0,20 kg vode pri 15° C, spustimo železno utež z maso 0,26 kg, ki je segreta na 100° C. Kolikšna je zmesna temperatura? Specifično toploto bakra in železa poiščite v tabeli. Izgube toplote zanemarite.

Odgovor: 25° C

4. V aluminijasto posodo z maso 300 g nalijemo liter in pol vode ter jo postavimo na električno ploščo z močjo 2,0 kW. Začetna temperatura je 10° C. Kolikšna je temperatura vode po treh minutah? Specifično toploto aluminija poiščite v tabeli.

Odgovor: 65° C

5. V posodo, ki vsebuje 4,5 kg vode pri 60° C, stresemo 1,5 kg zdrobljenega ledu s temperaturo –40° C. Kolikšna je končna temperatura vode v posodi? Specifična toplota ledu je 2100 J kg^{-1} K^{-1}.

Odgovor: 20° C

6. Aluminijasti kalorimeter z maso 50 g vsebuje 250 g vode pri 16° C. Koliko vodne pare s temperaturo 100° C moramo napeljati v vodo, da se segreje na 90° C? Specifična toplota aluminija je 880 J kg^{-1} K^{-1}.

Odgovor: 35 g

7. 2 kg sladoledne kreme pri temperaturi zmrzišča postavimo v zamrzovalni prostor hladilnika. V hladilniku je hladilna kapljevina, ki pri izparevanju odvzema toploto sladoledu. Specifična talilna toplota sladoleda je 240 kJ kg^{-1}, specifična izparilna toplota hladilne kapljevine v hladilniku pa je 1800 kJ kg^{-1}. Najmanj koliko toplote je treba odvzeti sladoledni kremi, da zmrzne pri nespremenjeni temperaturi? Koliko hladilne kapljevine mora izpareti, da sladoled zmrzne?

Odgovor: 480 kJ
0,27 kg

8. Posodo z vodo na električnem kuhalniku segrejemo od 20° C do vretja v 20 minutah. V kolikem času se pri istem izkoristku in načinu segrevanja v paro spremeni 20 % vode ?

Odgovor: 27 min

9. S pištolo streljamo v vrečo s peskom. Izstrelek z začetno hitrostjo 200 $m\,s^{-1}$ se v pesku ustavi. Za koliko se segreje, če 40 % njegove kinetične energije med ustavljanjem preide na okolico? Specifična toplota kovine, iz katere je izstrelek, je 460 $J\,kg^{-1}\,K^{-1}$. Odgovor: 26 K

10. Avto z maso 600 kg se giblje s hitrostjo 72 km/h. Za koliko se dvigne temperatura vsakega od štirih jeklenih zavornih diskov z maso po 1 kg, če se pri zaviranju hitrost zmanjša na 18 km/h? Specifična toplota jekla je 460 $J\,kg^{-1}\,K^{-1}$. Izgube zaradi ohlajanja zanemarite. Odgovor: 61 K

11. Železno kladivo z maso 12 kg udarja z višine 1,5 m na železno ploščo z maso 0,20 kg, ki leži na nakovalu. Za segrevanje plošče se porabi 40 % kinetične energije kladiva. Za koliko se spremeni temperatura plošče po 50 udarcih kladiva? Specifična toplota plošče je 460 $J\,kg^{-1}\,K^{-1}$, hlajenje plošče pa zanemarite. Odgovor: 39 K

12. Koliko aluminija lahko segrejemo od 10° C do tališča 659° C v talilni peči z izkoristkom 26 %, če pokurimo 25 kg nafte? Specifična toplota aluminija je 880 $J\,kg^{-1}\,K^{-1}$, sežigna toplota nafte pa je 43 $MJ\,kg^{-1}$. Odgovor: 490 kg

13. Avto porabi 7 litrov bencina na 100 km poti, če vozi s hitrostjo 85 km/h. Moč, s katero takrat deluje njegov motor, je 17 kW. Kolikšen je izkoristek motorja? Sežigna toplota bencina je 45 MJ/kg, gostota pa 0,7 $kg\,dm^{-3}$. Odgovor: 33 %

14. Sobna temperatura je 18° C, zunanja pa 4° C. Kolikšen je toplotni tok skozi okno z enim samim steklom, ki meri 200 cm × 200 cm × 7,0 mm? Toplotno prevodnost stekla poiščite v tabeli. Odgovor: 6,4 kW

15. Zidovi stanovanja, ki so obrnjeni na ulico, merijo 60 m^2 in so debeli 0,60 m. Toplotna prevodnost zidu je 0,80 $W\,m^{-1}\,K^{-1}$. Koliko drv moramo pokuriti v eni uri, da bo temperatura v stanovanju za 30 K višja od zunanje? Od toplote, ki jo dobimo pri sežigu drv, 8,3 $MJ\,kg^{-1}$, jo odda peč v okolico 40 %, ostalo pa uide v dimnik. Odgovor: 2,6 kg

16. V radiator centralne kurjave priteka voda s temperaturo 80° C in hitrostjo 1,2 $cm\,s^{-1}$. Presek cevi je 5,0 cm^2. Temperatura vode, ki odteka, je 25° C. Koliko toplote radiator odda v prostor v eni uri? Odgovor: 5 MJ

17. Kolikšna je površinska temperatura Sonca, če vemo, da seva kot črno telo in je gostota svetlobnega toka, ki pada na Zemljo, 1,35 $kW\,m^{-2}$? Radij Sonca je $0{,}696 \cdot 10^6$ km, razdalja od Sonca do Zemlje pa $149{,}6 \cdot 10^6$ km. Odgovor: $5{,}8 \cdot 10^3$ K

18. Molu enoatomnega idealnega plina se poveča prostornina od 25 na 35 litrov pri stalnem tlaku 1,0 bar. Za koliko se mu spremeni notranja energija? Odgovor: 1500 J

19. V sobi s prostornino 90 m^3 se zrak zamenja vsaki 2 uri. Koliko toplote potrebujemo za ogrevanje v 24 urah, če mora biti sobna temperatura 18° C, zunanja pa je –5° C? Povprečna gostota zraka je 1,25 $kg\,m^{-3}$, specifična toplota zraka c_p = 1010 $J\,kg^{-1}\,K^{-1}$. Odgovor: 31 MJ

20. V zaprti posodi s prostornino 0,50 m^3 je zrak s tlakom 1,0 bar in s temperaturo 27° C. Zraku s hlajenjem odvzamemo 42 kJ toplote. Kolikšna sta temperatura in tlak tega zraka po hlajenju? Masa kilomola zraka je 29 kg, specifična toplota pri stalni prostornini pa 720 J kg^{-1} K^{-1}.

Odgovor: 0,66 bar
200 K

21. Koliko dela opravi pri raztezanju plin z maso 2 kg in gostoto 1,8 kg m^{-3}, ko ga pri 0° C in stalnem tlaku 1,0 bar segrejemo za 3 K?

Odgovor: 1200 J

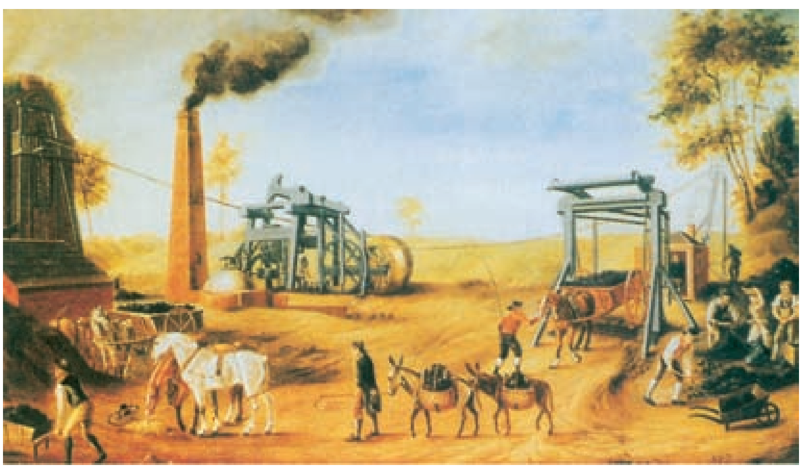
22. Iz 1,0 litra vode nastane z izparevanjem pri 100° C in tlaku 1,0 bar okoli 1,6 m^3 vodne pare. Kolikšna je v tem primeru sprememba notranje energije 1,0 litra vode? Specifična izparilna toplota vode je 2,26 MJ/kg.

Odgovor: 2,1 MJ

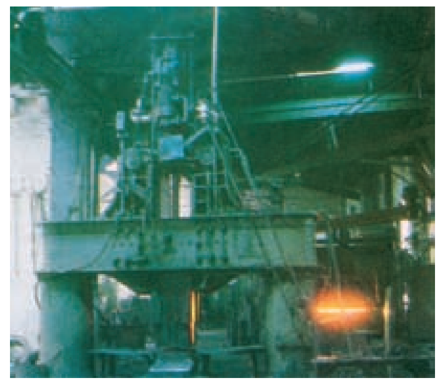
17. TOPLOTNI STROJI

VIRI TOPLOTE

Toploto za ogrevanje bivališč, za pripravo hrane in za predelavo kovin ljudje že od pradavnine dobivajo s **sežiganjem organskih goriv**. Sprva so sežigali les, kasneje pa fosilna goriva. Od izuma parnega stroja naprej pa postaja toplota, dobljena pri gorenju, osnova industrije in prometa (slike 17.1, 2, 3).



***Slika 17.1** Wattov parni stroj v rudniku premoga v devetdesetih letih 18. stoletja.*



***Slika 17.2** Leta 1889 so v Studencih pri Mariboru postavili parno kovaško kladivo z maso 120 ton. S strojem so izdelovali velike odkovke za popravila tirnih vozil. Je največje in najstarejše še delujoče parno kladivo v tem delu Evrope.*

Toploto, dobljeno pri gorenju, imenujemo **sežigna toplota**. Pod tem pojmom razumemo toploto, ki jo odda gorivo, ko popolnoma izgori in se sežigni produkti ohladijo do okoliške temperature. Pri gorenju organskih snovi sta tipična sežigna produkta vodna para in ogljikov dioksid. Sežigna toplota je sorazmerna z maso izgorele snovi, pri čemer je sorazmernostni koeficient **specifična sežigna toplota q_s**:

$$Q_s = q_s m \, .$$

Med organska goriva z največjo specifično sežigno toploto sodita metan z okoli 60 MJ/kg in bencin z okoli 50 MJ/kg. Še večjo sežigno toploto imajo nekatera druga goriva, npr. vodik. Nekaj podatkov o specifični sežigni toploti je zbranih v tabeli, še več jih najdemo v priročnikih.

***Slika 17.3** Parna lokomotiva.*

Specifična sežigna toplota nekaterih goriv

Gorivo	Specifična sežigna toplota [MJ/kg]
metan	55,7
etan	52
etilni alkohol	30
bencin	46,5
vodik	140
črni premog	30
rjavi premog	10–20
les	16–20

Od preostalih virov toplote je treba omeniti **zemeljsko notranjost** in **jedrske reaktorje**.

Na vročo zemeljsko notranjost nas v prvi vrsti opominjajo vulkani in mnogo manj slikoviti, pa tudi manj nevarni vrelci vroče vode. Kjer je vroče vode iz notranjosti Zemlje veliko, jo je mogoče izkoristiti za ogrevanje, pa tudi v kake druge tehnične namene.

V jedrskih reaktorjih dobivamo toploto iz vroče sredice, v kateri se ob reakcijah z nevtroni razcepljajo jedra urana ^{235}U.

Glavni vir toplote je seveda Sonce. Kakor smo že povedali, vpada na vrh Zemljine atmosfere toplotni ali svetlobni tok z gostoto okoli 1,4 kW/m^2. Od tega ga v atmosfero prodre okoli 70 %, do tal pa nekaj manj. Zagotavlja za življenje ugodne razmere na Zemlji, vse bolj uporaben pa je tudi za druge človeške potrebe.

TOPLOTNI STROJI

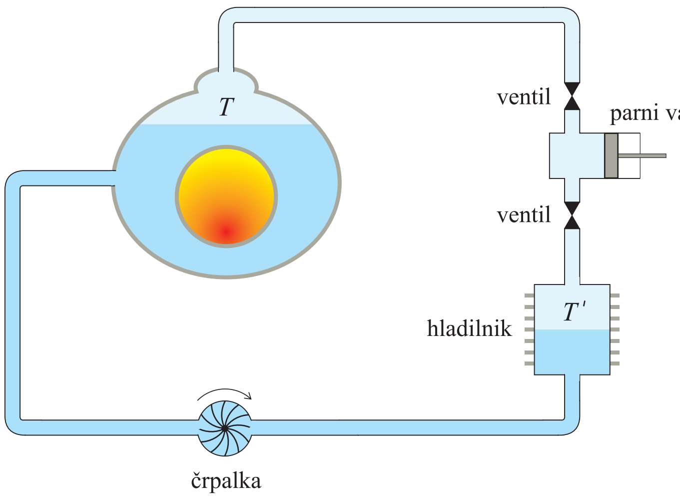
Tehnične priprave, ki omogočajo izrabo toplote, so **toplotni stroji**. Čeprav so za njihovo delovanje pomembne mnoge tehnične podrobnosti, nas bodo bolj zanimala osnovna dogajanja v njih.

Tako kakor v drugih strojih tudi v toplotnih strojih potekajo ponavljajoče se **krožne spremembe**. Po vsaki od njih je stroj spet v prvotnem stanju.

Slika 17.4 *Mlinsko kolo.*

Za zgled vzemimo vodno kolo (slika 17.4). Potem ko v enem vrtljaju opravi krožno spremembo, je spet v začetnem stanju. Med spremembo prejema delo od padajoče vode in ga oddaja naprej mlinskemu kamnu ali žagi. V idealnem primeru bi bilo oddano delo enako prejetemu, zaradi trenja v ležajih pa je nekaj manjše. Podobno lahko razmišljamo o elektromotorju, pri katerem krožno spremembo opravlja vrteči se rotor. Ta dobi pri enem vrtljaju električno delo iz električnega omrežja in odda v idealnem primeru prav toliko mehaničnega dela orodju, ki ga poganja. Tudi pri mehaničnih orodjih, ki ponavljajo krožne spremembe, najdemo enako pravilnost. Po sklenjenem krogu je orodje v začetnem stanju, vmes dobiva delo in ga oddaja naprej.

V toplotnem stroju opravlja krožno spremembo **delovna snov**, kot je npr. voda v parnem stroju. Najprej se segreva v kotlu, da izpari. Para vstopa v parni valj, kjer opravlja delo in se delno utekočini. Mešanica pare in vode teče v hladilnik, kjer se do konca utekočini, tekoča voda pa gre nazaj v kotel (slika 17.5). Podobno krožno spremembo voda opravlja v termoelektrarnah, kjer poganja parne turbine. Nekaj podobnega velja tudi za kroženje vode v naravi.



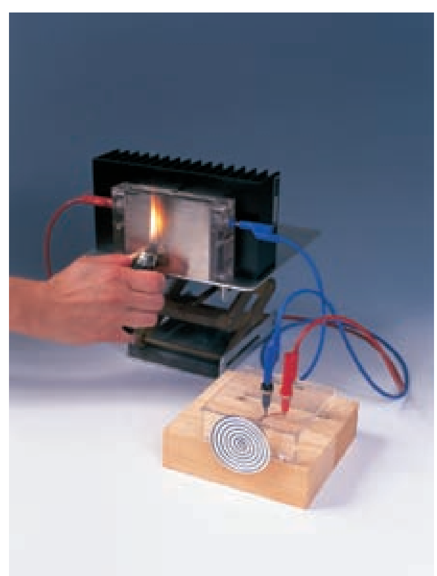
***Slika 17.5** Shema parnega stroja.*

***Slika 17.6** Kolo s špicami.*

Vsem toplotnim strojem je skupno, da je treba delovni snovi med krožno spremembo **dovajati toploto**. Od strojev pa pričakujemo, da poganjajo delovne stroje v tovarnah ali generatorje v elektrarnah, skratka, da nam dajejo **delo**.

Oglejmo si nekaj modelov toplotnih strojev in poskusimo najti krožne spremembe, ki se dogajajo v njih.

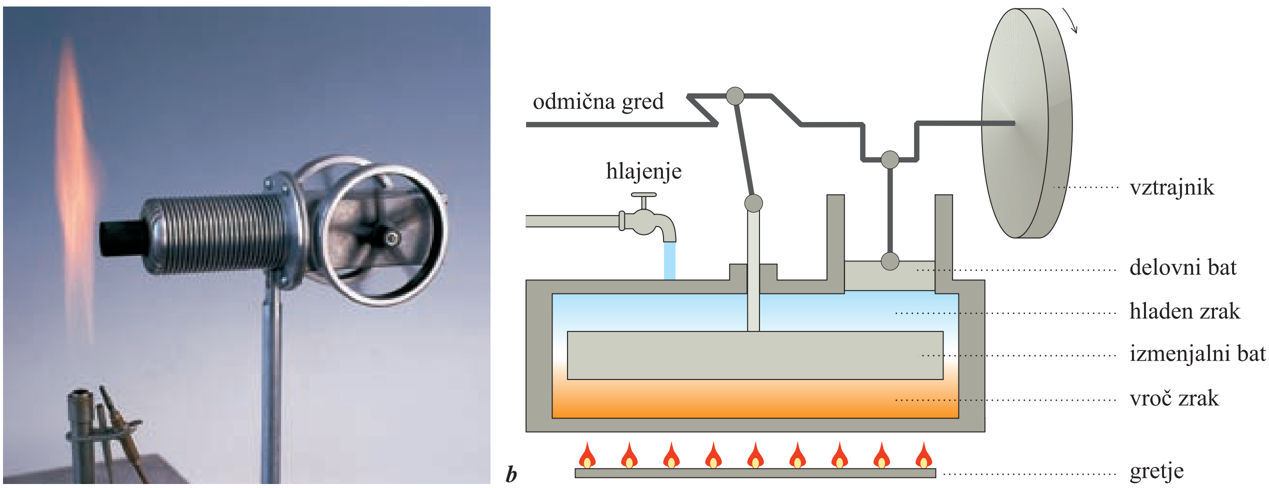
Kolo s špicami (slika 17.6) spominja na mlinsko kolo. Ko špice ogrevamo na enem delu kolesa, se začne kolo vrteti. Špice ob tem uidejo iz gretega območja, se ohladijo in sprememba se ponavlja znova in znova. Vrtenje preneha, če ogrejemo še drugo stran kolesa in se špice ne morejo več ohladiti.



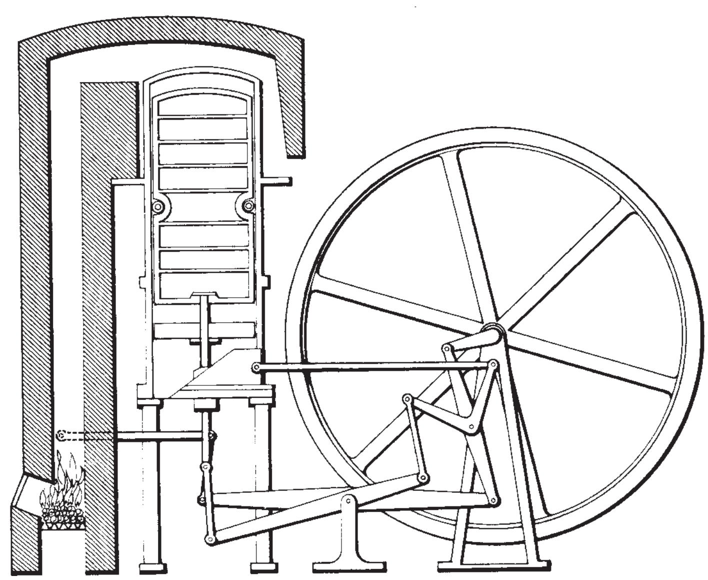
***Slika 17.7** Termoelektrični generator.*

V **termoelektričnem generatorju** (slika 17.7), na katerega je priključen električni motor, opravlja krožno spremembo naboj v električnem krogu. Na eni strani dobiva naboj toploto iz plamena, na drugi strani pa jo oddaja okolici. Čim večja je temperaturna razlika, tem živahnejše je delovanje vključenega motorja. Če grejemo obe strani, se delovanje ustavi.

Oglejmo si še delovanje modela Stirlingovega motorja na vroči zrak (slika 17.8 a in b). Sestavljata ga dva povezana valja z batoma. V **izmenjalnem valju** – to je spodnji valj na sliki – je **izmenjalni bat**, ki ureja pomikanje zraka iz gretega v hlajeni del, v drugem pa je **delovni bat**. Bata sta povezana z vztrajnikom z odmično gredjo tako, da se pomikata v pravem ritmu. V narisani legi grejemo zrak v spodnjem valju pod izmenjalnim batom, ki se pomika v hlajeni del. Vroč zrak uhaja mimo tega bata v delovni valj in potiska delovni bat navzgor. Ob tem se izmenjalni bat pomakne navzdol in naredi prostor zraku v hlajenem delu. Delovni bat iztisne zrak, ki uide mimo izmenjalnega bata spet v greti del. Igra se nato ponovi. Originalni Stirlingov stroj je deloval nekoliko drugače (slika 17.9).



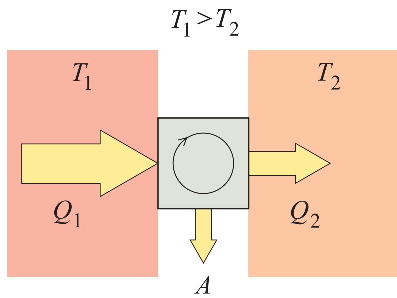
***Slika 17.8** Model Stirlingovega motorja na vroč zrak (a) in njegova shema (b).*



***Slika 17.9** Slika originalnega Stirlingovega stroja.*

Ne glede na vrsto stroja ali snov, ki v njem prehaja skozi krožno spremembo, je glavna značilnost toplotnih strojev naslednje: **stroj deluje le, če med krožno spremembo toploto ne le prejema, ampak jo tudi oddaja.**

Shematično lahko delovanje stroja predstavimo tako, kakor kaže slika 17.10. Med krožno spremembo prejme delovna snov v stroju toploto Q_1 od **izvira – toplotnega rezervarja** pri temperaturi T_1 – in odda toploto Q_2 **ponoru – toplotnemu rezervarju** pri temperaturi T_2. Med krožno spremembo opravi stroj delo A.



Slika 17.10 *Shema toplotnega stroja.*

Ker je po opravljeni krožni spremembi snov spet v začetnem stanju in ima zato enako notranjo energijo kakor na začetku, mora biti skupna sprememba notranje energije enaka nič in zato

$$A = Q_1 - Q_2 .$$

Enačbo smo zapisali tako, da so vse količine pozitivne. S stališča delovne snovi je sprejeta toplota Q_1 pozitivna, oddana toplota Q_2 in delo A pa sta negativna. Dogovorimo se, da bomo tudi v bodoče pisali enačbe tako, da bodo vse količine v njih pozitivne.

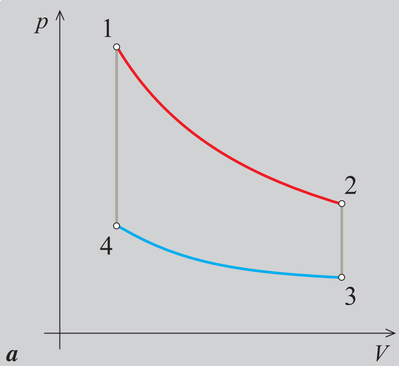
Izkoristek stroja definiramo kot razmerje med oddanim delom in prejeto toploto:

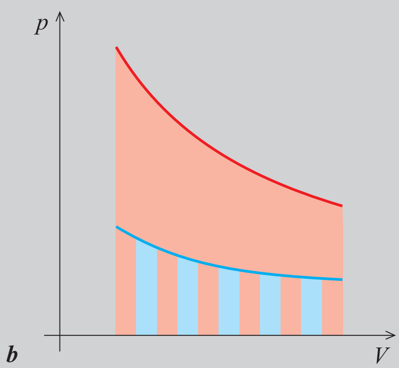
$$\eta = \frac{A}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1} .$$

Izkušnje pa tudi preprosti poskusi kažejo, da je izkoristek večji, če je večja razlika med temperaturo, pri kateri stroj prejema toploto, in temperaturo, pri kateri stroj oddaja toploto. Z dodatnim skrbnim eksperimentiranjem bi ugotovili, da izkoristek stroja, ki prejema toploto pri temperaturi T_1 in jo oddaja pri temperaturi T_2, ne more biti večji od

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1} ,$$

kar bomo imenovali **idealni izkoristek**. Vidimo, da izkoristek ne more doseči vrednosti 1. Temperatura T_2, pri kateri stroj oddaja toploto, je v najboljšem primeru enaka temperaturi okolja, to je okoli 300 K. Izkoristek lahko povečamo, če toploto dovajamo pri čim višji temperaturi.





Slika 17.11 *Stirlingova krožna sprememba (a) ter delo in toplota pri tej spremembi (b).*

Pri Stirlingovem stroju lahko izkoristek izračunamo. Slika 17.11 a kaže spremembo, ki jo ponavlja segreti zrak v stroju. Najprej se iz ogrevanega dela izotermno razširi, nato se pri konstantni prostornini ohladi na nižjo temperaturo in se pri njej izotermno skrči na začetno prostornino, pri kateri se končno ogreje na začetno temperaturo.

Toploti, ki ju plin izmenja pri segrevanju oziroma ohlajanju pri konstantni prostornini, se natanko izravnata in ju pri obravnavanju izkoristka ni treba upoštevati. To še toliko bolj, ker poteka izmenjava toplote ob izmenjalnem batu, ki toploto prejema od plina pri ohlajanju in mu jo vrača pri segrevanju.

Za delo stroja je tako pomembna le toplota, ki se izmenjuje med obema izotermnima spremembama. Toploto, ki jo plin sprejme pri izotermnem raztezanju pri temperaturi T_1, predstavlja ploščina lika med izotermo, mejnima ordinatama in odsekom na abscisni osi (slika 17.11 b). Podobno ploščina pod izotermo pri temperaturi T_2 kaže toploto, ki jo plin odda pri izotermnem stiskanju. Delo predstavlja tedaj ploščina lika znotraj krožne spremembe.

Toplota, ki jo plin izmenja pri izotermnem raztezanju ali stiskanju med izbranima prostorninama je sorazmerna s temperaturo plina. Do tega spoznanja pridemo takole. Vzemimo, da se plin po korakih raztegne od začetne prostornine V_1 do končne prostornine V_2. Pri vsakem koraku opravi delo

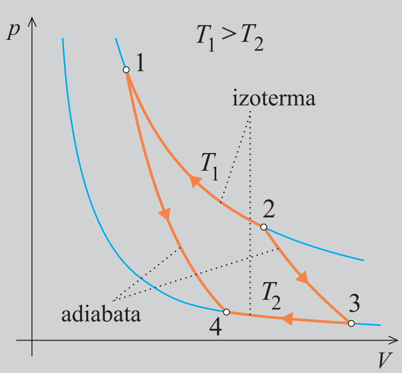
$$\Delta A = p\Delta V = \frac{m}{M} RT \frac{\Delta V}{V}$$

in prejme prav toliko toplote. Vidimo, da sta delo in toplota, izmenjana pri izbrani relativni spremembi prostornine, sorazmerna s temperaturo. Sklepamo, da to velja tudi za celotno spremembo. Iz tega sledi, da je razmerje med toplotama enako razmerju med temperaturama:

$$\frac{Q_2}{Q_1} = \frac{T_2}{T_1}.$$

Vidimo, da je izkoristek Stirlingovega stroja enak idealnemu:

$$\eta = 1 - \frac{Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1}.$$



Slika 17.12 *Carnotova krožna sprememba.*

Izmed krožnih sprememb je za razumevanje delovanja toplotnih strojev posebej pomembna **Carnotova krožna sprememba**. Spremembo kaže slika 17.12. Plinu najprej dovajamo toploto, da se izotermno razteza pri temperaturi T_1, nato pustimo, da se toplotno izoliran plin razpne in pri tem ohladi do temperature T_2. Pri tej temperaturi plinu odvzemamo toploto, da se izotermno krči, nato pa toplotno izolirani plin stisnemo do prvotnega stanja. Izkoristek pri tej spremembi je enak idealnemu. Sprememba ni tehnično uporabna in noben stroj ne deluje na njeni osnovi.

Zgled

1. V termoelektrarnah segrevajo paro na okoli 400° C, voda v hladilniku pa ima okoli 70° C. Največji izkoristek stroja, ki poganja generator, je lahko

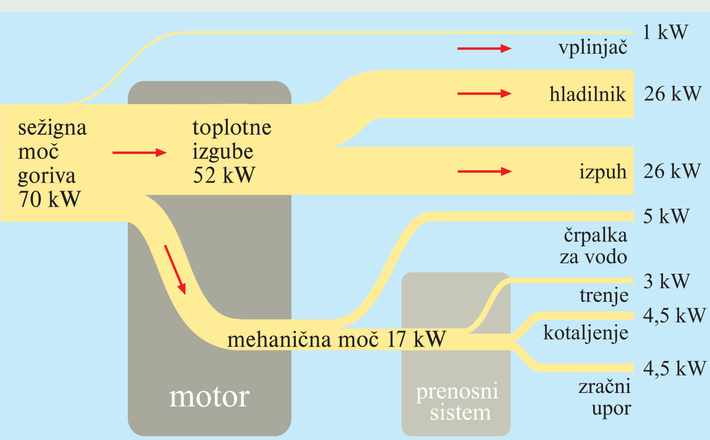
$$\eta = 1 - \frac{343\ \mathrm{K}}{673\ \mathrm{K}} = 0{,}49 = 49\,\%\,.$$

Voda, ki v termoelektrarni oddaja turbini moč 100 MW, mora torej v idealnem primeru od premoga dobivati najmanj 204 MW in oddajati v okolico najmanj 104 MW toplote. V resnici oddaja voda v okolico večjo moč in mora zato dobivati večjo moč od premoga.

V idealnem primeru lahko torej v tej termoelektrarni izrabijo le okoli polovico toplote, ki jo dobi voda od gorečega premoga. Drugo polovico mora elektrarna oddajati v okolico. Učinkovitost bi lahko povečali, če bi vodo segreli na višjo temperaturo in jo ohladili na nižjo temperaturo.

Temperatura pare iz jedrskega reaktorja je še nižja od tiste iz parnega kotla v termoelektrarnah. V jedrski elektrarni v Krškem vstopa v parno turbino para s temperaturo 275,5° C. Pri prehodu skozi turbine se para kondenzira in ohladi na okoli 70° C. Hitro lahko izračunamo, da je lahko izkoristek največ 37 %. Zaradi različnih izgub pa je še manjši, le okoli 33 %.

2. Med toplotnimi stroji so gotovo najbolj razširjeni motorji, ki poganjajo vozila. Ti motorji dobivajo toploto od goriva, ki zgori v delovnih valjih. Zrak, ki je delovna snov, se pri tem segreje do temperature okoli 800 K. V izpuhu ima zrak s plini temperaturo okoli 400 K. Izkoristek tedaj ne more biti večji od 0,5. Prednost teh strojev je, da so lahki in da neposredno izrabljajo toploto, ki jo odda gorivo pri gorenju.

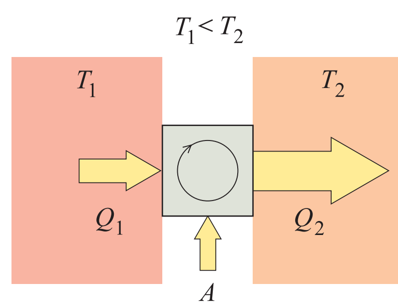


Slika 17.13 *Izraba goriva v avtomobilskem motorju.*

Kljub mnogim izboljšavam, ki zagotavljajo boljšo izrabo toplote, ki jo pri gorenju oddaja gorivo, se le manjši del porablja za delo. O tem nas pouči slika 17.13, ki kaže, kako se porablja sežigna toplota goriva v tipičnem avtu, ki vozi s hitrostjo 80 km/h in porabi pri tem okoli 1 liter goriva na 12 km. S sežigom goriva prejema motor 70 kW. Od tega se 52 kW neposredno izgublja v okolico s toploto tako, da je mehanična moč motorja 17 kW. Od tega se 9 kW prenaša na kolesa, ostalo pa se porablja za pogon prenosnega mehanizma in električnih naprav v avtu.

HLADILNIK IN TOPLOTNA ČRPALKA

Kolikor toliko modernega gospodinjstva si ne moremo predstavljati brez **hladilnika.** Hladilnik **črpa** toploto iz notranjosti pri nižji temperaturi in jo **oddaja** okolici pri višji temperaturi. Za to črpanje potrebuje delo, ki ga prejema iz električnega omrežja. Hladilnik torej deluje kot obrnjen toplotni stroj (slika 17.14).



***Slika 17.14** Shema hladilnika ali toplotne črpalke.*

Med krožno spremembo prejme delovna snov v hladilniku toploto Q_1 pri temperaturi T_1, odda toploto Q_2 pri temperaturi T_2 in prejme delo A. Po opravljeni krožni spremembi je v začetnem stanju z nespremenjeno notranjo energijo. Tedaj mora biti

$$Q_2 = Q_1 + A\,.$$

Hladilnika, ki bi deloval brez prejemanja dela, si ne moremo zamisliti, saj vemo, da toplota sama od sebe ne more prehajati s hladnejših na toplejša telesa.

Za uporabnike je zanimivo, koliko dela je treba dovesti, da stroj prečrpa izbrano množino toplote. Pričakujemo, da je delo odvisno od temperaturne razlike med notranjostjo in okolico. Res ugotovimo, da delo ne more biti manjše od

$$A = Q_1 \frac{T_2 - T_1}{T_1}\,.$$

Toliko dela bi porabil idealni hladilnik, v resnici pa hladilniki porabijo nekajkrat več.

Zgled

Izračunajmo, najmanj koliko dela porabi hladilnik za »proizvodnjo« kilograma ledenih kock iz vode pri ledišču. Temperatura v notranjosti naj bo 0° C, v okolici pa 20° C.

Da zmrzne kilogram vode pri 0° C, moramo odvesti 334 kJ toplote. Potrebno delo je tedaj

$$A = 334\ \mathrm{kJ}\,\frac{(293\ \mathrm{K} - 273\ \mathrm{K})}{273\ \mathrm{K}} = 24{,}5\ \mathrm{kJ}\,.$$

Črpanje toplote uporabljajo tudi za gretje bivalnih prostorov. **Črpalka** odvzema toploto v okolici in jo prenaša v ogrevani prostor. Njeno delovanje si shematično predstavimo na enak način kakor delovanje hladilnika. Med krožno spremembo odvzame črpalka okolici toploto Q_1 pri temperaturi T_1, prejme delo A in odda toploto Q_2 prostoru pri temperaturi T_2. Ker je po krožni spremembi delovna snov v stroju v začetnem stanju, velja kakor prej:

$$Q_2 = Q_1 + A\,.$$

Zanima nas, koliko toplote lahko največ dobimo za vloženo delo. Iz enačbe, ki opredeljuje minimalno delo za črpanje toplote pri hladilniku, dobimo

$$Q_2 = A\,\frac{T_2}{T_2 - T_1}\,.$$

Zgled

Toplotna črpalka, ki jo poganja motor z močjo 1 kW, črpa toploto iz vode s temperaturo 4° C v prostor s temperaturo 20° C. Kolikšen je lahko največji toplotni tok, ki ga oddaja v prostor?

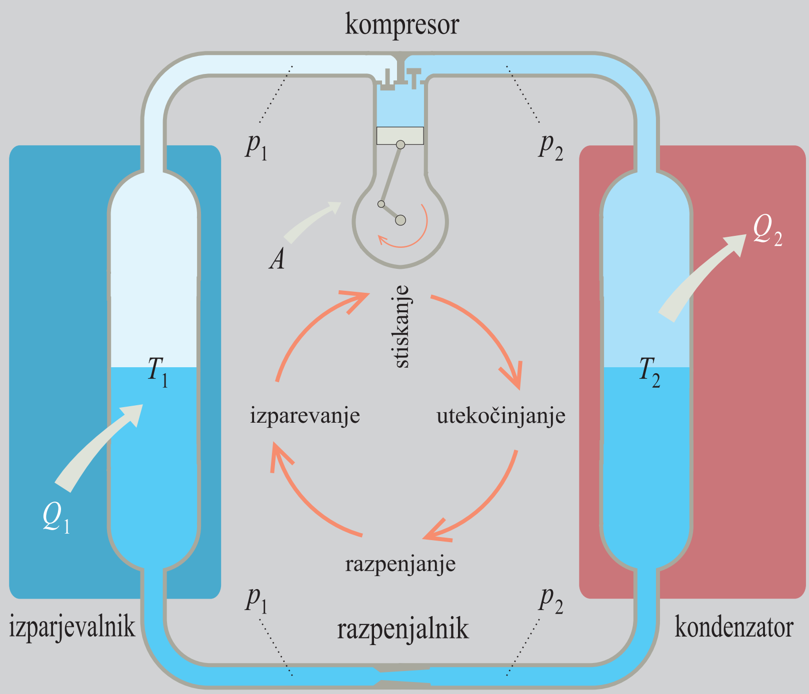
Zgornjo enačbo delimo s časom, pa dobimo enačbo za toplotni tok:

$$P_Q = P\,\frac{T_2}{T_2 - T_1} = \frac{1\ \mathrm{kW}\cdot 293\ \mathrm{K}}{293\ \mathrm{K} - 277\ \mathrm{K}} = 18{,}3\ \mathrm{kW}\,.$$

V resnici bi oddajala toplotna črpalka v opisanih okoliščinah le okoli 6 kW toplotnega toka.

Kot delovno snov v hladilnikih in toplotnih črpalkah uporabljajo lahko hlapljive snovi z nizkim vreliščem, npr. diklordifluormetan (CCl_2F_2) ali diklortetrafluoretan ($C_2Cl_2F_4$). Med krožno spremembo delovna snov najprej izpareva, nato se zgošča in utekočinja in nazadnje razteza. Krožno spremembo shematično kaže slika 17.15. Podrobno poteka takole.

V **izparjevalniku** je delovna snov pri nizkem tlaku p_1 in temperaturi T_1, ki je enaka temperaturi vrelišča. Delovna snov izpareva, za izparevanje potrebna toplota Q_1 priteka vanjo iz okolice. Nastalo paro **kompresor** stisne do tlaka p_2 in temperature T_2. Ob vstopu v **kondenzator** se para razpne in nekoliko ohladi, da pride do kondenzacije. Pri tem para oddaja izparilno toploto okolici. Krog je sklenjen s povezavo med kondenzatorjem in izparjevalnikom prek **razpenjalnika**. Tlak se pri prehodu zmanjša od p_2 na p_1, temperatura pa s T_2 na T_1.



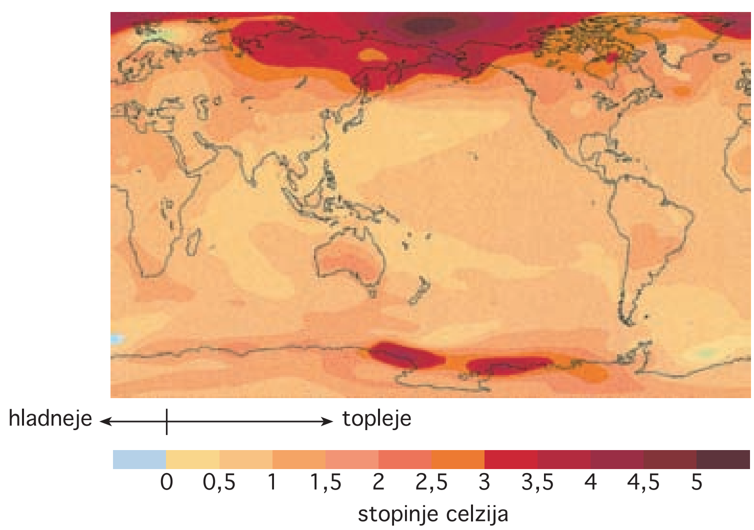
***Slika 17.15** Krožna sprememba delovne snovi v hladilniku ali toplotni črpalki.*

Termoelektrični generator, ki smo ga uporabili kot model toplotnega stroja, lahko spremenimo v hladilnik oziroma toplotno črpalko. Stroj priključimo na izvir enosmerne napetosti, ki po stroju požene električni tok v nasprotni smeri od toka, ki ga poganja generator. Hitro ugotovimo, da generator toploto črpa s hladnejšega in jo oddaja na toplejšem mestu.

EKOLOŠKA VPRAŠANJA IZRABE GORIV

Izgorevanje fosilnih goriv na več načinov onesnažuje ozračje in vse okolje. Ogljikovodiki v gorivih pri popolnem gorenju izgorijo v vodno paro in ogljikov dioksid. V dimnih plinih pa so tudi saje, ogljikov monoksid, žveplov dioksid, dušikovi oksidi in drugo.

Že pred več kakor 100 leti je švedski kemik Svante Arrhenius opozoril, da lahko ogljikov dioksid, ki uhaja v ozračje ob sežiganju fosilnih goriv, povzroči ogrevanje Zemlje. Naravna koncentracija ogljikovega dioksida, metana in vodne pare v ozračju je dovolj, da je povprečna temperatura na površju Zemlje za okoli 35° C višja od tiste na vrhu atmosfere (glej prejšnje poglavje str. 213). V času Arrheniusa je bil vpliv človekove aktivnosti na to koncentracijo zanemarljiv, zato je bilo svarilo preslišano. Šele merjenja, ki so se začela v letu 1957, so pokazala povišano in stalno rastočo koncentracijo ogljikovega dioksida v zraku. V industrijskem obdobju se je koncentracija ogljikovega dioksida v ozračju povečala od 280 milijonin na okoli 360 milijonin in se utegne v naslednjih 100 letih ob nezmanjšani porabi goriv podvojiti. Meteorološki modeli so v zadnjem času pokazali, da se bo v naslednjih 100 letih zaradi tega povprečna temperatura na Zemlji zvišala za nekaj stopinj. Predvidena temperaturna razlika je enaka temperaturni razliki med sedanjostjo in zadnjo ledeno dobo pred okoli 10 000 leti. Na posameznih delih Zemlje so pričakovane temperaturne spremembe še večje (slika 17.16).



***Slika 17.16** Predvidene temperaturne spremembe na Zemlji v prihodnjih 50 letih.*

Povišanje temperature bo povzročilo zvišanje vodne gladine v svetovnih morjih, taljenje polarnega ledu in spremembe oceanskih tokov. Vse to ima lahko nepredvidljive posledice za človeštvo in za življenje na Zemlji nasploh.

Med produkti gorenja fosilnih goriv ne smemo pozabiti žveplovega dioksida. Vsa goriva vsebujejo od 0,5 do 5 % žvepla, ki je tudi sicer med najpogostejšimi elementi v Zemljinem plašču. Ko izgori kilogram žvepla, dobimo dva kilograma žveplovega dioksida. V Sloveniji je onesnaževanje z žveplovim dioksidom izrazito

***Slika 17.17** Oceanotermična elektrarna (OTE) ali toplotni stroj v tropskem morju. Zgornji del OTE obliva voda s temperaturo 25–30° C, spodnji del v globini do 1 km pa voda s temperaturo 4–8° C. Topla morska voda odda energijo delovnemu sredstvu. To izpari in njegova para poganja turbino. Na mestu, ki ga obliva mrzla voda, se delovno sredstvo spet utekočini.*

***Slika 17.18** Sončna hiša – ogrevanje s kolektorji.*

zlasti v okolici termoelektrarn, ki porabljajo z žveplom bogati domači premog. Koncentracija SO_2, ki presega okoli 0,2 mg v 1 m^3 zraka, lahko povzroči zdravstvene težave ljudem in živalim, večje koncentracije pa lahko poškodujejo tudi rastline. Z atmosfersko vodo žveplov dioksid tvori žvepleno kislino, katere posledica je kisli dež, ki uničuje tla in stoječe vode.

Ljudje se vedno bolj zavedamo, da je zaradi človeške dejavnosti planet vse bolj ogrožen. Da bi zagotovili razvoj tudi v prihodnje, iščejo poti za boljšo izrabo razpoložljive toplote iz goriv in drugih virov (slika 17.17) ter druge načine za pogon strojev (sliki 17.18 in 17.19).

***Slika 17.19** Sodobni mlini na veter.*

NALOGE

1. Para ima pri vstopu v turbino 550° C, ob izstopu pa 90° C. Izkoristek je 35 %. Kolikšen del idealnega izkoristka je to?

Odgovor: 63 %

2. Temperatura v kondenzatorju idealnega toplotnega stroja je 15° C. Izkoristek stroja je 35 %. Za koliko stopinj moramo zvišati temperaturo, pri kateri stroj toploto prejema, da se bo njegov izkoristek povečal na 50 %?

Odgovor: 133 K

3. Klimatska naprava odvaja iz prostora toplotni tok 2150 W, za kar jemlje moč 900 W iz električnega omrežja. Pretok zraka skozi napravo je 360 m^3/h. Kolikšno je razmerje med preneseno toploto in vloženim delom? Za koliko stopinj naprava ohladi zrak? Gostota zraka je 1,2 kg m^{-3}, specifična toplota zraka pri stalnem tlaku pa je 1010 J kg^{-1} K^{-1}.

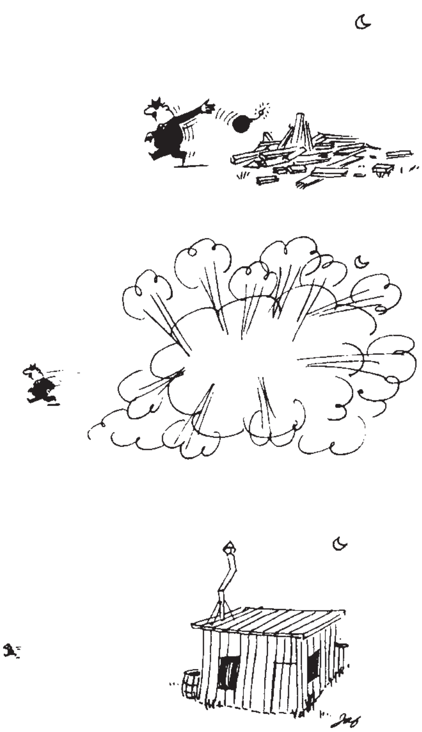
Odgovor: 2,4
18 K

4. V hladnih jesenskih dnevih uporabimo klimatsko napravo iz prejšnje naloge kot toplotno črpalko, s katero ogrevamo prostor. Koliko plačamo za 1 kWh toplote, ki jo naprava dovede v prostor, če za 1 kWh električnega dela plačamo 24 SIT? Predpostavite, da je temperaturna razlika enaka kot v prejšnjem primeru.

Odgovor: 10 SIT

18. REVERZIBILNI IN IREVERZIBILNI POJAVI

Posnetke, narejene s kamero, je mogoče predvajati tako, da film odvrtimo nazaj, to je v obratnem vrstnem redu, kakor je bil posnet. Skakalec se pri preskoku odbije od tal, poleti v zapletenih obratih nazaj čez orodje in zadenjsko priteče do starta. Gruča ljudi se zadenjsko razprši. Skakalec na smučeh se z doletišča skakalnice po zračni poti vzpne na mostič in obstane na vrhu zaletišča. Kupček pepela in oglja zagori in se spremeni v polena. Iz zadimljenega pogorišča kot feniks zraste novo poslopje (slika 18.1). Sama nemogoča dogajanja.

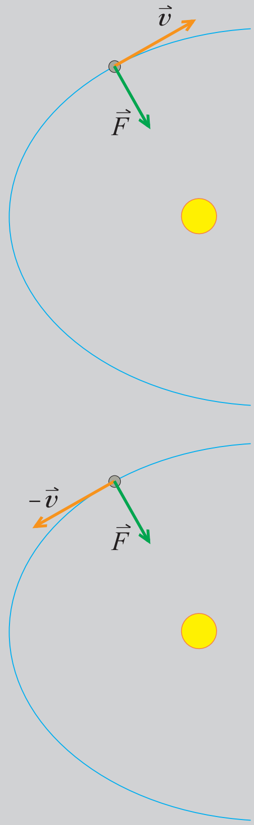


***Slika 18.1** Obrat ireverzibilnega pojava.*

Rekli bomo, da so dogodki, ki se zdijo neverjetni, ko jih predvajamo v nasprotnem smislu, kot so bili posneti, **ireverzibilni**. Večina dogajanj v naravi je takih. Na prvem mestu je življenje. Med manj zapletena pa lahko štejemo rjavenje železa, mešanje kapljevin ali plinov, gorenje, pretakanje toplote, raztapljanje snovi, zaustavljanje teles na hrapavi podlagi ali pri gibanju skozi zrak ali vodo itd.

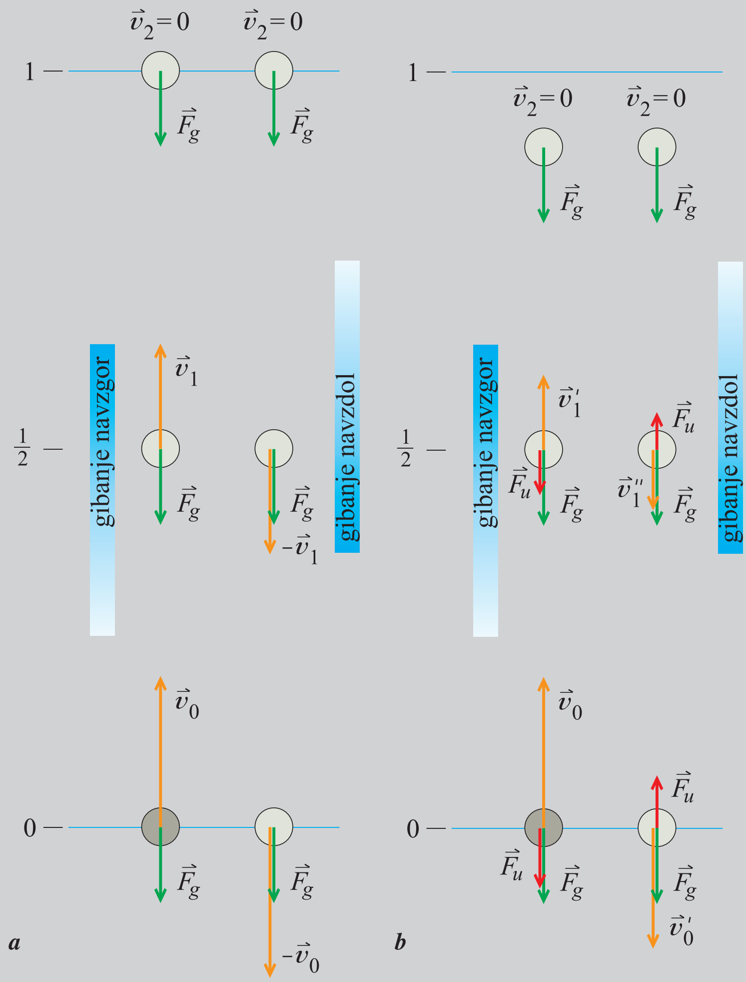
Naštejmo še nekaj pojavov, ki se, predvajani v obratnem smislu, ne zdijo nemogoči. Opazujmo npr. gibanje kamna, pri čemer odmislimo metalca. Obrnjeni posnetek pokaže kamen, ki se dvigne s tal z neko začetno hitrostjo in na koncu s skoraj enako hitrostjo pristane v roki metalca. Posnetek lokomotive, ki speljuje s postaje, pokaže lokomotivo, ki se ustavlja v vzvratni vožnji. Posnetek planetov pri gibanju okoli Sonca kaže planete, ki se gibljejo v nasprotni smeri. Dogajanje se zdi povsem smiselno. Pravimo, da kažejo posnetki **reverzibilne** pojave. V splošnem lahko med reverzibilne štejemo tiste pojave, ki smo jih obravnavali pri mehaniki, če je mogoče zanemariti upor in trenje.

Razvrstitev pojavov med reverzibilne in ireverzibilne terja podrobnejšo opredelitev. Trdimo, da je pojav reverzibilen, če lahko teče v obeh smereh v enakih okoliščinah in privede sistem nazaj v začetno stanje. Med mehaničnimi pojavi je gibanje planetov okoli Sonca že tako. Ne glede na smer gibanja bi imel planet v vsaki točki poti enako hitrost in nanj bi delovala vselej enaka sila (slika 18.2). Pri gibanju po zraku, npr. pri navpičnem metu navzgor, pa lahko gibanje obravnavamo kot reverzibilno le v primeru, da je upor zanemarljiv. Tedaj sta hitrosti telesa na izbranem mestu pri gibanju navzgor in navzdol po velikosti enaki, na telo deluje le teža, ki ima v obeh primerih enako smer (slika 18.3 a). Zaradi upora, ki ima pri gibanju navzgor nasprotno smer kakor pri gibanju navzdol, pa pojav ni več reverzibilen. Tudi hitrosti na izbranem mestu nista več enaki (slika 18.3 b).



__Slika 18.2__ Gibanje planetov okoli Sonca je reverzibilno.

Pri toplotnih pojavih lahko z gotovostjo trdimo, da je sprememba reverzibilna, če je sistem med njo v vsakem trenutku v ravnovesnem stanju. Pozorni moramo biti predvsem na prenos toplote. Ta je ireverzibilen, ker se tok toplote ne more obrniti, ne da bi se obrnila smer temperaturnega gradienta. Izmenjava toplote bi bila reverzibilna le, če bi potekala brez temperaturnih razlik, npr. v primeru, ko bi bil sistem v ravnovesju z okolico z enako temperaturo.



__Slika 18.3__ Gibanje telesa pri navpičnem metu je reverzibilno, če ni zračnega upora (a), sicer pa ne (b).

SPONTANE SPREMEMBE

V nadaljevanju nas bodo zanimale predvsem **spontane spremembe**, ki tečejo na videz same od sebe vselej v isti smeri. Mednje lahko štejemo prevajanje toplote, rjavenje železa ali gorenje. Do njih pride zaradi temperaturnih razlik oziroma kemijskih razlik.

Nekatere izmed sprememb je treba sicer šele sprožiti, npr. gorenje, ko pa stečejo, potekajo naprej same od sebe.

Med spremembami se zmanjšujejo razlike, zaradi katerih je prišlo do sprememb. Tako se s prenašanjem toplote zmanjšujejo temperaturne razlike, z rjavenjem železa ali z gorenjem pa kemijske razlike. Zmanjševanje razlik je pomembna posledica spontanih sprememb.

Hkrati z zmanjševanjem razlik prihaja do vse enakomernejše porazdelitve energije in snovi. Vzemimo za zgled prehajanje toplote z vročih na hladne dele telesa. S toplotnim tokom se notranja energija prej ali slej enakomerno porazdeli po vsem telesu. Podobno se čez čas enakomerno porazdeli kaplja črnila, ki jo kanemo v posodo z vodo. Vsi ti zgledi kažejo, da vodijo spontane spremembe k enakomernejši porazdelitvi energije in snovi.

To lahko posplošimo takole – pomembna posledica spontanih sprememb je, da se zmanjšujejo razlike, zaradi katerih je do sprememb prišlo. Z zmanjševanjem razlik je povezano tudi porazdeljevanje energije in snovi po vsem dosegljivem prostoru. **Spontane spremembe tako vodijo v ravnovesje, ki se potem ne spremeni več.**

STATISTIČNA SLIKA SPONTANIH SPREMEMB

V poglavju o zgradbi snovi smo spoznali, da je snov sestavljena iz atomov ali molekul. V plinih in kapljevinah se molekule neprestano neurejeno gibljejo in ob medsebojnih trkih in trkih s stenami posode spreminjajo smer gibanja. V trdnih snoveh atomi ali molekule nihajo okoli ravnovesnih leg. Živahnost tega termičnega gibanja kaže na temperaturo snovi. Prav v delčni naravi snovi in v termičnem gibanju lahko iščemo vzrok za spontane pojave.

Kot zgled si oglejmo difuzijo plinov. Zaradi nje se brez vidnega gibanja razlezejo plini prej ali slej po vsem razpoložljivem prostoru. Enak pojav opazujemo tudi pri kapljevinah, le da je veliko počasnejši. Mislimo si, da zaznamujemo del zraka v sobi in da je v začetku ves zaznamovani zrak samo v prvi polovici sobe. Zaradi naključnega in neurejenega gibanja molekul se zaznamovani zrak razleze po vsej sobi. Z neurejenim gibanjem molekul bi se sicer spet lahko zbral v prvi polovici sobe, vendar je verjetnost za to zanemarljivo majhna, če je le število molekul dovolj veliko. To sklepamo po naslednjem premisleku.

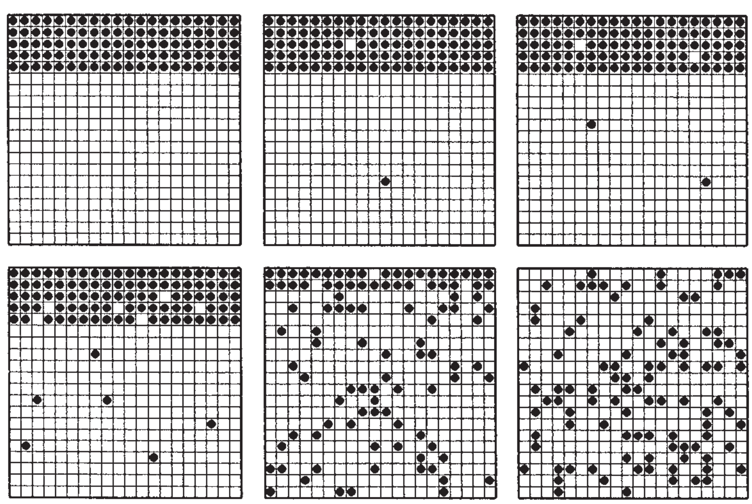
Izberimo si eno od zaznamovanih molekul. Pri daljšem opazovanju ugotovimo, da se zadržuje polovico časa v prvi, polovico časa pa v drugi polovici sobe. V izbranem trenutku je verjetnost, da jo najdemo v izbrani polovici sobe, kar enaka $\frac{1}{2}$. Verjetnost, da najdemo v isti polovici sobe dve izbrani molekuli, je enaka produktu obeh verjetnosti, torej $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$. Če je bilo zaznamovanih

100 molekul plina, je verjetnost, da se vseh 100 spet znajde v isti polovici sobe, enaka $(\frac{1}{2})^{100} = 7{,}9 \cdot 10^{-31}$. Že pri tako majhnem številu molekul je verjetnost zanemarljivo majhna. Kaže, da je zaznamovani zrak dokončno premešan in se z naključnimi pojavi ne more več vrniti v prejšnje stanje.

Z naključno izmenjavo energije si lahko ponazorimo tudi približevanje toplotnemu ravnovesju.

Vzemimo, da imamo v toplotno izolirani posodi kos snovi, ki ima višjo temperaturo od preostalega dela. V tem delu je termično gibanje živahnejše kot drugod. Čez čas se zaradi trkov to živahnejše gibanje prenese na sosednje dele snovi in se razleze po vsej posodi. Energija termičnega gibanja se v delu snovi, ki je imel v začetku višjo temperaturo, zmanjša, v preostali snovi pa se poveča. Na koncu je termično gibanje po vsej posodi enako živahno, kar kaže temperatura, ki je po vsej posodi konstantna.

Predstavljajmo si, da je posoda z vodo in s kosom snovi z višjo temperaturo razdeljena na enake neodvisne celice. Celice so polne energije v delu z višjo temperaturo in brez energije v delu z nižjo temperaturo. Iz polnih celic energija v paketih naključno prehaja v prazne celice. Iz zaporedja sličic na sliki 18.4 razberemo, kako se stanje spreminja v primeru, ko je v sistemu s 400 celicami v začetku polnih 100 celic. Pri vsakem koraku smo bližje enakomerni porazdelitvi polnih celic po vsem sistemu. Ko je ta enakomerna porazdelitev dosežena, se skoraj gotovo ne more več zgoditi, da bi se ponovno napolnile vse celice v prvotnem prostoru.



Slika 18.4 *Porazdelitev energije po celicah.*

Tako difuzija plina v prvem primeru kakor razpršitev energije v drugem sta ireverzibilna pojava. Vzrok za ireverzibilnost je v velikem številu naključnih pojavov, ki vodijo v vse večjo razpršenost snovi oziroma energije.

ENTROPIJA

Poiščimo še količino, ki opredeljuje razpršenost snovi in energije v izbranem sistemu. V ta namen moramo najprej premisliti, kako opredeliti stanje sistema.

Doslej smo stanje sistema, npr. izbrane mase idealnega plina, opredelili s tlakom, temperaturo in prostornino. Taka opredelitev se imenuje **makroskopska**. V podrobnostih, na **mikroskopski** način, bi bilo stanje plina opredeljeno s podatki o legah in hitrostih vseh molekul plina.

V ravnovesnem stanju sta tlak in temperatura po vsem sistemu enaka, molekule plina so enakomerno porazdeljene po posodi in imajo po vsej posodi enake povprečne kinetične energije. Če je stanje neravnovesno, sta tlak in temperatura oziroma gostota molekul ter povprečna kinetična energija po različnih delih sistema različna. Tako neravnovesno stanje podrobneje opredelimo tako, da si predstavljamo, da je sistem razdeljen na **podsisteme**, ki so vsak zase v ravnovesju. Osnovno zamisel lahko razberemo iz modela celic pri poskusu v toplotno izolirani posodi.

Predstavljajmo si, da je posoda s celicami razdeljena na dva podsistema. V začetku je prvi podsistem vroč, drugi pa hladen. Vse celice v prvem delu so polne energije, vse celice v drugem delu so brez energije. Med izmenjavo se energija iz prvega dela prenaša v drugi del in nazaj do enakomerne porazdelitve. Makroskopsko opredelimo stanje sistema tako, da povemo, kolikšno je število polnih celic v prvem in koliko v drugem delu sistema. Ko se sistem približuje ravnovesju, se število polnih celic in s tem makroskopsko stanje neprestano spreminja. V ravnovesnem stanju je povprečno število polnih celic v obeh delih sorazmerno z njunima velikostma. Ker z doseženim ravnovesjem izmenjava energije med obema deloma seveda ne preneha, se število polnih celic neprestano spreminja, vendar odmiki od ravnovesnega stanja niso veliki.

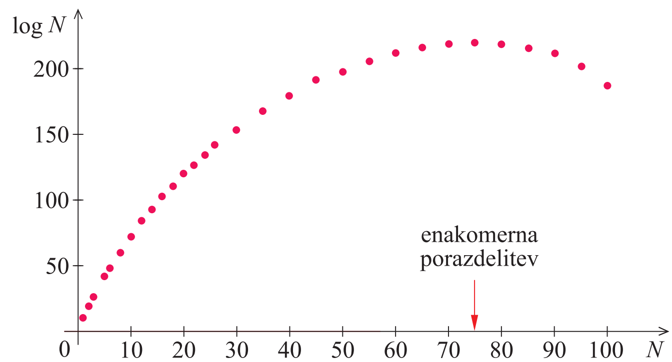
Mikroskopska opredelitev terja, da za vsako celico povemo, ali je polna ali prazna. Med izmenjavo energije med deloma sistema se stanje celic in s tem mikroskopsko stanje sistema neprestano spreminja. To velja tako za približevanje k ravnovesju kakor za stanje po tistem, ko je ravnovesje že doseženo.

Hitro vidimo, da vsakemu makroskopskemu stanju pripada več mikroskopskih stanj. Edino v začetku, ko je vsa energija zbrana v vročem delu sistema, je mikroskopsko stanje eno samo: vse celice v prvem delu so polne, vse celice v hladnem delu so prazne. Že ko energija ene celice preide iz polnega v prazni del sistema, se število mikroskopskih stanj, ki pripadajo istemu makroskopskemu stanju, zelo poveča, saj lahko energijo katerekoli celice iz vročega dela prenesemo v katerokoli celico hladnega dela. Eno od mogočih mikroskopskih stanj kaže druga sličica na sliki 18.4. Makroskopsko stanje, v katerem sta izpraznjeni dve celici v vročem delu in polni dve celici v hladnem delu, ima že zelo veliko mikroskopskih izvedb: katerikoli par celic iz prvega dela je mogoče kombinirati s katerimkoli parom iz drugega dela. Eno tako stanje kaže tretja sličica 18.4.

Število mikroskopskih stanj je največje, ko so polne celice porazdeljene enakomerno. Slika 18.5 kaže, kako se spreminja logaritem števila mikroskopskih stanj v odvisnosti od števila vročih celic v prvotno hladnem delu sistema. Vidimo, da je število mikroskopskih stanj res največje v ravnovesnem stanju, ko je v hladnem delu sistema

$$100\,\frac{300}{400} = 75$$

vročih celic. Z grafa lahko razberemo, da je takih mikroskopskih stanj okoli 10^{95}.



Slika 18.5 *Spreminjanje logaritma števila mikroskopičnih stanj v odvisnosti od števila polnih celic v prvotno praznem delu sistema.*

Vzemimo manjši sistem, npr. 6×6 celic, v katerem so na začetku vroče prve tri vrste. Makroskopsko stanje, v katerem je energija ene vroče celice v prvem delu prenesena v eno hladno v drugem, je mogoče doseči na

$$18 \cdot 18 = 324$$

načinov, saj je mogoče izprazniti katerokoli celico iz prvega dela in prenesti energijo v katerokoli celico v drugem delu. Stanje z dvema celicama je mogoče doseči na

$$\frac{18 \cdot 17}{2}\,\frac{18 \cdot 17}{2} = 23409$$

načinov. Ko je izbrana ena izmed 18 celic v prvem delu, ostane za izbiro druge še 17 celic. Produkt števil moramo deliti z 2, da štejemo vsak par le enkrat. Enak je premislek pri izbiri celic v hladnem delu, v katere prenesemo energijo.

Stanje s tremi celicami je mogoče doseči že na

$$\frac{18 \cdot 17 \cdot 16}{2 \cdot 3}\,\frac{18 \cdot 17 \cdot 16}{2 \cdot 3} = 665856$$

načinov. Premislek je enak kakor prej. Ravnovesno stanje, v katerem je na vsaki polovici sistema po 9 vročih celic, je mogoče doseči na

$$\left(\frac{18 \cdot 17 \cdot 16 \cdot 15 \cdot 14 \cdot 13 \cdot 12 \cdot 11 \cdot 10}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9}\right)^2 = 2363904400 = 2{,}36 \cdot 10^9$$

načinov.

Zgornji preprosti zgled kaže, da se ravnovesno stanje odlikuje z največjim številom mikroskopskih stanj. Če si predstavljamo, da potekajo tudi spontane spremembe iz neravnovesnega stanja po naključju, razumemo, da bodo tekle v smeri proti ravnovesju, ki ga je lahko doseči na največje možno število načinov.

Število mikroskopskih stanj N v danem makroskopskem stanju nam rabi za definicijo nove fizikalne količine **entropije S**:

$$S = k \ln N,$$

kjer je k Boltzmannova konstanta. Po definiciji sklepamo, da je entropija največja v ravnovesnem stanju. Spontane spremembe v sistemu, ki ni v ravnovesju, pa so take, da se ob njih entropija povečuje.

Sistemi, ki jih obravnavamo v fiziki in ki jih sestavlja snov v vsej svoji pestrosti, so seveda mnogo bolj zapleteni kot sistem neodvisnih celic, med katerimi se naključno pretaka energija. Vendar si lahko tudi v tem primeru entropijo predstavljamo kot merilo za število mikroskopskih stanj, ki jih lahko zavzame sistem v določenem makroskopskem stanju. Pri približevanju k ravnovesju se povečuje število mikroskopskih stanj in s tem entropija. Entropija je največja v ravnovesnih stanjih in se pri nobeni spremembi znotraj sistema ne more zmanjšati. Če se zmanjša v delu sistema, se toliko bolj poveča v kakem drugem delu.

Entropija sistema se lahko spremeni tudi v ravnovesnem stanju, če sistem prejema ali oddaja toploto. Sprememba entropije je tedaj

$$\Delta S = \frac{Q}{T},$$

če je Q izmenjana toplota in T temperatura sistema. Pri tem je sprememba entropije enolično povezana s spremembo stanja.

Spomnimo se, da je s spremembo stanja povezana tudi sprememba notranje energije. Notranja energija se spreminja zato, ker sistem izmenjuje z okolico delo in toploto, entropija pa le ob izmenjavi toplote.

Poučen je razmislek o spremembi entropije pri krožnih spremembah, o kakršnih smo govorili pri obravnavi toplotnih strojev. Po opravljeni krožni spremembi je sistem spet v začetnem stanju. To pomeni, da imajo tudi vse količine, ki so povezane s tem stanjem, na koncu krožne spremembe enake vrednosti kakor na začetku. Da je tako, smo spoznali pri obravnavi energije. Po zgornjem pa mora veljati enak sklep tudi za entropijo. Delovni snovi v stroju se ob prejemanju toplote entropija povečuje, pri oddajanju pa zmanjšuje, vsota sprememb mora biti po sklenjeni krožni spremembi enaka nič. O tem se lahko prepričamo, če se povrnemo k Stirlingovemu stroju (gl. stran 223–224). Res je

$$\frac{Q_1}{T_1} = \frac{Q_2}{T_2}.$$

Zahteva po enakosti entropij po sklenjeni krožni spremembi je torej tista, ki omejuje izkoristek toplotnih strojev.

Pri poskusih v kalorimetru smo ugotovili, da telo, ki ima v začetku višjo temperaturo, odda toploto telesu, ki ima v začetku nižjo temperaturo. Zaradi tega prenosa imata telesi na koncu enako temperaturo. S statističnim modelom si prenašanje toplote predstavimo kot posledico termičnega gibanja. Ob tem se povečuje število možnih mikroskopskih stanj in s tem entropija.

Do sklepa o povečanju entropije pridemo tudi takole: naključna izmenjava energije ponazarja izmenjavo toplote. Toplota, ki jo odda toplejše telo, je sicer enaka toploti, ki jo prejme hladnejše telo, ker pa oddaja toplejše telo toploto pri nekaj višji temperaturi, kakor jo hladnejše prejema ($T_1 > T_2$), je zmanjšanje entropije toplejšega telesa manjše od povečanja entropije hladnejšega telesa:

$$\frac{Q}{T_1} < \frac{Q}{T_2}.$$

Vse, kar smo povedali, je del **entropijskega zakona**. Zanj lahko najdemo različne formulacije:

- Toplota ne more sama od sebe prehajati z mest z nižjo temperaturo na mesta z višjo temperaturo.
- Toplotni stroj ne more vse prejete toplote oddati kot delo in ne more delovati v okolju brez temperaturnih razlik.
- V sklenjenem sistemu so možne le tiste spremembe, pri katerih se entropija ne zmanjša.

Zadnja je morebiti najbolj splošna in si jo velja zapomniti.

Entropijski zakon skupaj z energijskim uravnava vsa dogajanja v naravi. Doslej še ni bil odkrit pojav, pri katerem bi bila ta dva zakona kršena.