Absolutna vrednost

$$|x| = \begin{cases} x & ; \ x \geq 0 \\ -x & ; \ x < 0 \end{cases}$$

$|x| \geq 0$ za vsak $x \in \mathbb{R}$

$|xy| = |x||y|$

trikotniška neenakost: $|x+y| \leq |x| + |y|$

kompleksna števila $i^2 = -1$ $\quad z = x + iy$.

$(x+iy) \pm (u+iv) = (x \pm u) + i(y \pm v)$

$(x+iy) \cdot (u+iv) = (xu - yv) + i(xv + yu)$

$(x+iy)/(u+iv) = \dfrac{xu + yv - i(xv - yu)}{u^2 + v^2}$

$\overline{\overline{z}} = z$

$\overline{z_1 + z_2} = \overline{z_1} + \overline{z_2}$

$\overline{z_1 z_2} = \overline{z_1} \cdot \overline{z_2}$

$z + \overline{z} = 2\mathrm{Re}\, z, \qquad z - \overline{z} = 2i\, \mathrm{Im}\, z$

razteg, če je $a > 1$,
krčenje, če je $0 < a < 1$
zrcaljenje čez koordinatno izhodišče, če je $a = -1$.

$|z| = \sqrt{z\overline{z}} = \sqrt{x^2 + y^2}$

$|z_1 z_2| = |z_1||z_2|$

$|\overline{z}| = |z|$

$|z_1 + z_2| \leq |z_1| + |z_2|$

$z = |z|(\cos\varphi + i\sin\varphi)$

Eulerjeva formula: $e^{i\varphi} = \cos\varphi + i\sin\varphi$

Polarni zapis se poenostavi: $z = |z|e^{i\varphi}$.

Množenje se poenostavi: $z_1 z_2 = |z_1||z_2|e^{i(\varphi_1 + \varphi_2)}$

Števila $z = e^{i\varphi}, \varphi \in \mathbb{R}$ so na *enotski krožnici* $|z| = 1$.

$\overline{z} = |z|e^{-i\varphi}$

$z^n = |z|^n e^{in\varphi}$ $\quad$ *de Moivrova formula*

$z^{-1} = \dfrac{1}{|z|}e^{-i\varphi}$

$\dfrac{z_1}{z_2} = \dfrac{|z_1|}{|z_2|}e^{i(\varphi_1 - \varphi_2)}$

preslika krog $|z| \leq 1$,

območje $\{z \mid |z| \leq 1, \mathrm{Re}\, z \geq 0\}$,

kvadrat $|x| + |y| = 1$,

$$z_k = \sqrt[n]{|a|}\, e^{i\frac{\varphi + 2k\pi}{n}}, \quad k = 0, \ldots n-1$$

$$a = |a|e^{i\varphi}$$

Zaporedja

Zaporedje $(a_n)_n$ je navzgor omejeno, če ima zgornjo mejo, to je tako število $M \in \mathbb{R}$, da je $a_n \leq M$ za vsak $n \in \mathbb{N}$.

Zaporedje $(a_n)_n$ je navzdol omejeno, če ima spodnjo mejo, to je tako število $m \in \mathbb{R}$, da je $a_n \geq m$ za vsak $n \in \mathbb{N}$.

Zaporedje je *naraščajoče*, če je $a_n \leq a_{n+1}$ za vsak n, in je *padajoče*, če je $a_n \geq a_{n+1}$ za vsak n.

Zaporedje (a_n) je *konvergentno*, če ima limito. Sicer je *divergentno*.

$\lim\limits_{n\to\infty}(a_n + b_n) = a + b$

$\lim\limits_{n\to\infty} a_n b_n = ab$

Če je $b_n \neq 0$ za vsak n in $b \neq 0$, je

$$\lim_{n\to\infty} \frac{a_n}{b_n} = \frac{a}{b}.$$

Vrste

$$\begin{aligned} S_0 &= a_0, \\ S_{m+1} &= S_m + a_{m+1} \end{aligned}$$

- konvergira, če je $|q| < 1$,
- divergira, če je $|q| \geq 1$.

Vsota vrste je limita $\lim\limits_{m\to\infty} S_m = S$.

Za $|q| < 1$ je

$$\sum_{n=0}^{\infty} q^n = 1 + q + q^2 + \cdots + q^n + \cdots = \frac{1}{1-q}$$

$$\sum_{n=M}^{\infty} a \cdot q^n = aq^M + aq^{M+1} + \cdots + aq^n + \cdots = \frac{aq^M}{1-q}$$

Če je vrsta konvergentna, je $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 0$.

- Pazi! Pogoj ni zadosten.
- Zgled: *harmonična vrsta* $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{1}{n}$ ni konvergentna.
- *Leibnizov kriterij*: če zaporedje a_n monotono pada proti 0 in so vsi členi a_n pozitivni potem je $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^n \cdot a_n$ konvergentna.
- Primer: $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(-1)^n}{n}$.

funkcije

eksplicitno: $y = f(x)$, denimo $y = \sqrt{1 - x^2}$

implicitno: $F(x, y) = 0$, denimo $x^2 + y^2 - 1 = 0$, $y \geq 0$

parametrično: $x = x(t)$, $y = y(t)$, denimo
$x = \cos t$, $y = \sin t$, $t \in [0, \pi]$

soda, če je $f(-x) = f(x)$ za vsak $x \in \mathcal{D}_f$

liha, če je $f(-x) = -f(x)$ za vsak $x \in \mathcal{D}_f$.

Vsaka vodoravna premica seka graf surjektivne funkcije v vsaj eni točki.

Graf injektivne funkcije seka poljubno vodoravno premico v največ eni točki.

$$(g \circ f)(x) = g(f(x)),$$

Za funkcijo $f(x) = \frac{x}{1-x}$ poiščimo inverzno funkcijo.

Najprej v izrazu $y = \frac{x}{1-x}$ zamenjajmo x in y,dadobimo $x = \frac{y}{1-y}$, nato pa iz te enačbe izračunajmo y:

$g(x) = f(x - a)$ vodoravni premik za a v desno

$g(x) = f(x) + c$ navpični premik za c navzgor

$g(x) = f(\frac{x}{a})$ vodoravni razteg za faktor a

$g(x) = cf(x)$ navpični razteg za faktor c

$g(x) = -f(x)$ zrcaljenje preko osi x

$g(x) = f(-x)$ zrcaljenje preko osi y

$\mathcal{D}_{\text{arctan}} = \mathbb{R}$, $\mathcal{Z}_{\text{arctan}} = (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$

$\mathcal{D}_{\text{arccot}} = \mathbb{R}$, $\mathcal{Z}_{\text{arccot}} = (0, \pi)$

velja zveza: $\arctan x + \operatorname{arccot} x = \frac{\pi}{2}$

Limita funkcije

$\lim\limits_{x\to a}(f(x) + g(x)) = L + K$

$\lim\limits_{x\to a}(\alpha f(x)) = \alpha L$ za vsak $\alpha \in \mathbb{R}$

$\lim\limits_{x\to a} f(x)g(x) = LK$

če je $K \neq 0$, je $\lim\limits_{x\to a} \dfrac{f(x)}{g(x)} = \dfrac{L}{K}$.

Število L je *leva limita* funkcije f v točki a, če za vsak $\varepsilon > 0$ obstaja tak $\delta > 0$, da je $|f(x) - L| < \varepsilon$, če je $a - \delta < x < a$. Označimo:

$$L = \lim_{x\nearrow a} f(x) = \lim_{x\to a^-} f(x).$$

Število L je *desna limita* funkcije f v točki a, če za vsak $\varepsilon > 0$ obstaja tak $\delta > 0$, da je $|f(x) - L| < \varepsilon$, če je $a < x < a + \delta$. Označimo:

$$L = \lim_{x\searrow a} f(x) = \lim_{x\to a^+} f(x).$$

Funkcija f je *zvezna* v točki a natanko tedaj, ko je

$$\lim_{x\nearrow a} f(x) = f(a) = \lim_{x\searrow a} f(x).$$

Izrek
Če je $\lim\limits_{x\to a} g(x) = L$ in je funkcija f zvezna v točki L, je

$$\lim_{x\to a}(f \circ g)(x) = f(L).$$

Torej lahko zamenjamo vrsti red računanja limite in vrednosti zvezne funkcije.

Zgled: Izračunajmo limito $\lim\limits_{x\to 0} \sin(3x^2 + \pi)$

- *Bisekcija*
- *Sekantna metoda*
  - $a = x_0$ in $b = x_1$ začetna približka,
  - $x_n = x_{n-1} - \dfrac{f(x_{n-1})(x_{n-1} - x_{n-2})}{f(x_{n-1}) - f(x_{n-2})}$
  - red metode: $\alpha = \dfrac{1 + \sqrt{5}}{2} \approx 1.618$ (zlati rez).
- *Splošna iteracija*
  - Enačbo zapišemo v obliki $g(x) = x$ (na primer $(f(x) + x) = x$).
  - Če je rekurzivno zaporedje $x_0, x_n = g(x_{n-1})$ konvergentno, konvergira proti eni od rešitev.
  - Red metode (in konvergenca) je odvisen od odvoda funkcije $g(x)$ v rešitvi.

Za funkcijo f, ki je zvezna na zaprtem intervalu $[a, b]$, velja

- f *omejena* na $[a, b]$, tj. obstaja

$$M = \max\{f(x)\,;\, x \in [a, b]\}, \quad m = \min\{f(x)\,;\, x \in [a, b]\}$$

- obstaja $x_M \in [a, b]$, kjer je $f(x_M) = M$ in $x_m \in [a, b]$, kjer je $f(x_m) = m$ (tj. M in m sta maksimum in minimum, ne le supremum in infimum)
- za vsako vrednost y med m in M, $m \leq y \leq M$, obstaja točka $x_y \in [a, b]$, kjer je $f(x_y) = y$, tj. enačba $f(x) = y$ ima rešitev na intervalu $[a, b]$.

$$\int f(u(x))u'(x)\, dx = \int f(u)\, du$$

$$(x - p)^2 + (y - q)^2 = r^2$$

$$x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$$

Odvod

$(f + g)'(x) = f'(x) + g'(x)$

$(\alpha f)'(x) = \alpha f'(x)$

$(fg)'(x) = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$

$\left(\dfrac{f(x)}{g(x)}\right)' = \dfrac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{(g(x))^2}$, kjer $g(x) \neq 0$

$(f \circ g)'(x) = f'(g(x))g'(x) \ldots$ *posredno odvajanje* funkcij

$(f^{-1})'(f(x)) = \dfrac{1}{f'(x)}$, kjer $f'(x) \neq 0$.

f(x)	f'(x)
x^α	$\alpha x^{\alpha-1}$
e^x	e^x
a^x	$a^x \log a$
$\log x$	$\frac{1}{x}$
$\log_a x$	$\frac{1}{x \log a}$
$\sin x$	$\cos x$
$\cos x$	$-\sin x$
$\tan x$	$\frac{1}{\cos^2 x}$
$\cot x$	$-\frac{1}{(\sin x)^2}$
$\arcsin x$	$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$\arctan x$	$\frac{1}{1+x^2}$

Tangenta v $x_0 : y = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0)$.

Tangenta se blizu x_0 dobro prilega grafu f. Zato jo uporabimo za približke bližnjih vrednosti:

$$f(x_0 + h) \doteq f(x_0) + f'(x_0)h$$

Zgodovinska oznaka: $f' = \frac{dy}{dx}$ oziroma $df = f'dx$.

Izrek
$f : [a, b] \to \mathbb{R}$ (vsaj) dvakrat odvedljiva funkcija in $x_0 \in (a, b)$ stacionarna točka funkcije f.

- *Če $f''(x_0) > 0$, potem je v x_0 lokalni minimum.*
- *Če $f''(x_0) < 0$, potem je v x_0 lokalni maksimum.*

Če je $\lim\limits_{x\to a} f(x) = \lim\limits_{x\to a} g(x) = 0$, je

$$\lim_{x\to a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x\to a} \frac{f'(x)}{g'(x)}.$$

Če je $\lim\limits_{x\to a} f(x) = \lim\limits_{x\to a} g(x) = \infty$, je

$$\lim_{x\to a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x\to a} \frac{f'(x)}{g'(x)}.$$

Pravili veljata tudi za enostranski limiti, ko gre $x \to \infty$ ali $x \to -\infty$.

Taylorjev polinom stopnje n:

$$T_n(x) = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0) + \cdots + \frac{f^{(n)}(x_0)}{n!}(x - x_0)^n$$

Nedoločeni integral

$$\int x^\alpha\, dx = \frac{1}{\alpha + 1}x^{\alpha+1} + C, \alpha \neq -1 \qquad \int x^{-1}\, dx = \log|x| + C$$

$$\int e^x\, dx = e^x + C$$

$$\int \cos x\, dx = \sin x + C \qquad \int \sin x\, dx = -\cos x + C$$

$$\int \frac{dx}{\cos^2 x} = \tan x + C$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{1 - x^2}} = \arcsin x + C \qquad \int \frac{dx}{1 + x^2} = \arctan x + C$$

PER PARTES (integracija po delih):

$$\int u\, dv = u \cdot v - \int v\, du$$

tisto, kar znamo odvajati

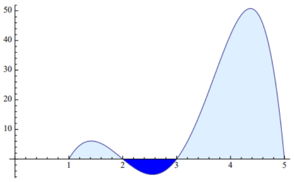
tisto, kar znamo integrirati

$$\left[\begin{array}{lcl} u = & \xrightarrow{\;'\;} & du = \\ dv = \sqcup\, dx & \xrightarrow{\int} & v = \end{array}\right]$$

Določeni integral

$$\int_a^b f(x)\,dx = P_1 - P_2, \qquad P = \int_a^b (f(x) - g(x))\,dx$$

kjer je P_1 ploščina dela nad osjo x in P_2 ploščina dela pod osjo x.



Lastnosti določenega integrala

$f : [a, b] \to \mathbb{R}$ integrabilna.

1. $\int_a^b f(x)\,dx = \int_a^b f(t)\,dt$
2. $\int_b^a f(x)\,dx = -\int_a^b f(x)\,dx$
3. $\int_a^a f(x)\,dx = 0$
4. Linearnost:
$$\int_a^b (f(x) + g(x))\,dx = \int_a^b f(x)\,dx + \int_a^b g(x)\,dx$$
$$\int_a^b \alpha f(x)\,dx = \alpha \int_a^b f(x)\,dx$$
5. $\int_a^b f(x)\,dx = \int_a^c f(x)\,dx + \int_c^b f(x)\,dx$ za vse $c \in [a, b]$
6. Če je f liha, je $\int_{-a}^a f(x)\,dx = 0$.
7. Če je f soda, je $\int_{-a}^a f(x)\,dx = 2\int_0^a f(x)\,dx$.
8. Monotonost: Če je $f(x) \le g(x)$ na $[a, b]$, je
$$\int_a^b f(x)\,dx \le \int_a^b g(x)\,dx.$$
9. $\left|\int_a^b f(x)\,dx\right| \le \int_a^b |f(x)|\,dx$
10. Če je $m = \min\{f(x) \mid x \in [a, b]\}$ in $M = \max\{f(x) \mid x \in [a, b]\}$, je
$$m(b - a) \le \int_a^b f(x)\,dx \le M(b - a)$$

Povprečna vrednost funkcije f na intervalu $[a, b]$ je

$$\int_a^b f(x)\,dx = F(b) - F(a) = F(x)\Big|_a^b = \big[F(x)\big]_a^b,$$

$f : [a, b] \to \mathbb{R}$ pozitivna funkcija. Naj bo T vrtenina, dobljena z vrtenjem grafa f okoli x osi na $[a, b]$.

$$\textit{prostornina:} \quad V(T) = \pi \int_a^b f^2(x)dx$$

$$\textit{površina plašča:} \quad P(T) = 2\pi \int_a^b f(x)\sqrt{1 + (f'(x))^2}dx$$

Dolžina loka grafa $y = f(x)$, $a \le x \le b$:

$$\ell = \int_a^b \sqrt{1 + (f'(x))^2}\,dx$$

Matrike

(E1) Med seboj lahko zamenjamo dve enačbi.
(E2) Posamezni enačbi lahko prištejemo večkratnik druge enačbe.
(E3) Enačbo lahko pomnožimo z realnim številom a, ki je različno od nič.

V resnici bomo operacije izvajali na razširjeni matriki sistema:

(E1) Med seboj lahko zamenjamo dve vrstici.
(E2) Posamezni vrstici lahko prištejemo večkratnik druge vrstice.
(E3) Vrstico lahko pomnožimo z realnim številom a, ki je različno od nič.

Rang matrike je število neničelnih vrstic, ki jih dobimo po prvi ali drugi fazi Gaussovega postopka.

Izrek
Sistem m linearnih enačb z n neznankami je rešljiv natanko tedaj, ko je rang matrike sistema enak rangu razširjene matrike sistema.

Če sistem ima rešitve, lahko nadaljujemo postopek (kot pri Gaussovi eliminaciji) za elemente nad pivoti.

$$\left[\begin{array}{cccccccccccc|c}
p_{11} & * & \dots & * & 0 & * & \dots & * & 0 & * & 0 & * & * \\
0 & 0 & \dots & 0 & p_{2k} & * & \dots & * & 0 & * & 0 & * & * \\
0 & 0 & & \dots & 0 & \dots & & 0 & p_{3l} & \dots & 0 & \dots & * \\
\vdots & & \ddots & & \vdots & & \vdots & & & \vdots & \vdots & & \vdots \\
0 & \dots & & & 0 & \dots & & \dots & & 0 & p_{rs} & \dots & *
\end{array}\right]$$

Postopek začnemo z najbolj desnim pivotom, nadaljujemo proti levi.
Dobimo matriko v *reducirani vrstično stopničasti obliki*.
Spremenljivkam, ki odgovarjajo pivotnim stolpcem, pravimo *glavne neznanke*. Ostalim neznankam pravimo *proste neznanke*.

Izrek
Sistem linearnih enačb je lahko brez rešitev. To se zgodi natanko takrat, ko s postopkom Gaussove eliminacije dobimo vrstico oblike $[0 \quad 0 \quad \dots \quad 0|a]$, pri čemer je $a \neq 0$.

Izrek
Če sistem linearnih enačb ima rešitev, potem ima

1. *eno rešitev natanko tedaj, ko je število pivotov enako številu neznank sistema.*
2. *neskončno rešitev natanko tedaj, ko je število pivotov manjše kot število neznank. Če ima sistem n neznank r pivotov, potem rešitve sistema tvorijo družino, odvisno od $n - r$ parametrov.*

Izrek
Homogen sistem ima netrivialne rešitve natanko tedaj, ko je rang matrike sistema manjši od števila neznank.

Kofaktorji

$$|A| = a_{11}(a_{22}a_{33} - a_{23}a_{32}) + a_{12}(a_{23}a_{31} - a_{21}a_{33}) + a_{13}(a_{21}a_{32} - a_{22}a_{31}).$$

1. Ne velja nujno $A \cdot B = B \cdot A$
2. $A \cdot (B \cdot C) = (A \cdot B) \cdot C$
3. $(A + B) \cdot C = A \cdot C + B \cdot C$ in $A \cdot (B + C) = A \cdot B + A \cdot C$
4. Transponiranje produkta: $(A \cdot B)^T = B^T \cdot A^T$
5. $\det(A \cdot B) = \det(A) \cdot \det(B)$.
6. *Enotska matrika* ali *identiteta*: Kvadratna matrika I_m velikosti $m \times m$, ki ima enice po diagonali, sicer pa same ničle. Za vsako matriko $A_{m\times n}$ velja $A_{m\times n} \cdot I_n = A_{m\times n}$ in $I_m \cdot A_{m\times n} = A_{m\times n}$
7. Pazi! Obstaja A, B, da velja $A \cdot B = 0$.
8. Pazi! Za matrično množenje pravilo krajšanja ne velja!

Mešani produkt vektorjev $\vec{a} = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix}$, $\vec{b} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix}$ in $\vec{c} = \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \end{bmatrix}$ lahko zapišemo kot

$$(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}) = \vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) = \begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix}.$$

Lastnosti determinant

1. $\det(I) = 1$ determinanta enotske matrike je enaka 1.
2. Ko v matriki zamenjamo dve vrstici, determinanta spremeni predznak.
$$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = -\begin{vmatrix} c & d \\ a & b \end{vmatrix}$$
3. Determinanta je linearna funkcija vsake vrstice posebej.
$$\begin{vmatrix} ta & tb \\ c & d \end{vmatrix} = t\begin{vmatrix} c & d \\ a & b \end{vmatrix}$$
$$\begin{vmatrix} a + a' & b + b' \\ c & d \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a' & b' \\ c & d \end{vmatrix}$$
4. Matrika z dvema enakima vrsticama ima determinanto 0. Posledica lastnosti 2.
5. Če v matriki od poljubne vrstice odštejem mnogokratnik neke druge vrstice, se determinanta ne spremeni. Posledica lastnosti lastnosti 3 in 4.

$\boxed{\text{Posledica:}}$ Pri Gaussovi eliminaciji se determinanta matrike ohranja (ali kvečjemu spremeni predznak, če menjavamo vrstice).

6. Matrika, ki ima eno vrstico samih ničel, je enaka 0. Posledica lastnosti 3.
7. Determinanta trikotne (spodnje ali zgornje) matrike je produkt diagonalnih elementov.
Če so vsi diagonalni elementi različni od 0, lahko z običajnimi vrstičnimi operacijami (Gaussova eliminacija) eliminiramo vse poddiagonalne elemente, nato pa z istimi pivoti še naddiagonalne elemente. Potem uporabimo lastnost 3.
Če je vsaj eden izmed diagonalnih elementov enak 0, z eliminacijo dobimo vsaj eno ničelno vrstico in je (zaradi lastnosti 6) determinanta enaka 0.
8. Transponirana matrika A^T ima isto determinanto kot A

$\boxed{\text{Posledica:}}$ Vsaka lastnost, ki velja za vrstice determinante, velja tudi za njene stolpce.

- Determinanta spremeni predznak, če med seboj zamenjamo dva stolpca;
- Determinanta je enaka 0, če sta dva stolpca enaka;
- Determinanta je enaka 0, če so v vsaj enem stolpcu same ničle.

Inverz 2×2 matrike $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ izračunamo po formuli

$$A^{-1} = \frac{1}{\det A}\begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{a} \times \mathbf{b} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{vmatrix} = (a_2b_3 - a_3b_2)\mathbf{i} - (a_1b_3 - a_3b_1)\mathbf{j} + (a_1b_2 - a_2b_1)\mathbf{k}$$

Razdalja med premicama P_1 in P_2.

$$d(p_1, p_2) = \left|(\vec{r}_A - \vec{r}_B) \cdot \frac{\vec{e}_1 \times \vec{e}_2}{\|\vec{e}_1 \times \vec{e}_2\|}\right| = \left|\frac{(\vec{r}_A - \vec{r}_B, \vec{e}_1, \vec{e}_2)}{\|\vec{e}_1 \times \vec{e}_2\|}\right|$$

Razdalja točke od premice

$$d(T, p) = \left\|(\vec{r}_T - \vec{r}_A) \times \frac{\vec{e}}{\|\vec{e}\|}\right\| = \frac{\|(\vec{r}_T - \vec{r}_A) \times \vec{e}\|}{\|\vec{e}\|}$$

Vektor

$$\color{red}{\vec{a} + \vec{b}} = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 + b_1 \\ a_2 + b_2 \\ \vdots \\ a_n + b_n \end{bmatrix}$$

$$\color{red}{\alpha\vec{a}} = \alpha\begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha a_1 \\ \alpha a_2 \\ \vdots \\ \alpha a_n \end{bmatrix}$$

$$\|\vec{a}\| = \sqrt{\vec{a} \cdot \vec{a}}$$

$$\vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a}$$

$$\left(\vec{a} + \vec{b}\right) + \vec{c} = \vec{a} + \left(\vec{b} + \vec{c}\right)$$

$\vec{0} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$ in velja

- $\vec{a} + \vec{0} = \vec{a}$
- $\vec{a} + (-1)\vec{a} = \vec{0}$

$\alpha(\beta\vec{a}) = (\alpha\beta)\vec{a}$ za vse $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$

Razdalja točke od ravnine

$$d(T, \Sigma) = \left|\frac{(\vec{r}_T - \vec{r}_A) \cdot \vec{n}}{\|\vec{n}\|}\right|.$$

$$\text{proj}_{\vec{b}}(\vec{a}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{\|\vec{b}\|^2}\vec{b}$$

Z eliminacijo parametra pa še *kanonično* enačbo premice

$$\frac{x - a_1}{e_1} = \frac{y - a_2}{e_2} = \frac{z - a_3}{e_3}.$$

Normala na ravnino Σ: $\vec{n} = \overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC} \perp \Sigma$, $A \in \Sigma$.
Parametrizacija $\Sigma : p(t, s) = \vec{r}_A + t \cdot \overrightarrow{AB} + s \cdot \overrightarrow{AC}$.

$$\color{blue}{\vec{a} \times \vec{b}} = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_2b_3 - a_3b_2 \\ a_3b_1 - a_1b_3 \\ a_1b_2 - a_2b_1 \end{bmatrix}$$

$\mathbb{R}^2$

$$\vec{r}_A = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} = a_1\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} + a_2\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} = a_1\vec{i} + a_2\vec{j}$$

$\mathbb{R}^3$

$$\vec{r}_A = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix} = a_1\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + a_2\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} + a_3\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = a_1\vec{i} + a_2\vec{j} + a_3\vec{k}$$

Kot φ med vektorjema $\vec{a}$ in $\vec{b}$ je določen z enakostjo

$$\cos\varphi = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{\|\vec{a}\| \cdot \|\vec{b}\|}$$