

Pisni izpit in rešitve pri predmetu
ALGORITMI IN PODATKOVNE STRUKTURE 1
Visokošolski strokovni študij Računalništvo in informatika

točk

Ime in PRIIMEK: _____

Vpisna številka: _____ Podpis: _____

Splošna navodila: Natančno preberite navodila nalog. Odgovorite na zastavljena vprašanja. Odgovore utemeljite in obrazložite. **Pišite čitljivo.** Čas reševanja: 80 minut.

9 točk

1. naloga: Gospod in gospa Friq brskata po spletu in iščeta odgovore na spodnja vprašanja. Glede na splet okoliščin te prosita, da jima pomagaš z jasnimi odgovori.

a) Kako smo (na predavanjih) definirali pojem *algoritma*?

Rešitev: (3 točke) Glej prosojnice Algoritmi. Vse točke, če ste tudi obrazložili posamezne pojme: jasnost, nedvoumnost, mehaničnost itd.

b) Kaj je "Sestopanje"? Opiši princip in naštej vsaj tri algoritme v zvezi s tem.

Rešitev: (3 točke) Zopet prosojnice, glavno je, da razumete da rešitev generiramo po komponentah, da algoritem poteka po korakih in če ne gre več naprej, potem se naredi sestop. Obstajata dve različici: brez in z rezanjem. Primeri so na 3. prosojnice tega poglavja.

c) kateri *model računanja* smo uporabili pri dokazu *spodnje meje* zahtevnosti *problema urejanja*? Kakšna je ta spodnja meja? Obrazloži glavno idejo dokaza.

Rešitev: (3 točke) Glej 1c) nalogo iz prejšnjega roka.

8 točk

2. naloga: Glede na veljavnost trditve zapiši odgovor **da** ali **ne** (prazen kvadrat se šteje kot napačen odgovor):

- | | |
|---|---|
| a) ☐ $\pi = \Omega(2^{100})$ | b) ☐ $8n^3 \log n + 3n^3 + 6n^2 = O(n^3)$ |
| c) ☐ $2n^2 + 3n + 4 = O(\lg^2 2^n)$ | d) ☐ $n^{1/3} = \Omega(n^{0.333})$ |
| e) ☐ $\sqrt[3]{n} = \Omega(\sqrt{n})$ | f) ☐ $(3n + 2)(n + \lg n) = O(n \lg n)$ |
| g) ☐ $\Omega(n \log n) \supseteq \Omega(n \log^2 n)$ | h) ☐ $(n + \lg n)^2 - (n + \ln n)(n - \ln n) = \Omega(n^{42})$ |

Odgovore na kratko obrazloži.

Rešitev: a) da - konstanti, b) ne - $n^3 \log n$ je na levi, c) da, desna stran se poenostavi v n^2 , d) da - pri Ω lahko zaokrožimo navzdol, e) ne, levo: $n^{1/3}$, desno: $n^{1/2}$, f) ne, leva stran se poenostavi v $3n^2 \dots$,

g) da, leva stran vsebuje $n \log n$ in tudi vse hiteje naraščajoče funkcije, h) ne, leva stran se poenostavi in potem je očitno

6 točk

3. naloga: Hčerka Friqica razpisuje točkovno nagrado za razmislek o časovni zahtevnosti.

Rešitev: Vsak del naloge je vreden 2 točki.

a) S pomočjo definicije asimptotične notacije dokaži, da velja

$$42n^2 + 10 = O(n^3).$$

Utemelji in jasno zapiši c in n_0 .

Rešitev: Rešitev je več. Npr. predpostavimo $n \leq 1$, $42n^2 + 10 \leq 42n^2 + 10n^2 = 52n^2$. Torej $c = 52$ in $n_0 = 1$.

b) Friqica ima 10.000 eur in v online igralnici uporablja naslednjo strategijo: najprej stavi 1 eur, nato pa v primeru izgube stavo podvoji. Kolikokrat lahko stavo izgubi, preden ji zmanjka denarja? Koliko denarja zapravi, če izgubi n zaporednih iger? Utemelji.

Rešitev: Po n izgubljenih stavah zapravi: $1 + 2 + \dots + 2^i = \sum_{i=1}^n 2^{i-1} = \sum_{i=0}^{n-1} 2^i = 2^n - 1$. Če ima 10.000 eur, potem lahko igra n iger, kjer $2^n - 1 \leq 10000$. Torej $n \leq \lg 9999$ oz. $n \leq 13$. Prvi del naloge lahko rešite tudi brez izpeljave enačbe.

c) Pokaži, da velja *tranzitivnost* za Ω notacijo, torej da velja:

$$f(n) = \Omega(g(n)) \wedge g(n) = \Omega(h(n)) \implies f(n) = \Omega(h(n)).$$

Rešitev: Glej tudi nalogo 2.82 iz vadnice. Razpišemo definicije. Na levi začnemo z c_1 in c_2 , nato sklepamo naprej $c_3 = c_1 \cdot c_2$. Podobno razmišljamo še za $n_3 = \max(n_1, n_2)$.

9 točk

4. naloga: Podano je naslednje drevo na sliki.

Rešitev: Kriterij: a), b), c) in d) so vredni 1 točko, e) in f) 1.5 točke in g) 2 točki.

- a) Na kateri globini in kateri višini je vozlišče G?

Rešitev: globina:2, višina 1

- b) Najmanj koliko vozlišč bi moral dodati, da bi drevo postalo polno?

Rešitev: 2

- c) Najmanj koliko vozlišč bi moral dodati, da bi drevo postalo celovito?

Rešitev: 14

- d) Najmanj koliko vozlišč bi moral dodati, da bi drevo postalo popolno?

Rešitev: 29

- e) Zapiši vrstni red vozlišč pri obratnem obhodu drevesa.

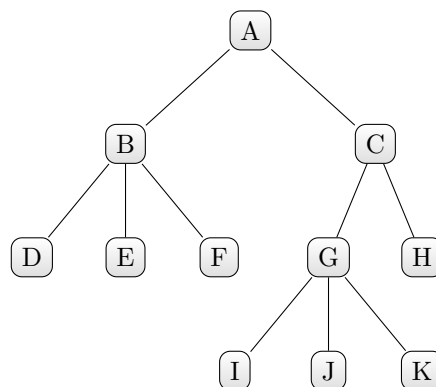
Rešitev: D,E,F,B,I,J,K,G,H,C,A

- f) Zapiši izstopni vrstni red pri iskanju v globino s pričetkom v vozlišču G.

Rešitev: D,E,F,B,A,H,C,I,J,K,G

- g) Drevo želimo predstaviti z načinom "prvi otrok in sorojenci". Nariši tako predstavljeno drevo. Koliko kazalcev, ki niso null potrebujemo?

Rešitev: Glej prosojnice: kazalec od starša je na 1. otroka, vsi ostali sorojenci so v povezanem seznamu. Potrebujemo 10 ne-null kazalcev.



9 točk

5. naloga: Nepadajoče urejanje zaporedja števil:

21, 42, 63, 14, 85, 56, 37, 78.

Rešitev: Kriterij: a) 1 točka, b) 3 točke, c) 2 točki, d) 3 točke.

- a) Zapiši sled urejanja danega zaporedja z *izboljšano različico urejanja z mehurčki*.

Rešitev: Izboljšana različica gre v notranji zanki le do mesta zadnje zamenjave iz predhodne iteracije zunanje zanke, izpisanih je 5 vrstic z vertikalno črto na pravem mestu.

- b) Zapiši sled urejanja danega zaporedja za urejanje z zlivanjem. Za to urejanje zapišite tudi število premikov in primerjav.

Rešitev: Tudi ta sled je precej enostavna. Št. premikov: 48, št. primerjav: 16

- c) Zapiši sled urejanja danega zaporedja za korensko urejanje, pri čemer kot podalgoritem uporabite urejanje s štetjem. Izpišite tudi ustrezna polja števcov.

Rešitev: Izpis treh vrstic zaporedja (prva in druga sta enaki, tretja urejena) ter dvakrat (enako) polje števcov za enice in desetice

- d) Zapiši sled urejanja danega zaporedja z urejanjem s koši, pri čemer naj bo število košev $k=2$. Za urejanje posameznih košev uporabite navadno izbiranje. Utemeljite, zakaj je izbira tega urejanja boljša oziroma slabša od urejanja, ki je bilo v ta namen predlagano na predavanjih.

Rešitev: Izračun pokaže, da gredo štiri števila med 14 in 50 v prvi koš, ostala štiri v drugi. Vsak koš je treba urediti z navadnim izbiranjem. Pojasnilo: ta metoda je slabša od sicer predlaganega navadnega vstavljanja, ker ima enako (slabo) časovno zahtevnost tudi v primeru že urejenih košev, povrh tega pa je še nestabilna.

9 točk

6. naloga: Naslednja matrika predstavlja usmerjeni graf.

- a) Nariši graf in povej, kako imenujemo to matriko, kadar predstavlja graf.

Rešitev: (1.5 točke) Narišemo graf. Matrika se imenuje matrika razdalj (cen). Matrika sosednosti vsebuje le 0 in 1.

- b) Kaj se zgodi z grafom, če matriko transponiramo?

Rešitev: (1 točka) Povezave grafa se obrnejo v nasprotno smer.

- c) Zapiši vrstni red obiskovanja vozlišč pri obhodu v širino s pričetkom v vozlišču, katerega vhodna stopnja je enaka izhodni.

Rešitev: (1.5 točke) Vozlišče je 0, vrstni red pa 0 1 3 2 4

- d) Koliko najmanj povezav in katere je potrebno odstraniti, da je za dano strukturo moč izračunati topološki vrstni red. Zapiši ga.

Rešitev: (2 točke) Zadošča odstraniti eno povezavo (0,1), ker je ta del obeh ciklov. Ustezen postopek (ob prednostnem upoštevanju vozlišč z manjšimi indeksi) vrne 1 2 0 3 4.

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & \infty & 3 & \infty \\ 2 & 0 & 4 & 1 & \infty \\ 5 & \infty & 0 & 3 & \infty \\ \infty & \infty & \infty & 0 & \infty \\ \infty & \infty & \infty & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

- e) Kako je definirana topološka ureditev vozlišč grafa?

Rešitev: (1 točka) Gre za permutacijo (zaporedje) vozlišč grafa $G = (V, E)$, kjer za velja da: če $(u, v) \in E$, potem $u \prec v$ glede na vrstni red v permutaciji.

- f) O kakšni povezanosti lahko govorimo za usmerjeni graf? Zapiši ustrezne komponente.

Rešitev: (2 točki) Obstajajo 3 vrste povezanosti (glej prosojnice) Šibka komponenta je ena - celoten graf, povezani komponenti sta dve - (0,1,2,3) in (4), z ustreznim postopkom določene krepke komponente pa so tri - (0,1,2), (3) in (4).