

Matematika VSP: 1. računski izpit

27. januar 2021

Čas pisanja je 60 minut. Dovoljena je uporaba 2 listov A4 formata s formulami. Uporaba elektronskih pripomočkov ni dovoljena.

Vsako nalogo rešuj na svojo stran. Na vsak list se zgoraj podpiši in navedi številko naloge. Naloge skeniraj po vrsti. Hvala!

Vse odgovore dobro utemelji!

1. [35 točk] Zaporedje $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ ima začetna člena $a_0 = 1$ in $a_1 = 2$ in za $n > 1$ zadošča rekurzivni zvezi

$$a_{n+1} = \frac{a_n^2}{a_{n-1}}.$$

- (a) Zapiši prvih 6 členov zaporedja $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$.
- (b) Zapiši formulo za splošni člen zaporedja $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ in jo utemelji z matematično indukcijo.
- (c) Izračunaj $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{a_n}$.
- (d) Seštej vrsto $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{a_n}$.

Opomba: Formulo za splošni člen iz točke (b) lahko v preostalih točkah uporabiš tudi, če je ne uspeš dokazati.

2. [35 točk] Realna funkcija f ima predpis

$$f(x) = x^3 - 2x^2 + 2.$$

- (a) Poišči stacionarne točke funkcije f .
- (b) Določi največjo in najmanjšo vrednost, ki jo funkcija f zavzame na intervalu $[-1, 1]$.
- (c) Izračunaj določeni integral

$$\int_{-1}^1 f(x) dx.$$

3. [30 točk] Dane so točke $A(3, 3, 1)$, $B(1, 3, 3)$ in $C(3, 0, 1)$ ter vektor $\vec{v} = \begin{bmatrix} 4 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$.

- (a) Izračunaj $\vec{AB} \times \vec{AC}$.
- (b) Izračunaj ploščino in obseg trikotnika ΔABC , ki ga določajo točke A , B in C .
- (c) Poišči pravokotno projekcijo vektorja \vec{v} na $\vec{AB} \times \vec{AC}$.
- (d) Izračunaj prostornino tetraedra, ki ima za osnovno ploskev trikotnik ΔABC in vektor \vec{v} za enega izmed robov.
-