

Ime in priimek _____

--	--	--	--	--	--	--	--

Vpisna številka

1	
2	
3	
4	
Σ	

2. Računski izpit iz Matematike 1

13. februar 2025

Čas pisanja: **90 minut**. Dovoljena je uporaba dveh listov velikosti A4 za pomoč. Prepisovanje, pogovarjanje in uporaba knjig, zapiskov, pametnega telefona in ostalih elektronskih naprav je **strogo** prepovedano.

1. naloga (25 točk)

Ali je katera od matrik

$$A = \begin{bmatrix} 4 & -2 & 2 \\ -2 & 2 & -2 \\ 2 & -2 & 11 \end{bmatrix} \text{ in } B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \\ 1 & 3 & 1 \end{bmatrix}$$

pozitivno definitna? Za vsako, ki je, poišči razcep Choleskega.

2. naloga (25 točk)

Naj bo $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$. Preslikava $\theta: \mathbb{R}^{2 \times 2} \rightarrow \mathbb{R}^{2 \times 2}$ ima predpis

$$\theta(X) = AXA^T + X.$$

a) (5 točk) Preveri, da je θ linearna preslikava.

b) (10 točk) Poišči matriko te linearne preslikave glede na standardno bazo $\mathbb{R}^{2 \times 2}$.

c) (10 točk) Ali je 2 lastna vrednost θ ? Če je, kaj so pripadajoče lastne matrike? Ali obstaja baza za $\mathbb{R}^{2 \times 2}$, da je matrika, ki pripada θ glede na to bazo, diagonalna? (Z drugimi besedami: Ali lahko θ diagonaliziramo?)

3. naloga (25 točk)

Telo T v $\mathbb{R}^3$ je dano z neenačbama

$$z^2 \geq x^2 + y^2 \quad \text{in} \quad x^2 + y^2 + z^2 \leq 4.$$

Izračunaj

$$\iiint_T z \, dx \, dy \, dz.$$

4. naloga (25 točk)

Poišči najmanjšo in največjo vrednost funkcije

$$f(x, y) = x^2 + (y - 1)^2$$

pri pogojih

$$x^2 + 2y^2 \leq 4 \text{ in } y \geq 0.$$