

Matematika 2 - 2. kolokvij

20. 1. 2012

1. Poišči razdaljo med elipso

$$x^2 + 2xy + 4y^2 = 1$$

in točko $T(1, 2)$. *Namig: problem formuliraj kot vezani ekstrem. Kaj je kriterijska funkcija (funkcija, ki jo minimiziraš)? Kaj je vez?*

Dodatek: Poišči razdaljo med elipso in premico $y = 3 - x$.

2. Dana je funkcija

$$f(x, y) = x^4 - x^2y^2 + x - y^2 + y^4 + 1.$$

- (a) Poišči najmanjšo vrednost funkcije.
(b) Lokalni minimum poišči še z metodo najmanjšega spusta. Začni z začetnim približkom $(x_0, y_0) = (0, 0)$. Naslednji približek dobiš tako, da od prejšnjega odšteješ večkratnik gradienta

$$(x_{n+1}, y_{n+1}) = (x_n, y_n) - \frac{1}{10} \text{grad}(g)(x_n, y_n).$$

Izračunaj nekaj zaporednih približkov. Kako se spreminjajo vrednosti funkcije?

3. Funkcijo $f(x) = 1 - |x|$ razvij v Fourierovo vrsto na intervalu $[-\pi, \pi]$.

- (a) Označim z $f_{0,1}(x)$ delno vsoto Fourierove vrste, ki vsebuje le člene s koeficienti, ki so večji od 0.1. Na isti graf nariši funkciji $f(x)$ in $f_{0,1}(x)$.
(b) Določi največjo in povprečno vrednost razlike $|f(x) - f_{0,1}(x)|$ med funkcijama f in $f_{0,1}$ na intervalu $[-\pi, \pi]$.

4. Analiziraj zaporedje podano z nelinearno rekurzivno formulo

$$a_{n+1} = \frac{2a_n}{1 + a_n^2}$$

- (a) Poišči fiksne točke funkcije, ki določa rekurzivno zvezo in določi njihov tip.
(b) Določi intervale, na katerih naj leži začetni člen a_0 , da bo zaporedje konvergentno in določi koliko je limita.
(c) Ali lahko izberemo a_0 , da bo zaporedje ciklično krožilo med dvema ali tremi vrednostmi?