

Ime in priimek \_\_\_\_\_

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Vpisna številka

1	
2	
3	
4	
Σ	

## Računski izpit iz Matematike 1

30. marec 2022

Čas pisanja: **90 minut**. Dovoljena je uporaba dveh listov velikosti A4 za pomoč. Prepisovanje, pogovarjanje in uporaba knjig, zapiskov, pametnega telefona in ostalih elektronskih naprav je **strogo prepovedano**.

### 1. naloga (25 točk)

Naj bosta  $A$  in  $B$  matriki

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} -1 & -2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Označimo  $A \oplus B := A \otimes I + I \otimes B$ . Ali lahko matriko  $(A \oplus B)^3$  diagonaliziramo? Če je odgovor da, poišči diagonalno matriko  $D$  in obrnljivo matriko  $P$ , da bo  $(A \oplus B)^3 = PDP^{-1}$ , če je odgovor ne, razloži, zakaj to ni mogoče.

*Namig:* Izogni se računanju matrike  $(A \oplus B)^3$ .

**2. naloga (25 točk)**

Naj bo  $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ . Preslikava  $\theta: \mathbb{R}^{2 \times 2} \rightarrow \mathbb{R}^{2 \times 2}$  ima predpis

$$\theta(X) = AXA^{-1} + X.$$

- a) (5 točk) Preveri, da je  $\theta$  linearna preslikava.
- b) (10 točk) Zapiši matriko te linearne preslikave v standardni bazi  $\mathbb{R}^{2 \times 2}$ .
- c) (10 točk) Ali je 2 lastna vrednost  $\theta$ ? Če je, kaj je pripadajoča lastna matrika? Ali lahko  $\theta$  diagonaliziramo?

### 3. naloga (25 točk)

Izračunaj volumen in masno središče območja

$$D = \{(x, y, z) : x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0, x^2 + y^2 \leq 1, z \leq \sqrt{x^2 + y^2} - x^2 - y^2\}.$$

*Namig:* Uporabi cilindrične koordinate.

**4. naloga (25 točk)**

Naj bo

$$f(x, y) = \left( (x-1)^2 + y^2 \right)^2 + y^2 - (x-1)^2.$$

Poišči točke na krivulji z enačbo  $f(x, y) = 0$ , ki so najbolj oddaljene od  $y$ -osi.